

EL PROCESO DE MODELACIÓN MATEMÁTICA. UNA MIRADA A LA PRÁCTICA DEL DOCENTE

Jhony Alexander Villa-Ochoa, Carlos Bustamante Q, Mario Berrio A., Anibal Osorio C., Diego Ocampo B.
Grupo de Investigación en Educación Matemática e Historia (UdeA- Colombia Eafit).

Universidad de Antioquia
javo@une.net.co

Campo de investigación: Modelación matemática, formación de profesores Nivel: Básico

Resumen. Se presentan los resultados parciales de una investigación que pretende dar cuenta del papel que cumple el proceso de modelación matemática en las aulas escolares de una subregión colombiana. En particular, se muestran las características de una de las tipologías de profesores, a saber, aquellos docentes en los cuales existen divergencias entre lo que afirman que debe ser la educación en matemáticas y lo que verdaderamente ejecutan en las aulas de clase. Dicha tipología ha sido detectada mediante la interpretación de las observaciones de las sesiones de clase y algunos cuestionarios y entrevistas. Finalmente se establecen algunas implicaciones sobre lo que significa conocimiento del profesor de matemáticas en el campo de la modelación matemática.

Palabras clave: modelación matemática, conocimiento del profesor, sentido de realidad

Introducción

El estudio de los problemas del *mundo real* ha sido fuente de inspiración para que muchos matemáticos construyan nuevas teorías y modelos que expliquen y solucionen problemas de un fragmento de esa realidad. Adicionalmente, algunos investigadores en Educación Matemática destinan parte de sus esfuerzos hacia el estudio de dicha realidad, sus vínculos con el conocimiento matemático y su aprovechamiento como recurso en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Como fruto de estos esfuerzos, ha llegado a consolidarse un campo de investigación denominado “*Modelling and Applications in Mathematics Education*” (Blum, Galbraith, Henn, & Niss, 2007). Algunos investigadores sugieren que parte de los resultados en este campo de investigación formen parte del llamado *conocimiento del profesor de matemáticas* (Doerr, 2007; Doerr & Lesh, 2003; Schorr & Lesh, 2003), en parte, por las múltiples ventajas que este proceso representa en la construcción de conceptos matemáticos y porque son los profesores, uno de los agentes que influyen de forma directa en el aprendizaje de los conceptos matemáticos en las aulas escolares.

La inclusión de la modelación como un proceso en la clase de matemáticas en Colombia se propone desde 1998 con la presentación, por parte del Ministerio de Educación Nacional (MEN), del documento de los Lineamientos Curriculares en donde además se sugiere el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la implementación de otros cuatro procesos, a saber: el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (MEN, 1998, p. 18). De manera complementaria, el MEN (2006) establece que la educación matemática en Colombia debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos. En este sentido, la modelación debe ser uno de los procesos que al desarrollarse en las aulas de clase permite alcanzar este ideal de educación. Para profundizar en la noción de *modelación* el MEN (2006) parte del concepto de modelo, el cual entiende en los siguientes términos:

Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también “una estructura”– que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. (p.52)

Con base en esta idea, el MEN equipara el concepto de modelación con el concepto de matematización de Hans Freudenthal estableciendo que *“La matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente”* MEN (2006, p. 53). Puede observarse así una estrecha relación entre los procesos de modelación y resolución de problemas sin establecer los límites de cada uno de estos éstos. En esta investigación se asumen la modelación y la resolución de problemas como dos procesos diferentes, pero en algunos casos, con características similares. Así, la resolución de problemas incorpora el uso de diferentes contextos, por ejemplo: intra-matemáticos, artificiales, de otras ciencias, y de la *vida real* etc. Cuando la solución de problemas aborda los dos últimos contextos con el ánimo de construir un modelo matemático para solucionar dichos problemas, tiene un significado análogo al de la modelación. Por tal razón entendemos la modelación como una actividad que va mas allá de la generalizada idea de construir modelos, para ubicarse en la noción de *práctica implicada en la solución de problemas*

reales mediante la construcción, (re)elaboración e interpretación de modelos. En consecuencia, cuando en este documento se hable de *problemas*, se asumirá como *problemas en contextos reales de modelación*. Por *contextos reales de modelación* se entienden aquellos contextos cotidianos, sociales, culturales, de consumo o de otras ciencias; en los cuales los estudiantes se ven enfrentados a la identificación y manipulación de datos, y a la simplificación y abstracción de cantidades y variables con miras a la construcción del modelo para su resolución. Cabe anotar que al interior de las aulas escolares, en ocasiones se acostumbra usar más el término *resolución de problemas* del mundo real, que *modelación*.

