En la intersección del arte y la matemática[1]

Arnold Oostra
Profesor Universidad del Tolima
Becario 2003–2004 de la Fundación Mazda para el Arte y la Ciencia
Ibagué, Colombia
oostra@bunde.tolinet.com.co

Resumen

Se discuten tres trabajos de matemáticos colombianos referentes a la relación entre el arte y la matemática.

Introducción

Las matemáticas y en general la ciencia y la tecnología conocieron un avance extraordinario durante el siglo XX, pero el precio pagado por este progreso incluyó una excesiva especialización. En las últimas décadas las diferentes ciencias y disciplinas —y aún las diferentes especialidades dentro de las mismas— se disgregaron completamente: cada una adquirió su propia metodología, su propio estilo de comunicación y hasta su propia jerga. Una señal inequívoca de este aislamiento es que el problema de la clasificación de las ciencias —muy en boga hasta el siglo XIX cuando aún había interés por las visiones globales— desapareció completamente del panorama. Sin embargo, a veces sucede que una persona formada en una ciencia o disciplina especializada empieza a plantear preguntas epistemológicas sobre la misma, en particular a indagar sobre la relación que guarda su especialidad con otras ciencias y disciplinas.

¿Qué puede decirse sobre la relación de la matemática con otras ciencias? Muchas veces se dice que todas las disciplinas requieren de la matemática, pero el sentido de esa demanda no pasa de ser un empleo utilitario de ciertos resultados matemáticos, casi siempre considerados bastante sencillos en el edificio formal de esta ciencia. Al indagar un poco más se observa que hay poca o ninguna coincidencia conceptual de la matemática con las disciplinas que la emplean. Por ejemplo quienes ejercen la estadística o la física, aparentemente tan cercanas a la matemática, tienen una forma de pensar bien distinta a la de alguien que estudia matemáticas.

Parece que las actividades humanas cuya intersección conceptual con la matemática es más amplia y fructífera son la filosofía y el arte. En ninguna época pasada los grandes matemáticos fueron, a la vez, los grandes médicos o los grandes abogados o los grandes historiadores. En cambio los primeros matemáticos de la antigüedad griega eran filósofos. Siglos después, durante el renacimiento italiano, una figura cimera del arte fue también uno de los mayores matemáticos de su época: Leonardo. Sus pinturas más famosas —*La Gioconda* y *La Última Cena*— se distinguieron por ser pioneras en el uso de la perspectiva,

[1]Dedicado al Maestro Fernando Zalamea en su retorno al país

calculada matemáticamente. Un siglo más tarde el matemático Desargues escribió una guía para artistas sobre la perspectiva y este libro, redescubierto milagrosamente mucho después, se considera el primer texto de geometría proyectiva. Cabe anotar que la geometría proyectiva tuvo importancia inmensa pues fue considerada la geometría universal hasta el advenimiento de la topología.

Hay más ejemplos de personas dedicadas a la matemática que también hacían arte: el matemático Charles Lutwidge Dodgson es el mismo escritor y fotógrafo Lewis Carroll; Felix Hausdorff, uno de los fundadores de la topología, en su juventud estuvo dedicado a la literatura; el matemático colombiano Otto de Greiff —hermano del poeta León de Greiff—, quien escribía en el periódico reseñas de los conciertos de música clásica ofrecidos en Bogotá, en una ocasión dijo que vivía muy feliz porque entre los músicos pasaba por ser un gran matemático y entre los matemáticos pasaba por ser un gran musicólogo.

Aunque no se conocen estadísticas, parece que la mayoría de quienes se dedican a la matemática son personas aficionadas a la filosofía o al arte, en especial a la música. En el otro sentido puede observarse que en varias especialidades del arte —por ejemplo en la arquitectura, en el diseño de modas y en la cinematografía— se emplea la matemática de manera utilitaria y hasta inconsciente. Pero también hay artistas que toman de manera deliberada elementos conceptuales de la matemática para sus creaciones, sin duda el más conocido de ellos es M. C. Escher. Su litografía *Reptiles* (1943) [3], además de tener como elemento fundamental un grupo de simetrías planas, puede leerse como una representación de un fenómeno harto común en la matemática: los objetos, fijados mediante una definición, de repente parecen adquirir vida propia hasta que el estudio riguroso los hace regresar, enriquecidos y obedientes, a su lugar.

