

# EVALUACIÓN DEL POTENCIAL DE CREATIVIDAD MATEMÁTICA EN EL DISEÑO DE UNA C-UNIDAD

## Evaluating mathematical creativity affordances in the design of a c-book unit

Sala, G.<sup>a</sup>, Barquero, B.<sup>a</sup>, Monreal, N.<sup>b</sup>, Font, V.<sup>a</sup> y Barajas, M.<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Facultad de Educación, Universidad de Barcelona <sup>b</sup> Tecnocampus, Universitat Pompeu Fabra

### Resumen

*Este trabajo se centra en el proceso de diseño y evaluación de unidades didácticas que se proponen promover el pensamiento matemático creativo (PMC), las denominadas c-unidades. Dicho diseño, en manos de un grupo mixto de diseñadores, es seguido por la evaluación del potencial que estas c-unidades presentan en promover la creatividad matemática en sus futuras experimentaciones. En este trabajo nos centramos en presentar las principales herramientas usadas para realizar dicha evaluación y, centrándonos en el caso del diseño de una c-unidad sobre un estudio inter-disciplinar de historia-arqueología y matemáticas, ejemplificaremos algunos de los criterios considerados en su diseño, del producto final generado y del proceso de evaluación sobre su potencial creativo y los resultados generados.*

**Palabras clave:** *creatividad matemática, pensamiento matemático creativo, c-unidad, criterios de diseño, herramientas de evaluación*

### Abstract

*This paper focuses on the task design process and evaluation of the teaching sequences to foster creative mathematical thinking (CMT), the so-called c-book units. This design, in hands of mixed teams of designers, is followed by the evaluation of the potential or affordances that the c-book unit presents to promote CMT in its later implementations. In this research, we focus on presenting the main tools used to carry out this CMT potential evaluation. We centre on the case of a c-book unit design, about an inter-disciplinary study linking history with mathematics, to exemplify some of the criteria of its design process, the final product and its CMT potential evaluation process and some of the results obtained.*

**Keywords:** *mathematical creativity, creative mathematical thinking, c-book unit, task design principles, CMT evaluation tools*

### INTRODUCCIÓN

Este trabajo se centra en el proceso de diseño colaborativo de un nuevo tipo de recurso educativo digital, los llamados c-libros, compuesto por las denominadas c-unidades (c en referencia a creatividad). Equipos mixtos de diseñadores con distintas formaciones, ámbitos profesionales e intereses se encargan del diseño conjunto y colaborativo de las c-unidades con el objetivo de producir un diseño innovador de unidades didácticas que promuevan la creatividad matemática y el pensamiento matemático creativo (PMC) en sus futuros usuarios. Este estudio, desarrollado en el contexto del proyecto europeo “MCSquared”, se propone el desarrollo de la tecnología y de las herramientas necesarias para dar soporte a, por un lado, el proceso de diseño colaborativo de las c-unidades y, por otro lado, la evaluación del potencial que estas presentan para promover el PMC en los futuros estudiantes que podrían ser foco de experimentación y de análisis. En este trabajo en

particular, nos centramos tanto en el proceso de diseño como el producto final que resulta, las c-unidades. Y nos fijaremos, más concretamente, en los principios que se proponen para el diseño de las c-unidades (Kieran, Doorman & Ohtani, 2016) y en la forma cómo se encara su evaluación sobre el potencial que estas presentan para promover el PMC en los procesos enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La llegada al aula de estas c-unidades, aunque no es el objetivo central de este proyecto ya que este se centra principalmente en el contexto del propio proceso de diseño y evaluación de las c-unidades resultantes, se está llevando a cabo en la actualidad con una selección de unidades.

En el proyecto MCSquared, participan cuatro equipos responsables del diseño de unidades (España, Francia, Grecia y Reino Unido), que han formado localmente los equipos de diseñadores responsables del diseño de c-unidades durante tres ciclos consecutivos de diseño (de Enero 2014 hasta Enero 2016). Estos equipos de diseñadores son las que denominamos *comunidad de interés* (CdI) (Fisher, 2001) que surgen en este proyecto extendiendo la noción más popularizada de comunidad de prácticas (Wegner, 1998). En términos generales, la configuración de estas CdI han incluido miembros involucrados directamente en la enseñanza de las matemáticas en distintos niveles educativos y aportando diferentes perspectivas de actuación (profesores de Primaria, de Secundaria y de Universidad), pero a la vez incluyendo un punto de apertura de la escuela a la sociedad, con otros profesionales externos al mundo de la enseñanza matemática (editoriales educativas, desarrolladores de tecnología educativa, investigadores de otras áreas de conocimiento, etc.) que han podido problematizar y cuestionar el papel de la creatividad en las matemáticas, en su enseñanza y en el diseño de actividades para promover el PMC. Su configuración ha sido crucial ya que, además de ser las responsables del diseño de las c-unidades, su diversidad ha asegurado una riqueza y complementariedad de dominios de conocimiento, culturas y perspectivas que ha añadido a la CdI un potencial creativo en relación a las tareas de diseño y evaluación que se les ha ido solicitando en el transcurso del proyecto.