Lo que dicen los profesores y lo que verdaderamente hacen sobre la modelación en las aulas escolares de matemáticas

En el desarrollo de este trabajo se asume como método de investigación a los estudios de caso. Para tal efecto se entiende como estudio de caso al “*método empleado para estudiar a un individuo o una institución en un entorno o situación única y de una forma lo más intensa o detallada posible*” Salkind (1999, p. 211).

En este documento se presentan las características de una tipología de profesores, la cual se estableció a partir de confrontación entre las observaciones durante tres meses de las sesiones clase, las bitácoras de dichas observaciones, un cuestionario y una entrevista. Los *casos* reportados corresponden a dos profesores con más de 10 años de experiencia docente en los niveles de Educación Básica secundaria (11 a 15 años). En dichos profesores se observa un desfase entre lo que *expresan* sobre la importancia de las matemáticas y algunas formas de enseñanza, y lo que *su práctica educativa refleja* al interior del aula de clase. En la Tabla 1 se presentan algunas de las afirmaciones que los *dos casos* establecieron frente algunos tópicos de las matemáticas escolares, y las respectivas manifestaciones al interior del aula de clase.

TÓPICO	AFIRMACIONES	ACCIONES EN EL AULA
El papel de las matemáticas en el currículo escolar.	<p>“Las matemáticas deben ofrecer al estudiante el desarrollo de habilidades para resolver problemas e interpretar el mundo” Profesor 1</p> <p>“[Las matemáticas] ayudan al</p>	<p>Los temas son presentados siguiendo la secuencia: <i>Introducción</i> → <i>Definición del concepto</i> → <i>Explicación</i> → <i>Ejemplos</i> → <i>Ejercicios y/o Aplicaciones</i>.</p>

	<i>desarrollo del pensamiento</i> ". Profesor 2	
El papel de los "problemas reales" en la enseñanza de las matemáticas	<i>"Son muy importantes porque permiten ver las aplicaciones de la matemática"</i> Profesor 1.	Se presentan una colección de ejercicios recopilados de varios libros de texto. Dichos ejercicios, favorecen la ejercitación algorítmica y algunos pocos se presentan en forma de problemas en contextos artificiales. Profesor 1
	<i>Se deben explicar algunos ejercicios de aplicación a problemas reales de otras ciencias.</i> Profesor 2	Los ejercicios prestados son tomados de algunos libros de texto, sin embargo en este caso, algunos "problemas de palabras" incluían sugerencias por parte del maestro y preguntas que les permitieran orientar la atención del estudiante en su resolución. Profesor 2.
La modelación como un proceso.	Se deben resolver problemas de traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático. Profesor 1y2	Los ejercicios y "problemas" eran presentados a los estudiantes sin ninguna sugerencia adicional, salvo indicaciones verbales como "lean bien..." "debe entender qué le están preguntando..." Profesor 1.
	<i>"Hay que enseñarle al estudiante a que resuelva problemas de la vida real"</i> Profesor 1	Los problemas presentados al estudiante, aunque estaban en contextos artificiales, tenían algunas indicaciones por parte del profesor, por ejemplo: entienda bien el problema, saque las preguntas, miren bien las cantidades que intervienen, analice si son constantes o no, establezca relaciones entre las cantidades, escriba el problema en símbolos. Profesor 2.
	<i>"Se les debe ayudar [a los estudiantes] a identificar las variables y las relaciones para crear la fórmula".</i> Profesor 2	

Tabla 1. Algunas afirmaciones y sus manifestaciones en el aula de una tipología de profesor.

Ambos profesores han sido parte de programas de formación continuada de profesores, en los cuales han abordado temas relativos a la implementación de los Lineamientos y Estándares Curriculares para el área de matemáticas. (MEN, 1998, 2003)

Para estos profesores las matemáticas deben ocupar un lugar imprescindible en los currículos escolares, en parte, por los aportes que tiene en la formación de un pensamiento lógico y crítico. Sin embargo, consideran que dichos aportes se alcanzan promoviendo *“la actividad de transmisión”* de las matemáticas y fortaleciendo la ejercitación procedimental. En la introducción a los temas, el profesor 1 generalmente hace una breve síntesis de los contenidos anteriores que le permitan articularse con el nuevo tema. *“En la clase pasada vimos que...eso nos permite ver que...”*. De otro modo, el profesor 2 utiliza actividades como: adivinanzas, juegos de estrategias, reflexiones y algunos *“problemas de palabras”* que en la mayoría de los casos traducían relaciones literalmente del lenguaje verbal al matemático (*el doble de un número $\rightarrow 2x$*). Si bien estas actividades contribuían a que los estudiantes se dispusieran para el nuevo concepto, no siempre eran situaciones en las cuales se podrían observar cimientos para el concepto a abordar. En el siguiente diálogo, se observan algunos argumentos presentados por uno de los profesores frente al uso de los problemas en la clase de matemáticas.