Cuando la persona dedicada a la matemática quiere mirar la intersección de esta ciencia con el arte o la filosofía, sin tener formación en estas disciplinas, quizás un primer paso consiste en revisar lo que otros matemáticos, con visión más amplia, han escrito sobre el tema. Este artículo es un primer ensayo en esa dirección pues consiste en la reseña de tres escritos de matemáticos colombianos sobre la relación entre arte y matemática. En algún futuro debería seguir un trabajo más profundo de integración o síntesis de las diversas visiones del problema adelantadas en estos documentos.

1. La Geometría en el arte y el diseño, de Rafael Mariño

El libro del profesor Mariño [8], publicado de manera reciente por la Universidad Nacional de Colombia, tiene una edición muy atractiva: viene en formato pequeño con pasta dura y contiene abundantes esquemas y reproducciones a todo color.

El trabajo *La Geometría en el Arte y el Diseño* puede verse como representante paradigmático de una gama de textos que desarrollan temas matemáticos y que, a la vez, explicitan con abundantes ejemplos la relación del material estudiado con el arte, la biología y la antropología. Entre otros integrantes de esta gama pueden destacarse la monografía clásica de Hermann Weyl sobre la simetría [15] y el texto de geometría de María Victoria Gutiérrez [7]. Cabe anotar que el libro de Mariño está dirigido a estudiantes universitarios de arte, arquitectura y diseño y que contiene ejercicios abundantes e interesantes.

En el prólogo, el autor cita la simetría como enlace obvio entre la matemática y el arte. Luego indica el criterio estético y la constante ejercitación como algunos de los paralelos existentes entre la actividad de los artistas y los matemáticos. También recuerda que muchos matemáticos ven su ciencia como un arte. Mariño ilustra su perspectiva con el fresco de Rafael *La Escuela de Atenas* que representa la filosofía —en el centro están Platón y Aristóteles— pero incluye entre muchos otros a Pitágoras y Euclides, todos reunidos en un edificio muy simétrico adornado con bellos mosaicos.

El libro *La Geometría en el Arte y el Diseño* está dividido en seis capítulos. En el primero, *Las bases de la Geometría y de la Topología*, el autor fija alguna terminología básica —dimensiones, polígonos, ángulos, cónicas— y también discute el teorema de Pitágoras, las geometrías no euclidianas y la topología combinatoria, estos últimos temas de manera informal pero muy clara. Entre las referencias al arte se destacan *Flatland* de Abbott, Dalí, el cubismo, algunos edificios de forma geométrica y, por supuesto, Escher. El capítulo 2, *Simetría*, presenta los movimientos rígidos planos, los distintos tipos de simetría resultante y un diagrama de flujo para clasificar cualquier diseño en alguno de los 17 grupos cristalográficos planos. Además de ilustrar la ubicuidad de la simetría en el diseño y la arquitectura, el autor presenta una muestra interesante de pinturas de distintas épocas y tendencias en las que la reflexión juega un papel importante. El tercer capítulo, *Mosaicos*, estudia las teselaciones clasificando de manera exhaustiva las regulares y las semirregulares. Además de mostrar un par de mosaicos del arte oriental, el autor discute las técnicas empleadas por Escher para lograr sus maravillosas teselaciones.