En nuestro caso, la CdI española ha constado de entre 18 y 23 personas, dependiendo del ciclo de diseño, entre las cuales han intervenido personas con perfiles diversos. El diseño de las c-unidades se ha realizado en tres ciclos consecutivos en los cuales se han formado subgrupos de diseñadores para cada una de las c-unidades a diseñar: 2 en el primer ciclo, 5 en el segundo y 8 en el tercer y último ciclo. Todo proceso de diseño de una c-unidad ha pasado por un proceso cíclico de diseño compuesto por distintas fases: (a) formación del equipo mixto de diseñadores (entre 4 y 6 miembros de la CdI) de la c-unidad de acuerdo con sus intereses y con la intención de incorporar perfiles variados; (b) delimitación de la temática, cuestiones a tratar y herramientas matemáticas y tecnológicas necesarias para el diseño de la c-unidad; (c) acuerdo y elaboración del 'protodiseño' de la c-unidad y de los criterios de diseño a tomar en consideración; (d) diseño de la c-unidad en la plataforma del c-libro; (e) evaluación interna (por el equipo de diseñadores) y finalización de la c-unidad, y (f) evaluación del potencial que tiene la c-unidad para promover la creatividad matemática y el PMC, incorporando miembros de la CdI no participantes en el diseño. Internamente a la CdI, hay un subgrupo de investigadores en Educación y en Didáctica de las Matemáticas (con un total de 4-5 personas) el cual, además de formar parte de los equipos de diseñadores, aportaban la visión más teórica a las tareas de diseño y análisis matemático-didáctico que se solicitaba en ciertas etapas de proceso.

En relación a estas etapas genéricas que sigue todo proceso de diseño de una c-unidad, nos centraremos en tratar el problema de investigación que puede formularse en los términos siguientes: *¿Qué criterios de diseño se generan en el proceso de producción de las c-unidades para promover la creatividad matemática y el pensamiento matemático creativo? ¿Qué herramientas de evaluación se pueden considerar para evaluar el potencial de creatividad matemática de estas c-unidades diseñadas?*

Debemos notar que este trabajo va a centrarse más específicamente en presentar algunas de las herramientas centrales usadas para tratar la segunda de las cuestiones relativa a la evaluación del potencial de creatividad matemática que contiene una c-unidad. Aunque, de acuerdo con muchos de los trabajos precedentes, como Silver (1997) o Leikin (2009), esta cuestión es inseparable de la primera ya que muchos de los indicadores y medidores que proponen estos autores sobre la creatividad matemática se proponen bajo suposiciones de qué es la creatividad matemática y cómo se propone promover a través del diseño de ciertos tipos de tareas. Por ejemplo, Silver (1997) propone las actividades basadas en “problem-posing” y “problem-solving” como base para el diseño de tareas para promover el PMC. Cuando este mismo autor se propone medir la creatividad matemática reformula los términos más clásicos de “Fluidez, Flexibilidad, Originalidad y Elaboración” (Torrance, 1988, entre otros) sobre la creatividad matemática, en términos de formulación de preguntas y resolución de situaciones problemáticas. A continuación vamos a presentar algunos de los fundamentos teóricos y metodológicos más importantes que, después de tres ciclos de diseño de c-unidades, se han ido desprendiendo de las tareas de diseño y de evaluación que se requerían. Nos vamos a centrar entonces en el caso del diseño de una c-unidad sobre un estudio inter-disciplinar de historia-arqueología y matemáticas (*¿Qué esconden estas ruinas?*, correspondiente al ciclo 3 de diseño), para poder ejemplificar con más concreción algunas de las características y criterios considerados en su proceso de diseño, así como la puesta en uso de las herramientas consideradas para la evaluación sobre su potencial creativo.

### **Componentes teóricas y metodología de la investigación**

El análisis y la evaluación de la promoción de la creatividad matemática (CM) y del pensamiento matemático creativo (PMC) ha sido una de las tareas centrales del proyecto MCSquared. Esta evaluación se ha decidido aproximar en dos niveles de análisis, distintos aunque complementarios. En primer lugar, el *primer nivel de análisis* se centra en identificar las concepciones sobre la creatividad matemática y el PMC de los miembros de la CdI (cada CdI independientemente) y cómo estas concepciones han impactado en la consideración y definición de criterios de diseño de las c-unidades.