Investigador : *¿Por qué los problemas se dejan para lo último como ejercicios de aplicación?*

Profesor 2 : *Pues porque los estudiantes deben saber que las matemáticas son más que fórmulas y que se pueden aplicar a problemas.*

Investigador : *¿Pero los pueden trabajar [los problemas] antes de ver [estudiar] los temas?*

Profesor 2 : *Y ¿cómo las van ver si no las conocen? necesitan saber las matemáticas para poderlas aplicar.*

Investigador : *O sea que entonces ¿no se podrían utilizar algunos problemas de la vida real para poder introducir los conceptos?*

Profesor 2 : *Sí, pero tienen que ser sencillitos, porque los estudiantes todavía no saben de las matemáticas que se van a aplicar. Además, eso gastaría mucho tiempo.*

Es claro entonces que para este profesor, las matemáticas tienen vínculos con los problemas del *“mundo real”* pero sobre todo desde las *aplicaciones* y poco desde un verdadero ejercicio de modelación. Además el poco uso de los problemas de modelación para la introducción de los conceptos matemáticos se justifica en el *“poco conocimiento del estudiante”* frente al tema; de esta forma, puede observarse la concepción *“las matemáticas deben conocerse primero para*

poder aplicarse". Por otro lado, los "problemas del mundo real" aparecen vinculados a contextos ideales y simplificados, en los cuales los estudiantes no son sometidos a un verdadero proceso de experimentación, simplificación y abstracción tal y como son descritos en Bassanezi (2002)

Desde el punto de vista de la práctica dentro del aula de clase, se observa cierta diferencia entre el profesor 1 y el profesor 2. Mientras el primero utiliza una práctica con métodos expositivos, y actividades de ejercitación algorítmica apegados a los libros de texto, el segundo profesor intenta reconstruir algunos ejercicios y problemas con el ánimo de ayudar al estudiante a establecer un método para resolverlos.

En el caso del profesor 1, existe un fuerte abismo entre lo que *dice* y *hace* en el salón de clase, lo cual refleja que algunos elementos teóricos presentados en los textos (entre ellos los Lineamientos y Estándares del MEN) pueden ser replicados verbalmente sin que ello implique una interiorización y una transformación de la práctica del profesor al interior del aula. En el segundo caso, el profesor 2 intenta insertar en su práctica algunos cambios significativos que promuevan el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, sin embargo, para la modelación, se hace necesario fomentar una evolución de algunas de sus concepciones frente a los problemas del *mundo real* y a su *papel como herramienta* en la construcción de conocimiento matemático en el aula de clase (Villa, 2007; Bassanezi, 2002). En consecuencia, es importante que los maestros desarrollen la capacidad de identificar en el entorno sociocultural, verdaderos problemas de modelación, que se conviertan en un motivo para favorecer la comprensión conceptual de los conceptos matemáticos escolares.

Algunas implicaciones teóricas

Esta tipología de profesores sugiere elementos para la reflexión, en especial para los programas de educación inicial y continuada de profesores. En la Fig. 1 se representan algunos elementos que Villa, et al (2009) considera deben hacer parte del *conocimiento del profesor de matemáticas frente a la modelación*. Dicho conocimiento está mediado (y hacen parte de él) por: *el conocimiento matemático, el conocimiento pedagógico y las creencias y concepciones* frente a las matemáticas escolares. El componente dinámico de este conocimiento, se establece mediante la conjunción de los elementos *reflexión y sentido de realidad*. En Villa et al. (2009), la reflexión es

entendida como una forma que tiene el profesor para observar y evaluar su propia práctica, los comportamientos y las formas de aprendizaje de los estudiantes; de otro modo, el **“Sentido de realidad”** se entiende como *la sensibilidad que un profesor debe tener frente a la realidad, que a su vez involucra la intuición y la capacidad para identificar las situaciones del contexto sociocultural y la capacidad para detectar oportunidades frente a las cuales se pueda movilizar el conocimiento de los estudiantes*. El *sentido de realidad*, más que un componente racional del conocimiento del profesor, es una componente subjetiva que metafóricamente actúa como una lupa con la cual el profesor observa la realidad objetiva y le posibilita la (re)significación de dicha realidad a partir de un proceso de modelación matemática.