El capítulo 4 del libro del profesor Mariño está dedicado a *La proporción áurea y los números de Fibonacci*. Después de su definición y valor numérico, se presenta la aparición —casi mágica— de la proporción áurea en el pentágono regular. Por otro lado se estudian los números de Fibonacci, su presencia en la naturaleza y la convergencia de los cocientes de números sucesivos a la proporción áurea. Para Mariño la ubicuidad de la proporción áurea en las obras de arte es bastante discutible. En el capítulo 5, *Poliedros*, el autor comienza con la terminología básica de este tema, discute el teorema de Euler, luego clasifica los poliedros regulares y semirregulares y muestra cómo aparece la proporción áurea en el icosaedro regular. Para terminar el capítulo discute la presencia de poliedros regulares en tres muy interesantes obras de arte pictórico. En el capítulo 6, *Fractales*, se construyen algunas de estas figuras, se discute la autosimilitud y se introducen las dimensiones fractales, dando de paso los elementos básicos de variable compleja y de la convergencia de sucesiones. Aparte de una gama de fractales que son auténticas obras de arte, el autor discute la autosimilitud en la obra de Pollock.

Como conclusión, puede indicarse que para la didáctica de la geometría —y de la matemática en general—, la propuesta contenida en textos como *La Geometría en el Arte y el Diseño* ya no se puede ni se debe ignorar. Pero no solo en los cursos de matemáticas para la arquitectura y el diseño, también en las demás especialidades, incluida la matemática misma.

2. El arte de la matemática, de Carlos Vasco

Este artículo del profesor Vasco [13] corresponde a una conferencia que ofreció a un grupo de futuros bachilleres que mostraban especial interés por las matemáticas, cuando él se desempeñaba como docente de Álgebra Abstracta. El autor retomó varias de las ideas allí expuestas en el documento posterior *Las matemáticas ¿ciencia o arte?* [14].

En la introducción el profesor Vasco divide el tema en cuatro partes y advierte que las tratará de manera apenas breve. Las secciones que componen *El arte de la matemática* se muestran en la tabla siguiente.

1. El Arte como Matemática	4. La Matemática como Arte
3. El Arte en la Matemática	2. La Matemática en el Arte

En la primera parte, *El arte como matemática*, el autor indica que el artista combina y que algunos artistas han escogido la combinatoria, en tanto rama de las matemáticas, para hacer arte. Una tradición que practica la música como una rama de las matemáticas se extiende desde las armonías pitagóricas hasta los sintetizadores electrónicos, pasando por las fugas barrocas. La pintura como juego matemático se aprecia en las obras de Mondriaan y de Escher. La arquitectura como matemática también tiene una larga tradición, desde las pirámides de la antigüedad hasta el escultor-arquitecto Aníbal Moreno. Por supuesto la reflexión del profesor Vasco sugiere otros muchos ejemplos no incluidos en su texto, como la escultura geométrica *La Defensa* en París y los edificios circulares del arquitecto colombiano Rogelio Salmona.

El escritor sostiene en la sección *La matemática en el arte* que en ocasiones es imposible que el artista evite la irrupción de la matemática en su obra. En la arquitectura, por ejemplo, se imponen las formas geométricas. Según el profesor Vasco el Partenón de Atenas se ajusta a un rectángulo áureo, proporción maravillosa que también aparece en obras de Le Corbusier, Leonardo, Rubens, Seurat y Mondriaan. Y en *La Melancolía* de Durero aparece un cuadrado mágico de 16 casillas. Aquí también podrían aportarse algunos ejemplos no citados en el artículo como la *Galería de Grabados*, reconocida como una de las obras mejor logradas de Escher y en la que muchos matemáticos ven la representación de una superficie de Riemann.

En el apartado *El arte en la matemática* el profesor Vasco sostiene que, al revés, el arte aparece en contextos inesperados, incluso en la fría matemática. Es bien sabido que el matemático aduce criterios estéticos para muchas de sus decisiones. El autor cita aquí un trabajo de Seymour Papert sobre el inconsciente estético de las matemáticas donde se destaca, por ejemplo, la indiscutible carga estética de la fórmula $p^2 = 2q^2$ en la prueba de la irracionalidad de $\sqrt{2}$. Como ejemplos ajenos al artículo del profesor Vasco podrían citarse los fractales [10], los chrizoides [9] y las tablas de algunos grupos finitos [4, 6]. El profesor Alberto Campos en una ocasión reseñó un artículo interesante sobre el teorema más bello [1].