En relación a la CdI española, durante el primer ciclo del proyecto, se abordaron intensamente las tareas relativas a este primer nivel de análisis, más concretamente, en identificar las concepciones de PMC que presentaban los diseñadores a partir de la elaboración de una encuesta y un guión de entrevistas que recogía una gran variedad de interpretaciones descritas en la literatura sobre CM y sobre la promoción del PMC, Bolden, Harries & Newton (2010), Leikin et al. (2013), Sriraman (2009), Haylock (1997), entre otros (su descripción y los resultados obtenidos pueden consultarse en Barquero, Richter, Font & Barajas, 2014), como también confrontarlas con los criterios de diseño y de evaluación que tomaban en consideración en las dos c-unidades que se diseñaron dentro de este primer ciclo. Aunque no fue hasta el segundo ciclo de diseño cuando, después de analizar las características y criterios de diseño comunes entre las producciones y evaluaciones de las cuatro CdI y, sobretodo, ante la necesidad de establecer criterios y herramientas más explícitas (y medibles) de evaluación del potencial de PMC, cuando se empezó a abordar el problema de investigación anteriormente presentado. Al finalizar este segundo ciclo, el equipo interno de investigación analizó todos los criterios de diseño (preguntados explícitamente para cada c-unidad), las formas cómo estos se habían integrado en la c-unidad y las herramientas provisionales de evaluación, y se pusieron de manifiesto distintos aspectos:

- (a) Cuando los miembros de la CdI se proponen explicitar los criterios de diseño y de evaluación, raramente se refieren directamente a la CM o PMC, si no que recurren a la *descomposición* de estos conceptos en *distintas dimensiones o procesos de la actividad matemática* cuya integración a través del diseño de tareas ayudaría a promover la CM, por ejemplo: incorporar problemas o preguntas que permitan problematizar el conocimiento de los estudiantes o incorporar espacios donde los estudiantes puedan plantear nuevas

cuestiones (*formulación de cuestiones o problematización*), explorar, usar y combinar diferentes representaciones de los objetos/conceptos matemáticos (*combinación de representaciones*), establecer conexiones extra- e intra-matemáticas (*conexiones*), ofrecer herramientas para que los estudiantes puedan evaluar o validar sus propuestas (*evaluación/validación*), entre otras. La propuesta de esta descomposición y de las dimensiones o categorías a considerar se basó en los trabajos desarrollados en dos marcos teóricos principales, el del enfoque ontosemiótico (ver, por ejemplo, Malaspina & Font, 2010) y en de la teoría antropológica de los didáctico con la consideración de los momentos didácticos y de algunas propuestas de diseño de actividades matemáticas (Bosch & Gascón, 2014).

- (b) Hay la suposición compartida que la *creatividad matemática emergerá de la interacción e integración* de estas distintas dimensiones o procesos.

Partiendo de este primer análisis, se propusieron las primeras herramientas de evaluación, acordada por toda la CdI local y particularizada para cada c-unidad dependiendo de los criterios de diseño que el subgrupo de diseñadores hubiera acordado. Más concretamente, una vez el equipo de diseñadores habían acordado los criterios de diseño de la c-unidad, el equipo interno de investigadores analizaba las dimensiones o procesos que se proponían integrar (normalmente aparecían unas 6-8 dimensiones) y, a partir de aquí, se proponía la herramienta de evaluación del potencial de PMC. Una vez se había terminado con el diseño, se solicitaba al equipo de evaluadores (normalmente se solicitaba esta evaluación a miembros de la CdI que no habían formado parte del equipo de diseñadores de la c-unidad) valorar cada dimensión con una escala entre 1 (= integración débil de la dimensión) y 4 (= integración fuerte de la dimensión) dependiendo del grado de acuerdo sobre la integración de esta dimensión en la forma final de la unidad. La Figura 1 muestra dos representaciones de las evaluaciones obtenidas al finalizar en segundo ciclo de diseño de dos unidades distintas. En ellas, cada vértice se obtiene a partir de la puntuación media de cada categoría (donde la puntuación mínima es el centro del polígono regular y la puntuación máxima es cada uno de sus vértices). Así, la proporción del polígono interior respecto al exterior da una primera descripción gráfica-numérica del potencial del PMC de cada c-unidad y cada arista interior nos indica aquellas dimensiones que han sido mejor (o peor) integradas en el diseño final.