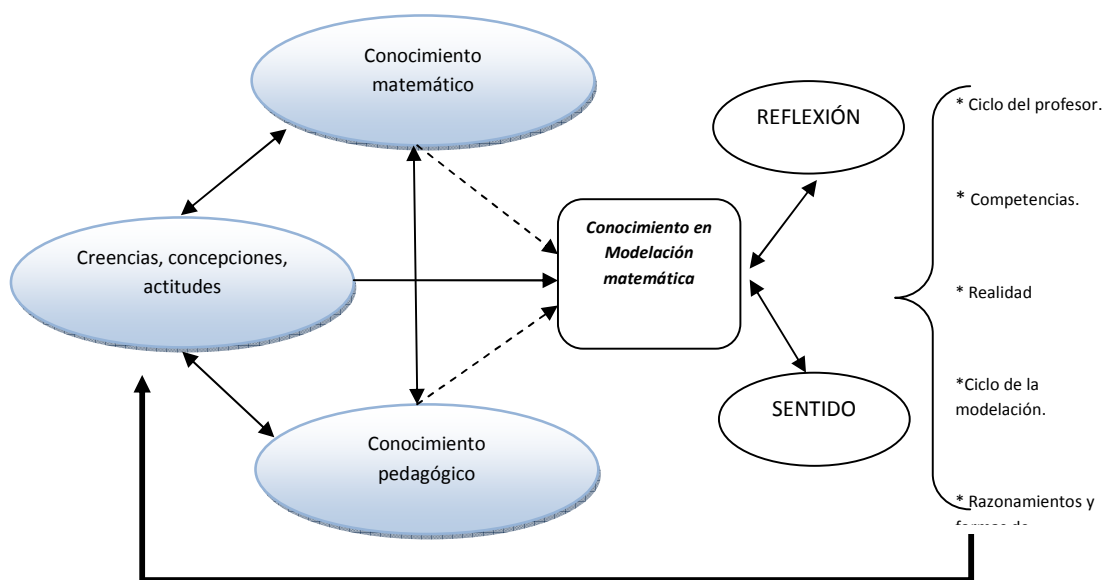


Fig. 1. Representación diagramática del conocimiento del profesor frente a la modelación matemática escolar

La conjunción de al menos estos dos elementos, *reflexión* y *sentido de realidad*, posibilita una visión más crítica de otros elementos implicados en el proceso de la modelación al interior de las aulas escolares, a saber: el desarrollo de competencias (Greer & Verschaffel, 2007), el conocimiento de las formas como los estudiantes aprenden (Schorr & Lesh, 2003), ciclo de la modelación por parte del profesor (Villa, 2007), entre otros.

Este conjunto de elementos y relaciones que hacen parte del conocimiento del profesor frente a la modelación matemática, conforman un sistema dinámico que permite transformar la *realidad*

subjetiva del maestro, y por tanto, movilizar sus creencias, concepciones y actitudes frente a las matemáticas escolares.

Conclusión

Queda en evidencia que algunos programas de formación de profesores que centran sus esfuerzos en la presentación de elementos teóricos, lo cual puede promover una apropiación retórica de dichos elementos, sin que necesariamente trasciendan a la transformación de la práctica del profesor en las aulas escolares. Un programa de formación de docentes debe tener presente las concepciones y conocimiento de los mismos, y contar con diversas estrategias que potencien una *movilización* hacia el cambio de aquellas concepciones que lo requieran. Por último una propuesta de formación de profesores frente a temas como el de la modelación, debe incluir procesos de reflexión y propender por el desarrollo del “*sentido*” hacia la modelación, de tal manera que se aminore *la creciente brecha entre las disposiciones educativas colombianas y las prácticas del aula de matemáticas* (Agudelo-Valderrama C. , 2006).

Agradecimientos

A la Dirección de Regionalización y al Comité para el Desarrollo de la Investigación-CODI de la Universidad de Antioquia, por la financiación de este proyecto mediante acta N. 559 de febrero de 2008. A la Red colombiana de modelación en Educación Matemática, al grupo FORDAD y al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación-Colciencias por el apoyo a este trabajo mediante la beca “Créditos Condonables” 2007.

Referencias bibliográficas

Agudelo-Valderrama, C. (2006). The growing gap between colombian education policy, official claims and classroom realities: Insights from mathematics teachers' conceptions of beginning algebra and its teaching purpose. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(3), 513-544.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. W., & Niss, M. (Eds) (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

Doerr, H. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn, & M. Niss, *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (pp. 69-78). New York: Springer.

Doerr, H. M., & Lesh, R. (2003). A modeling perspective on teacher development. In ,. R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 125-139). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Greer, B., & Verschaffel, L. (2007). Modelling competencies-overview. In W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn, & M. Niss, *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*. (pp. 219-224). New York: Springer.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curricularres: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Curriculares de matemáticas*. Bogotá: Magisterio

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.

Salkind, N. (1999). *Métodos de investigación*. México: Prentice Hall.

Schorr, R. Y., & Lesh, R. (2003). A modeling approach for providing teacher development. In R. Lesh, & H. M. Doerr, *Beyond constructivism. Models and modeling perspectives en mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 125-140). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates

Villa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas* , 51-81.

Villa, J. A., Berrio, M., Bustamante, C., Ocampo, D., & Osorio, A. (2009). *El proceso de modelación matemática en las aulas escolares del suroeste antioqueño*. Informe de Investigación no publicado, Universidad de Antioquia, Medellín.