La cuarta parte de este artículo, titulada *La matemática como arte*, presenta un contraste entre los matemáticos que practican su disciplina como una ciencia formal y los que la practican como un arte. Los primeros son repetidores, quizás buenos profesores; pero solo los segundos son creadores.

> La actitud del matemático creativo es más la del artista. Dejar flotar la imaginación en las horas de soñar despierto; seguir las nubes en su vagar multiforme en los crepúsculos; oír la regularidad de las olas del mar o de los silbos del viento en la arboleda. Y perseguir sin cesar las conjeturas, los modelos, las quimeras, hasta que, de pronto, la inspiración surja con su luz deslumbrante.
>
> Así sea el redescubrir algo ya descubierto, o el reconstruir algo ya construido, esa emoción estética de la captación súbita de una solución, de una variación, de una definición alterna, es lo que hace de la matemática un arte, una actividad humana plena y profundamente satisfactoria.

La tesis del profesor Vasco en este valioso documento es que quien desea vivir la experiencia embriagante de la captación creativa, aparte de pensar en ser artista podría pensar en ser matemático.

3. Signos Triádicos, de Fernando Zalamea

Cinco años después de su culminación y habiendo ganado un importante premio internacional, lamentablemente el extraordinario ensayo *Signos Triádicos* [16] sigue inédito.

En la introducción, el profesor Zalamea destaca la importancia de los cruces entre grandes entornos de la cultura. El aislamiento de las disciplinas hace perder la visión del universo como un todo; por el contrario, la arquitectónica pragmática de Charles Peirce provee un arsenal de instrumentos naturales de cruce y así se constituye en una vía metódica para la recuperación en la actualidad de la universalidad griega. Empleando la metodología peirceana, en este ensayo se hacen múltiples estudios de caso sobre cruces conceptuales entre la matemática, la lógica y la estética, circunscritos al arte latinoamericano del siglo XX y a la lógica matemática contemporánea.

El libro *Signos Triádicos* comprende diez capítulos. En el capítulo 0 el autor presenta de manera esquemática las ideas consideradas fundamentales en el edificio filosófico de Peirce y que son también fundamentales en la construcción y comprensión de este ensayo. En cada uno de los nueve capítulos restantes presenta de manera conceptual primero la obra de un artista latinoamericano del siglo XX; luego la obra de un lógico matemático; en tercer lugar presenta las ideas importantes en las que coinciden las dos expresiones y discute la razón para ubicarlos en ese lugar. La siguiente es la tabla de contenido de *Signos Triádicos*.

3.1	Roberto Matta	Per Lindström	Estructuras límite
3.2	Jorge Luis Borges	Alfred Tarski	Estructuras esqueleto
3.3	Joaquín Torres-García	Peter Freyd	Estructuras universo

Según el profesor Zalamea, la lógica nace en el fecundo cruce entre la matemática y la filosofía, mientras la estética es hija de esta última. La lógica persigue la verdad mientras la estética busca lo bello, pero en esas indagaciones se observan los mismos estratos: la plenitud, la relacionalidad y la generalidad. La matemática a su vez, en su labor de construir cruces entre lo concreto y lo abstracto, siempre ha inspirado la belleza mientras persigue la libertad. Un importante punto común entre el arte y la matemática es la riqueza transpositiva de ambos; entre la lógica y el arte, que se trata de lugares de enlaces. El principio director de *Signos Triádicos* es que la traducción entre estas disciplinas es posible, natural y ubicua.

Es en este punto donde el pensamiento peirceano puede jugar un papel, pues en su sistema filosófico los enlaces, los cruces y las traducciones son naturales. Charles S. Peirce (1839–1914) fue un científico, filósofo y pensador norteamericano, prolífico en extremo pero poco conocido. En el edificio filosófico que fue construyendo a lo largo de su vida pueden distinguirse cinco armazones que se imbrican constantemente. El profesor Zalamea los compara con los cinco elementos fundamentales en la construcción de una catedral, así: los pilares estructurales son las tres categorías; los arbotantes corresponden a la máxima pragmática; los botareles a la semiótica; el diseño de extensión y altura es la doble adjunción entre generalidad y vaguedad; la crucería es la clasificación de las ciencias. A continuación se dan algunos detalles.