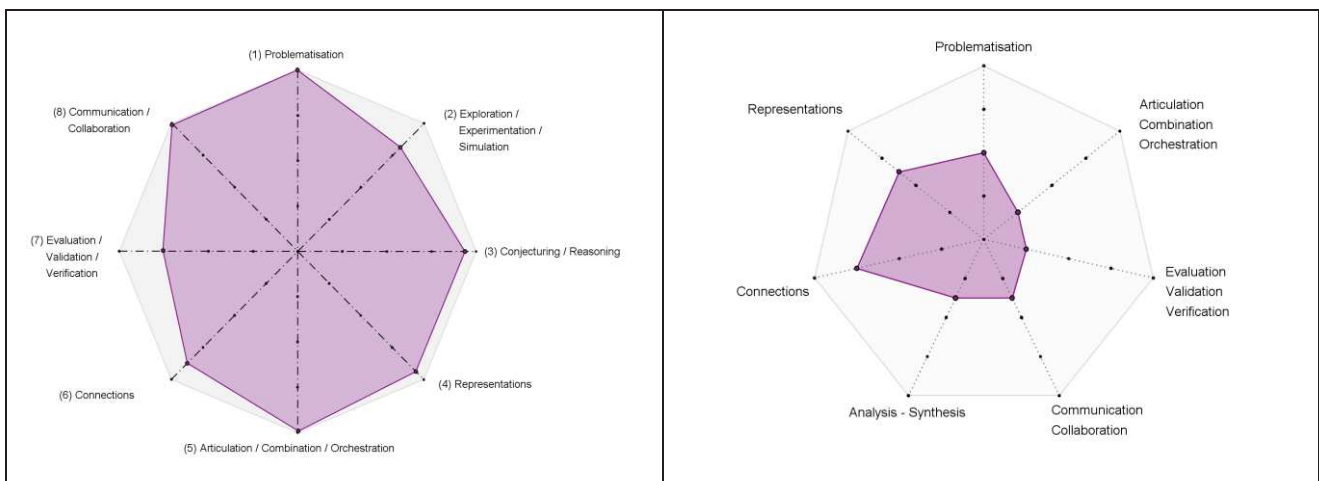


Figura 1. Dimensiones seleccionadas para la evaluación del potencial de CM de dos c-unidades y representación de su resultado gráfico-cuantitativo.

En estrecha relación al nivel anterior, el *segundo nivel de análisis* aparece ante la necesidad de realizar *cross-evaluación* (o evaluación por pares de CdI) que se proponen rediseñar una misma unidad. Otro de los objetivos del proyecto ha sido que las CdI colaboraran dos a dos en la adopción y el rediseño de c-unidades, junto con su pre-evaluación (cuando se recibe una unidad diseñada por

otra CdI) y post-evaluación (una vez se ha terminado con su rediseño) del potencial de PMC. La necesidad aquí emergida de tener que confrontar las herramientas evaluativas, desarrolladas independientemente por cada una de las CdI, puso de manifiesto la conveniencia de converger hacia unos criterios y una herramienta común. Ante esta difícil tarea, surgieron cuestiones muy interesantes sobre cómo se podían coordinar y complementar las herramientas propuestas por cada uno de los equipos de forma coherente. Finalmente, este segundo nivel de análisis llevó a buscar una herramienta común de evaluación del potencial de PMC que tomó forma de cuestionario que combinaba los criterios de evaluación propuestos por los cuatro equipos investigadores.

El diseño de este cuestionario puede considerarse una de las principales contribuciones frente a las cuestiones de investigación planteadas, en particular en relación a la segunda. Este cuestionario quedó compuesto por tres secciones. La *primera sección*, y más extensa, se centra en indagar en qué grado se integran los distintos procesos o dimensiones esenciales para la promoción de la CM y el PMC. Esta primera sección integra un total de cinco procesos o dimensiones (de las anteriormente definidas por la CdI española) pero ahora se seleccionan las que eran comunes a las cuatro CdI y que se podrían etiquetar bajo las siguientes cinco categorías: una más genérica, sobre el grado de (1) *Apertura* (de los problemas propuestos y herramientas previstas), *Versatilidad* (capacidad de adaptación de la c-unidad a diferentes grupos) y *Generalización*; las otras categorías son (2) *Problematización*, (3) *Conexiones*, (4) *Conjeturar y Explorar*, y (5) *Validar y evaluar*. Cabe comentar que esta categorización reduce las dimensiones con las que el equipo español había trabajado anteriormente pero permite quedarse con aquellas comunes a todos los equipos (de acuerdo con las distintas concepciones de PMC que entran ahora a interactuar y coordinarse). En el cuestionario aparecen una serie de afirmaciones que vienen a definir los indicadores que definen y caracterizan cada categoría. Por ejemplo, en relación a las (3) *Conexiones*, dos de los cuatro ítems incluidos, son:

1. The c-book unit provides users with opportunities to establish connections between different knowledge areas and mathematics (interdisciplinary/cross-disciplinary/external connections).
2. The c-book unit provides users with opportunities to establish connections between various representations of the mathematical concepts at stake (e.g. through a combination of widgets offering various representations).

O, en relación a (5) *Validar y Evaluar*, los dos ítems incluidos, son:

3. The c-book unit encourages users to formulate and check their mathematical conjectures.
4. The c-book unit stimulates to think about, reflect, summarize and evaluate the mathematical work already developed.