Peirce distingue tres categorías que están presentes de manera simultánea en todo fenómeno, aunque esta generalidad necesariamente conlleva su indeterminación y vaguedad. Los nombres dados por el pensador son reflejo de estas características: la *primeridad* detecta lo inmediato, lo independiente de cualquier referencia; la *segundidad* es la categoría de los hechos, de las acciones y reacciones; la *terceridad* es la mediación, el diálogo y la síntesis. En otro ensayo —titulado *El Signo de Jonás*— el profesor Zalamea destaca en el arte norteamericano decimonónico la preocupación por el *más allá* frente al *aquí y ahora*, lo cual permite ver las categorías propuestas por Peirce en diversas pinturas de su época.

El autor de *Signos Triádicos* formula la máxima pragmática de Peirce como sigue.

> La comprensión de un signo arbitrario *actual* se obtiene al contrastar todas las reacciones *necesarias* entre las interpretaciones del signo, al recorrer todos los *posibles* ámbitos interpretativos.

Así, la máxima es un sofisticado haz de filtros para decantar la realidad y señala el conocimiento como contextual, relacional, modal y sintético.

Las categorías fenomenológicas y la máxima pragmática son las herramientas metodológicas empleadas de manera más evidente por el profesor Zalamea en su ensayo sobre matemática, estética y lógica. Respecto a los demás elementos fundamentales del pensamiento peirceano, baste decir aquí que para Peirce *todos* los signos son triádicos y que en la clasificación peirceana de las ciencias la matemática ocupa el lugar 1, la filosofía es 2, la estética es 2.2.1 y la lógica es 2.2.3.

Finalmente cabe resaltar el paralelo que establece el autor de *Signos Triádicos* con el escrito *Palomar*, de Italo Calvino. Este libro también consta de nueve esbozos literarios clasificados e imbricados de manera triádica. La motivación para el lugar de cada uno es muy similar a la del profesor Zalamea y, por tanto, a las categorías peirceanas.

A manera de ilustración, en seguida se presentan breves reseñas de dos capítulos de *Signos Triádicos*.

1.3. Rulfo y da Costa: Arquetipos y simultaneidades

El escritor mexicano Juan Rulfo (1917–1986) publicó solamente dos libros, la colección de cuentos *El Llano en Llamas* (1953) y la novela corta *Pedro Páramo* (1955). El segundo ha sido reconocido como un auténtico clásico —en el sentido estricto dado por Italo Calvino a esa palabra— y uno de los mayores éxitos literarios de mediados del siglo XX. Rulfo alcanza una inmensa generalidad y riqueza estética gracias a la decantación, a una prosa depurada en extremo y a una polisemia muy diversificada.

La obra *Pedro Páramo* comienza como sigue.

> Vine a Comala porque me dijeron que acá vivía mi padre, un tal Pedro Páramo. Mi madre me lo dijo. Y yo le prometí que vendría a verlo en cuanto ella muriera.

Pero hacia la mitad de la novela el lector descubre con el personaje que éste ha estado narrando desde su tumba. Los personajes son todos muertos y por ello el tiempo y el espacio de la novela están rotos. En el contrapunto empleado por el autor surgen silencios, hilos colgantes y escenas cortadas, el tiempo simultánteo se funde en un no-tiempo. Todo va acompañado de un regreso al mito como construcción libre, como arquetipo.

El arquetipo, modelo original y primigenio que se materializa pragmáticamente en muchos tipos, es eminentemente contradictorio. El arquetipo se renueva y se materializa constantemente en las culturas y por ello en él conviven de manera simultánea los diferentes tipos, que bien pueden estar opuestos entre sí.

En la primera mitad del siglo XX el estudio de las contradicciones había sido desterrado de la lógica matemática. Casi en todos los sistemas formales se asumía una ley de no-contradicción según la cual la validez simultánea de una proposición y su negación de inmediato obliga la validez de todas las fórmulas, trivializando así el sistema. Sin embargo Gödel mostró que la matemática clásica puede vivir muy cerca de las contradicciones. La única salida que permitiría un estudio de las contradicciones era la introducción de una lógica nueva, hecho que se dio en los años 60 a partir de un breve trabajo pionero del lógico brasileño Newton da Costa (1929).