Además se añaden dos nuevas secciones, para referirse a los *aspectos sociales* (2ª sección) y *aspectos emocionales* (3ª sección) que también impactan en el potencial de promover la CM de las c-unidades, los cuales las otras CdI ya habían estado incluyendo en etapas de evaluación anteriores a la definición del cuestionario común. Cada una de estas secciones incluye tres ítems. Por ejemplo, sobre los *aspectos sociales* encontramos ítems como, por ejemplo: “The c-book unit stimulates user's collaboration / cooperation / interaction with other users.” O, “The c-book unit encourages the students to develop their mathematical communicative skills”. En relación a las *aspectos emocionales* encontramos, por ejemplo: “The c-book unit actively promotes engagement by generating a perception of usefulness of mathematics, either in everyday life, or inside the mathematical context”. La escala utilizada en estos ítems es la misma que anteriormente, y también pueden añadirse aspectos. En esta ocasión también se solicita que los miembros de la CdI que actúen de evaluadores, valoren cada ítem (de todas las secciones) con una escala entre 1 (= integración débil) y 4 (= integración fuerte) dependiendo del grado de acuerdo sobre la integración de esta dimensión en la forma final de la unidad. En las siguientes secciones ejemplificaremos el

uso de estas herramientas y metodología de evaluación del potencial de CM y PMC para una c-unidad concreta.

## **PROCESO DE DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UNA C-UNIDAD: ¿QUÉ ESCONDEN ESTAS RUINAS?**

La c-unidad en cuestión se propone presentar a los estudiantes (idealmente estudiantes de 2º-3º de la ESO) una investigación basada en una situación problemática donde la modelización geométrica tiene un papel esencial para poder dar respuesta a las cuestiones que se van planteando a lo largo de la investigación. El uso de soporte digital es indispensable, por un lado, para buscar información y validar estimaciones e hipótesis y, por otro lado, la aplicación de Geogebra facilita a los estudiantes trabajar con formas y las estructuras de las construcciones, localizándolas en mapas reales. Las actividades de esta c-unidad, inspiradas en una investigación real llevada a cabo por el Museo de Badalona (Barcelona), siguen una narración que trata de mantener la motivación de los estudiantes durante el progreso de su investigación sobre la principal pregunta sugerida: *¿A qué tipo de edificio público romano podría haber pertenecido el muro curvilíneo encontrado en la excavación arqueológica?*

Un total de seis miembros de la CdI española actuaron por unos meses como verdaderos arqueólogos y, a la vez, como diseñadores de la c-unidad. El diseño de la c-unidad fue organizada en las fases (descritas en la primera sección). El grupo diseñador estaba compuesto por miembros con distintos perfiles: investigadores en educación matemática, profesores de educación primaria y secundaria y expertos en diferentes temas de la unidad. En este sub-equipo de diseñadores, había distintos roles asignados, por ejemplo, una persona que actuó de principal diseñadora recogiendo todas las ideas y concretizándolas en el diseño de la c-unidad, o un moderador, que fue un miembro del equipo de investigación que coordinaba todas las etapas de proceso de diseño y también de evaluación.

La versión final de esta c-unidad queda finalmente estructurada en cuatro fases. Una *primera fase*, en la que se presenta la noticia del descubrimiento de unas ruinas romanas y se formulan las primeras cuestiones para que los estudiantes exploren y formulen las primeras conjeturas sobre a qué tipo de edificio se pueden corresponder las ruinas halladas; en una *segunda fase*, se invita a que los estudiantes exploren qué tipo de forma geométrica se ajusta mejor a la configuración real de las ruinas; la *tercera fase* se centra en la evaluación y validación de las primeras hipótesis y en el diseño del modelo de teatro según de canon de *Vitruvius*. Esta fase incorpora un aplicativo de Geogebra como herramienta central para simular en canon que se les da ya preparado y poder comprobar si se ajusta al mapa adaptado de las ruinas; finalmente, en la cuarta fase, se pide a los estudiantes la redacción de un informe final con las conclusiones de la investigación realizada.

Se trata de una unidad innovadora basada en el aprendizaje por indagación a partir de un contexto arqueológico problemático donde las matemáticas juegan un papel muy importante como herramienta clave de modelización de la situación presentada. Los estudiantes pueden aprender matemáticas mientras realizan la investigación que se les propone como si se tratara de una aventura, un viaje a la antigüedad. En el contexto de esta c-unidad —la arquitectura clásica— la creatividad y las matemáticas se convierten en potentes herramientas para ser usadas conjuntamente en el estudio del problema. Los aplicativos (o widgets) que los estudiantes encuentran en cada página de la unidad ofrecen progresivamente información útil que facilitará el aprendizaje y la consolidación de contenidos matemáticos relacionados con las propiedades de las curvas y, específicamente, la circunferencia. La autenticidad de la situación problemática y la necesidad de formular y validar progresivamente las conjeturas, a través del contraste con la realidad, hace posible que se dé una alta motivación entre el alumnado.

Con el objetivo de llevar a cabo esta investigación, la c-unidad ofrece al alumnado muchos enlaces a fuentes primarias (como al libro facsímil escrito por *Vitruvius*, un arquitecto clásico romano) y a

fuentes secundarias, así como a videos y otros recursos para obtener información verídica. Para asegurar la comprensión y la reflexión sobre contenidos matemáticos e históricos, la c-unidad propone actividades a lo largo de las cuales los estudiantes pueden formular conjeturas razonables gracias a la «imaginación informada» adquirida. El contexto arqueológico en esta ocasión ofrece un campo de estudio donde las matemáticas —con un papel indispensable para descubrir qué edificio esconde el subsuelo de la ciudad— se erigen como una herramienta muy útil y cercana a todo el alumnado participante que conecta con la realidad de la situación propuesta.

### Evaluación del potencial de promoción de la creatividad matemática

Un equipo de tres revisores de la CdI, que no habían formado parte del equipo de diseñadores, se encargó de la evaluación del potencial del PMC de la c-unidad aquí tratada. La evaluación fue organizada en 3 pasos. En primer lugar, se pidió a cada uno de los miembros evaluadores que realizara las tareas propuestas en la c-unidad y se les mandó entonces el cuestionario de evaluación (descrito en la sección anterior). En segundo lugar, cada revisor realizó la evaluación individualmente (de esta manera, sus opiniones no se vieron influenciadas por los otros evaluadores) y, posteriormente, la envió al moderador (que era un miembro del equipo interno de investigación). Finalmente, se pidió a los revisores que se reunieran con el moderador para presentar sus resultados y discutir si creían necesario añadir más ítems o categorías para la evaluación, de esta manera todos los miembros podrían calificar también estos nuevos ítems. La comunicación entre los revisores se realizó principalmente por correo electrónico, en una reunión común y a través del espacio de interacción del c-libro. A partir de aquí, el moderador calculó los estadísticos descriptivos obtenidos de las diferentes evaluaciones representadas en la Tabla 1.

Tabla 11. Análisis de la evaluación de las cualidades que potencialmente fomentan el PMC de la c-unidad.

	Media	Mdn	IQR	Min	Max
Categoría 1	3,69	4	1	2	4
Categoría 2	3,54	4	1	3	4
Categoría 3	3,21	3	1	1	4
Categoría 4	3,83	4	0	3	4
Categoría 5	3,83	4	0	2	4

Como resultado de su evaluación se observa, en primer lugar, que los miembros del CdI piensan que *Conjeturar y Explorar* (Categoría 4) y *Validar y Evaluar* (Categoría 5) son las características más potentes de la unidad (Media=3,83, Mdn=4), con opiniones muy homogéneas sobre ello (IQR=0). En sus comentarios los revisores se focalizan en el enfoque de indagación de la c-unidad. Por ejemplo, respecto a la Categoría 4 el revisor 1 comenta: “*Cuando las hipótesis se han validado se añaden nuevas preguntas abiertas y los estudiantes deben sacar conclusiones sobre su trabajo*”. Y el revisor 2: “*Uno de los puntos más fuertes de la unidad es que está basada en la indagación, explorando diferentes posibilidades y comprobando sus conjeturas*”. Respecto a la Categoría 5 los revisores comentan, por ejemplo, el revisor 1: “*El c-libro, además de trabajar con algunos conceptos curriculares, es una herramienta para escribir las diferentes reflexiones que aparecen durante el proceso de indagación*”. O bien, el revisor 2: “*Es muy interesante que puedan investigar con documentos reales del mismo periodo que están investigando. Los estudiantes tienen que comparar edificios actuales con clásicos. Es una buena manera de hacer reflexionar a los alumnos sobre la evolución humana*”.

Sobre las categorías de *Apertura, Versatilidad y Generalización* (Categoría 1) y *Problematización* (Categoría 2) han sido también altamente calificadas (Media= 3,69 and 3,54 respectivamente; Mdn=4), pero un poco más heterogénea (IQR=1). Según sus opiniones, los evaluadores aprecian especialmente que el c-libro empiece con una pregunta genuinamente abierta y que los estudiantes tengan muchas posibilidades a considerar para poder responder. Los revisores, respecto a la