La lógica paraconsistente fundada por da Costa se caracteriza porque admite cierto tipo de contradicciones sin trivializarse. Pudiera pensarse que esto fue solo una curiosidad, pero en realidad abrió una inmensa línea de investigaciones a nivel mundial. En Colombia el profesor Manuel Sierra ha propuesto toda una gama de lógicas paraconsistentes, por ejemplo añadiendo al cálculo proposicional clásico una negación alterna además de un operador de inconsistencia y uno de completez [11]. Resulta significativo que estas ideas se hayan propuesto precisamente en América Latina.

De esta manera en la lógica también surgen arquetipos donde conviven los opuestos y que se caracterizan por su libertad, matemática y estética. El mismo da Costa repitió la siguiente frase de Cantor.

> La esencia de la matemática radica en su completa libertad.

Rulfo y da Costa, de regreso a los arquetipos y las simultaneidades, están en el lugar 1.3: primero por la originalidad, tercero por la integración de las simultaneidades. En 1.3 de Palomar se contempla la luna, que también aparece en algunos cuentos de Rulfo: primigenia y simultáneamente de varios colores.

3.2. Borges y Tarski: Estructuras esqueleto

En la prosa del argentino Jorge Luis Borges (1899–1986) puede discernirse un cruce permanente entre ciertos símbolos y múltiples interpretaciones de los mismos. Borges toma una idea singular de la filosofía, la lógica o la matemática y la transforma poéticamente en lugares plurales de la realidad cotidiana: al recorrer estos múltiples contextos en su escritura es posible vislumbrar el concepto subyacente. Tal vez eso explica la presencia de elementos recurrentes en sus ficciones: el laberinto, el espejo, la referencia al libro, el mundo alternativo. El esqueleto de la idea se encarna en múltiples modelos de la realidad.

Uno de esos grandes conceptos en Borges es el infinito, llamado por él "el corruptor y desatinador de los otros". En diversos escritos la idea del infinito surge como un tiempo no lineal: a veces elástico, a veces cíclico, periódico o circular, a veces ramificado, a veces reversible. En otras ficciones explora el infinito como totalidad, y en otras aparece como una red creciente de innumerables relaciones que abarcan todas las posibilidades.

En el *Examen de la obra de Herbert Quain* (1941) Borges comenta una imaginaria novela regresiva y ramificada: el tiempo se invierte abriendo un haz de pasados posibles. Al fin del comentario se vislumbra por un momento la posibilidad de infinitas ramificaciones. En *La Biblioteca de Babel* (1941) el autor trata de describir la inmensidad de un número que, aunque gigantesco, es finito porque surge de recorrer todas las posibilidades de un número finito (y pequeño) de signos generadores. En *El jardín de senderos que se bifurcan* (1941?) se desecha explícitamente el infinito periódico, cíclico y circular para expresar su totalidad más bien como una trama de posibilidades ramificadas, paralelas y cruzadas. En *El Aleph* (1949) Borges transmite su asombro ante el infinito de posibilidades simultáneas concentradas todas en "una pequeña esfera tornasolada".

El lógico polaco Alfred Tarski (1902–1983) realizó sus aportes principales a la teoría de conjuntos, ciencia matemática del infinito, investigando el esqueleto cardinal del universo conjuntista. En ese tema habían surgido muy temprano dos problemas importantes: el axioma de elección (AE: dada cualquier familia de conjuntos, existe un conjunto que elige algún elemento de cada integrante de la familia) y la hipótesis generalizada del continuo (HGC: dado cualquier cardinal infinito α, no existe cardinal entre α y 2^{α}). Tarski se inscribió en el programa propuesto por Sierpiński de estudiar de manera sistemática las consecuencias de AE. Por un lado, propuso la sorprendente Paradoja de Banach-Tarski:

si vale AE, cualquier esfera puede descomponerse en piezas que luego se recomponen en dos esferas del mismo radio que la original. Por otra parte, Tarski probó que HGC implica AE; que ciertas propiedades de la aritmética cardinal implican AE; que la equivalencia de diversas definiciones de conjunto infinito implica AE.

Entre otros muchos aspectos adicionales de la obra de Tarski, vale la pena mencionar la introducción de los cardinales inaccesibles cuya existencia permite construir modelos para la teoría de conjuntos. De hecho, contribuyó de manera importante a la fundación de la teoría de modelos, herramienta poderosa de la lógica actual: dada una teoría sintáctica formal, pueden construirse muchos modelos semánticos donde ella se interpreta.

Las similitudes entre la obra de Borges y la de Tarski resultan bastante evidentes: ambos recorren el laberinto del infinito, de los múltiples infinitos; ambos construyen modelos tratando de encarnar el esqueleto de una idea; los cardinales inaccesibles de Tarski corresponden al Aleph de Borges. ¿Por qué Borges y Tarski se ubican en el lugar 3.2? Porque se trata de una idea, límite tercero de ideas, que se va encarnando en un proceso reactivo segundo entre abstracción y realidades, entre símbolo e interpretaciones, entre esqueleto y modelos. En 3.2 de *Palomar*, el señor Palomar

> ahora necesitaba una gran variedad de modelos, tal vez transformables el uno en el otro según un procedimiento combinatorio, para encontrar aquel que calzase mejor en una realidad que a su vez estaba siempre hecha de muchas realidades diversas, en el tiempo y en el espacio.

Conclusión

Los tres escritos reseñados en esta nota representan tres modos en que puede abordarse el problema de la relación entre el arte y la matemática. El profesor Mariño mira el arte desde la matemática, tratando de descubrir reflejos del trabajo matemático en diversas obras de arte. El profesor Vasco mira diversas interacciones entre el arte y la matemática, buscando también reflejos del arte en la matemática y del artista en el matemático. Finalmente el profesor Zalamea mira en un amplio espectro la síntesis entre arte y matemática, buscando el estrato común entre estas actividades humanas. ¿Qué tienen en común estos trabajos? En sus diferentes enfoques, todos constituyen evidencias de la unidad conceptual que existe entre la matemática y el arte. En algunos puntos vertiginosos incluso sugieren la unidad de estas disciplinas con la misma naturaleza, externa a la mente y a la creación humanas.

Para terminar pueden recordarse algunas citas de personas sobresalientes en el arte o la matemática quienes de alguna manera se refirieron al tema tratado aquí. Hermann Weyl (1885–1955), uno de los más brillantes matemáticos alemanes del siglo XX, expresó lo siguiente.

> Creo que... en la matemática misma, en contraste con las disciplinas experimentales, hay un carácter que está más cerca al del libre arte creativo.

Practicada como arte, la matemática también se puede enseñar como arte. Tal visión de la matemática nunca descuidará el estudio de la cultura en la cual ella está inserto y de las culturas que le dieron su forma actual, como lo señaló el importante matemático colombiano Alonso Takahashi.

> La matemática, como parte del saber humano, no puede separarse de la cultura [12].

Por otro lado algunos artistas —casi siempre más locuaces que los matemáticos— han hecho referencia al papel de la matemática. El destacado crítico literario, semiólogo y novelista italiano Umberto Eco escribió lo siguiente.

> Sólo en las ciencias matemáticas, como dice Averroes, existe identidad entre las cosas que nosotros conocemos y las cosas que se conocen en modo absoluto.
>
> Los conocimientos matemáticos son proposiciones que construye nuestro intelecto para que siempre funcionen como verdaderas, porque son innatas o bien porque las matemáticas se inventaron antes que las otras ciencias. Y la biblioteca fue construida por una mente humana que pensaba de modo matemático, porque sin matemáticas es imposible construir laberintos [2].

El francés Pierre Francastel (1900–1969), en el concepto del profesor Zalamea "uno de los más incisivos y originales críticos de arte del siglo XX" [16], se refirió del modo siguiente a la relación entre el arte y la matemática.