Categoría 1, realizan comentarios como los siguientes: “La c-unidad ofrece diversas posibilidades de resolución (Google maps, Geogebra, ‘Geoportal urbanistic’, etc.). Además, la unidad va desde la construcción geométrica hasta la generalización del modelo de su construcción, basado en las reglas básicas de Vitruvius para la construcción de edificios públicos”. El revisor 2 especifica: “Se trata de un problema abierto a diferentes opciones pero el usuario puede investigar en una línea. Además anima a los estudiantes a usar múltiples estrategias para resolver un problema matemático y arqueológico”. Respecto a la Categoría 2, los revisores exponen, por ejemplo: “Los estudiantes tienen que formular diferentes hipótesis y después validarlas”. O bien: “La unidad incluye problemas no estándares y es original para los estudiantes”. Conexiones (Categoría 3) es la categoría calificada con menos puntuación (Media= 3,21; Mdn= 3) porque los revisores piensan que el c-libro está basado principalmente en geometría y se considera que las conexiones entre diferentes aspectos matemáticos podría mejorarse. No obstante, remarcan el gran potencial de la unidad para conectar diferentes disciplinas. Los comentarios reafirman la puntuación, por ejemplo: “La unidad promueve conexiones transversales entre matemáticas e historia. Trabajan con diferentes formas geométricas y posiciones relativas entre planos. Además tienen que trabajar con los conceptos de escala, perímetro, área y forma.” O el revisor 2, comenta: “La unidad es claramente interdisciplinaria y ofrece diferentes estrategias para resolver el reto. Aunque principalmente está basada en la geometría presenta oportunidades para establecer conexiones”.

Según el análisis del potencial de PMC realizado por los evaluadores, en general, todas las categorías están integradas de forma homogénea en el diseño definitivo de la c-unidad de forma similar, como se puede apreciar en la representación de la Figura 2. De forma similar a la Figura 1, la proporción rellena por el pentágono interior del pentágono exterior regular da una idea del potencial del PMC de la c-unidad. Cada vértice, de nuevo, representa la media de cada categoría (en una escala de 0 a 4).

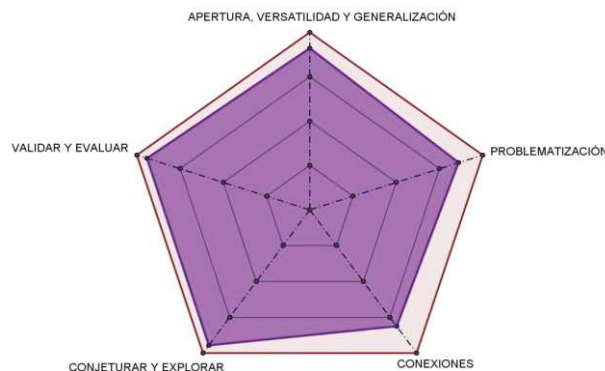


Figura 2. Categorías seleccionadas con las medias correspondientes a la evaluación de PMC.

Los diagramas de caja de la Figura 3 — en los que la barra gruesa representa la mediana— resumen la evaluación de todas las categorías.



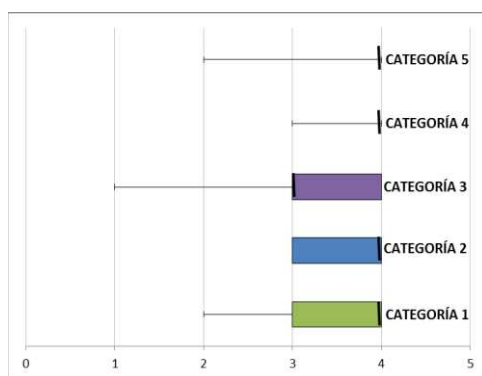


Figura 3. Diagramas de caja del resultado de la evaluación del PMC por categorías.

Respecto a los *Aspectos Sociales y Emocionales*, podemos fijarnos en la Tabla 2, donde se resumen las conclusiones a través de los mismos estadísticos calculados para las anteriores categorías.

Tabla 12. Análisis de los Aspectos Sociales y Afectivos que fomentan potencialmente el PMC de la c-unidad.

	Media	Mdn	IQR	Min	Max
Aspectos Sociales	3.75	4	1	3	4
Aspectos Emocionales	3.89	4	0	3	4