> El arte y las matemáticas son los dos polos de todo pensamiento lógico, los modos mayores del pensamiento de la humanidad. Ambos desembocan no en actos sino en esquemas institucionales de pensamiento y de acción totalmente irreductibles a cualquier otro.
>
> Lo mismo que el matemático combina esquemas de representación y de previsión en los que lo real se asocia a lo imaginario, así el artista confronta elementos de representación con otros que proceden de una problemática de la imaginación. En los dos casos, el dinamismo de un pensamiento que toma conciencia de sí mismo al expresarse y materializarse en signos-enlace sobrepasa, engloba, los elementos de la experiencia y de la lógica propia del espíritu.
>
> Lo mismo que el arte, las matemáticas poseen un carácter dualista gracias al cual ambos se elevan hasta el último grado de abstracción, incluso estando anclados en lo real. Gracias a eso, tanto el simbolismo matemático como el simbolismo plástico conservan su carácter operativo [5].

Enraizadas profundamente en la realidad, el arte y la matemática comparten la libertad absoluta de la abstracción. En vaivén constante entre imaginación y realidad, tanto el artista como el matemático se ocupan en construir signos siempre cambiantes que intentan captar y expresar lo vislumbrado.

Bibliografía

[1] CAMPOS, A., *El más bello teorema*. Memorias del VII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 1996. Páginas 25–52.

[2] ECO, U., *El Nombre de la Rosa*. Lumen, Barcelona, 1982.

[3] ESCHER, M. C., *Estampas y Dibujos*. Taschen, Köln, 1992.

[4] FRALEIGH, J., *A First Course in Abstract Algebra*. Third edition. Addison-Wesley, Reading (Massachusetts), 1982.

[5] FRANCASTEL, P., *La realidad figurativa*. Paidós, Barcelona, 1988. Párrafos citados en [16].

[6] GARCÍA, M.; GÓMEZ, J.; OOSTRA, A., *Simetría y Lógica: La notación de Peirce para los 16 conectivos binarios*. Memorias del XII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 2001. Páginas 1–26.

[7] GUTIÉRREZ, M., *Notas de Geometría*. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, 1992.

[8] MARIÑO, R., *La Geometría en el Arte y el Diseño*. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, 2004. 184 + xii páginas.

[9] MORENO, A., *Estructuras visibles en los números perfectos y π*. Memorias del XIII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones y I Encuentro de Aritmética. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 2002. Páginas 299–337.

[10] RUBIANO, G., *Fractales para Profanos*. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Bogotá, 2000.

[11] SIERRA, M., *Lógica básica paraconsistente y paracompleta y algunas de sus extensiones*. Revista Universidad EAFIT **40** (2004) 60–105.

[12] TAKAHASHI, A., *El maestro y su oficio*. Revista Universidad Nacional **26** (1992) 19–26.

[13] VASCO, C., *El arte de la matemática*. En: *Un nuevo enfoque para la Didáctica de las Matemáticas, I*. Serie Pedagogía y Currículo, Ministerio de Educación Nacional, 1984. Páginas 100–105. Segunda edición 1996, páginas 105–110. Reimpreso en: Carlos Vasco, *El Enfoque de Sistemas en la Enseñanza de la Matemática*. Editorial Norma, Bogotá, 1986. Páginas 42–51.

[14] VASCO, C., *Las matemáticas ¿ciencia o arte?* Revista Innovación y Ciencia, Asociación Colombiana para el Avance de la Ciencia **4** No. 4 (1995) 30–37. Reimpreso en: Carlos Vasco, *Artículos Selectos sobre Didáctica de las Matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional, 2005. Páginas 1–10.

[15] WEYL, H., *Simetría*. McGraw-Hill, Madrid, 1991.

[16] ZALAMEA, F., *Signos Triádicos: Nueve estudios de caso latinoamericanos en el cruce matemáticas-estética-lógica*. Inédito, 2000. 203 páginas. Premio de Ensayo Literario Hispanoamericano "Lya Kostakovsky", México, 2001.