Por lo que se refiere a los *Aspectos Sociales*, los evaluadores están ampliamente de acuerdo en su integración en la c-unidad, con una cierta variabilidad de sus valoraciones (Media=3,75, Mdn=4, IQR=1). Aprecian que la c-unidad ofrezca oportunidades para colaborar con otros estudiantes para formular las hipótesis y buscar y contrastar soluciones. Además, subrayan que la c-unidad estimula las habilidades comunicativas, pues en muchas ocasiones tienen que explicar con sus palabras sus ideas y argumentar sus respuestas. No obstante, es importante remarcar que dos de los tres revisores consideran que el ítem sobre «espíritu competitivo» no debería ser evaluado, ya que según su opinión no es una característica importante para promover. El tercer revisor lo califica con la más alta puntuación argumentando que la c-unidad organiza las tareas de indagación de manera que se promueve una competición sana. Por otro lado, los evaluadores están totalmente de acuerdo en la integración de *Aspectos Emocionales* en esta c-unidad (Media=3,89; Mdn=4) con opiniones muy homogéneas (IQR=0). Los revisores comentan que el hecho de incluir una cuidada narrativa que pone en contacto matemáticas con arqueología ofrece un buen ejemplo del interés de usar matemáticas para resolver un problema histórico muy cercano a la cotidianidad de los estudiantes. Se menciona el diseño atractivo de la c-unidad: “*Contiene una narrativa interesante, una serie de cuestiones muy bien articuladas y detalladas fotos que promueven que los estudiantes se involucren*”. Por otro lado, los revisores afirman que “*los estudiantes podrán darse cuenta que las matemáticas son herramientas necesarias para entender nuestro mundo*”. Subrayan además que la narración histórica provoca la curiosidad y interés de los estudiantes para investigar y buscar en noticias y en diferentes documentos, cosa que aumenta su conocimiento en cultura general de manera natural.

## CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN

En este trabajo nos hemos centrado en presentar la respuesta (en permanente evolución) que, en el marco de proyecto MCSquared y a través del diseño y evaluación de un tipo muy particular de unidades didácticas, hemos construido ante la difícil cuestión de: *¿Qué herramientas de evaluación se pueden considerar para evaluar el potencial de creatividad matemática que presentan distintas propuestas didácticas?* Hemos querido poner especial énfasis en dos aspectos: el primero, ha sido el hecho de mostrar la progresiva construcción de estas herramientas a lo largo de los procesos

cíclicos de diseño de las c-unidades y, en segundo lugar, su uso y ejemplificación en la evaluación del potencial de creatividad matemática en el caso de una c-unidad concreta en la cual la indagación, la modelización de sistemas arqueológicos y la interacción y dialéctica de las matemáticas e historia ha jugado un papel esencial en su diseño. Nos queda pendiente en punto esencial que es el de comparar y contrastar la evaluación realizada en el propio proceso de diseño, con la que se podría realizar cuando estas llegan al aula y se pueda evaluar la real promoción de la creatividad matemática en los estudiantes. Dicho paso, nos llevará a tener que considerar nuevas y complejas cuestiones de investigación y a la necesidad de construir nuevas herramientas pero que completará un ciclo de diseño-evaluación-experimentación-evaluación esencial para entender el ámbito de validez de estos diseños y de los resultados de su evaluación.

## Referencias

- Barquero, B., Richter, A., Barajas, M. & Font, V. (2014). Promoviendo la creatividad matemática a través del diseño colaborativo de c-unidades. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 157-166). Salamanca: SEIEM.
- Bolden, D., Harries, T. & Newton, D. (2010). Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 143–157.
- Bosch, M., & Gascón, J. (2014). Introduction to the Anthropological Theory of the Didactic (ATD). In A. Bikner-Ahsbahr, S. Prediger (Eds.) *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 67-83). Cham: Springer.
- Fischer, G. (2001). Communities of Interest: Learning through the Interaction of Multiple Knowledge Systems. En S. Bjørnstad, R. Moe, A. Mørch, A. Opdahl (Eds.), *Proceedings of the 24th IRIS Conference* (pp. 1-14). Ulvik, Department of Information Science, Bergen, Norway.
- Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM Mathematics Education*, 29(3), 68-74.
- Kieran, C., Doorman, M., & Ohtani, M. (2016). Frameworks and principles for Task Design. In A. Watson & M. Ohtani (Eds.), *Task design in mathematics education: An ICMI Study 22* (pp. 19-81). New York: Springer.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129-145). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers.
- Leikin, R., Subotnik, R., Pitta-Pantazi, D., Singer, F.M., & Pelczer, I. (2013). Teachers' views on creativity in mathematics education: an international survey. *ZDM Mathematics Education*, 45, 309–324.
- Malaspina, U., & Font, V. (2010). The role of intuition in the solving of optimization problems. *Educational Studies in Mathematics*, 75(1), 107-130.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM Mathematics Education*, 3, 75-80.
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM*, 41(1-2), 13-27.
- Torrance, E. P. (1988). The nature of creativity as manifest in its testing. In R. J. Sternberg (Ed.), *The nature of creativity: Contemporary psychological perspectives*. New York: Cambridge University Press.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. Cambridge University Press.

---

<sup>1</sup> Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto MCSquared (<http://mc2-project.eu>) financiado por la Comisión Europea bajo el programa FP7 (Project no. 610467), Strategic Objective ICT-2013.8.1 "Technologies and scientific foundations in the field of creativity" y, seguido posteriormente, en el proyecto I+D+i: EDU2015-64646-P del Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España.