

MATEMÁTICA A LA MEDIDA DE LOS NIÑOS EL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN

Mery Aurora Poveda

Profesora Colegio Villa Amalia de Bogotá

Bogotá D.C, Colombia

meryp@etb.net.co

Resumen

Durante el año 2001 se realizó una experiencia de investigación-acción con un grupo de docentes y estudiantes de Primero, Segundo y Tercero de Educación Básica Primaria del Colegio Villa Amalia de Bogotá, cuyo objetivo era estructurar, implementar y sistematizar un proceso de intervención pedagógica que respetara la lógica y las propias elaboraciones de los niños y les ayudara a desarrollar un pensamiento que les permitiera acceder a comprensiones más elaboradas del Sistema decimal de numeración. El presente artículo presenta la propuesta pedagógica allí originada, así como algunos de sus resultados¹.

La matemática es considerada, en muchos países del mundo, como una de las áreas fundamentales en la educación de todos los individuos; sin embargo, las diferentes evaluaciones muestran que son muy pocos los individuos que al terminar toda su escolaridad, incluso la universidad, tienen un buen dominio de sus aspectos básicos y la mayoría se considera incapaz de llegar a comprenderla. La propuesta que se presenta busca ser un aporte para la solución de la problemática planteada, en relación con un campo fundamental de las Matemáticas: el Sistema Decimal de Numeración (S.D.N.).

Hasta ahora la gran mayoría de las estrategias de enseñanza del Sistema decimal de numeración se han caracterizado por concebir el aprendizaje como reproducción de modelos y procedimientos; es por ello que desconocen las demandas lógicas del sistema decimal de numeración y la capacidad del niño para comprenderlas e ignoran el proceso de apropiación del sistema por parte de los niños y las elaboraciones y teorías que ellos van poniendo a prueba en su intento por darle significado al sistema convencional. A pesar de que se ha avanzado en reconocer el carácter constructivo del conocimiento, la mirada exclusiva de la escuela al aspecto formal y riguroso de la Matemática le impide ver la forma como los niños y los adultos matematizan la realidad a través de la vida escolar y cotidiana.

Algunos estudios muestran que esta manera de proceder no sólo no logra el aprendizaje del sistema sino que crea barreras para apropiarse comprensivamente de él (Kamii, 1993) y otros ponen en evidencia que muchos escolares al terminar la educación primaria

¹En esta ponencia se sintetizan los resultados de la investigación-acción: “El sistema decimal de numeración en los niños del CED Villa Amalia”, financiada por el Instituto la investigación y el desarrollo pedagógico, IDEP de Bogotá durante el año 2001. Aunque lo escrito aquí es de entera responsabilidad de la ponente, la mayoría de las ideas son fruto de la reflexión hecha por un equipo de trabajo conformado por: los asesores, Jorge Castaño y Amparo Forero; las auxiliares de investigación, Martha Cortés y Luisa Vargas y la ponente, quien fue la investigadora principal.

no pueden explicar el carácter posicional de las diferentes dígitos y el valor relativo de las cantidades en relación con la posición (Kamii, C, 1993; Lerner, 1995, 1998, Dickson y otros, 1991, Orozco, M, 1999.). Estos hechos y el trabajo pedagógico desarrollado hasta ese momento a través del proyecto “Reencuentro con la matemática²” de la localidad de Engativá, permitieron configurar una experiencia de Investigación-Acción a través de la cual estructurar, aplicar y sistematizar una propuesta de intervención pedagógica que buscara respetar la lógica y las propias elaboraciones y representaciones de los niños de primero, segundo y tercero del CED Villa Amalia, para ayudarlos a desarrollar un pensamiento que les permitiera apropiarse comprensivamente del sistema decimal de numeración.

La investigación se realizó con la participación de los docentes y alumnos de un curso primero (40 alumnos), uno de segundo (40 alumnos) y uno de tercero (35 alumnos) del centro educativo mencionado, cuyo nivel socioeconómico corresponde a los estratos 1 y 2. La dinámica de la investigación se desarrolló a través de tres niveles de reflexión fundamentales: un primer nivel, donde se dieron los máximos niveles de exigencia y rigurosidad conceptual, realizado por el equipo conformado por los asesores, la investigadora y dos asistentes de investigación; un segundo nivel realizado por el equipo de docentes participantes, incluida la docente investigadora, cuyo eje principal fue la reflexión sobre el trabajo directo en el aula; un tercer nivel realizado por cada docente en el momento de interacción con sus alumnos.

Aunque el referente de análisis fueron los niños participantes, se hizo una mirada más rigurosa a través de entrevistas clínicas a un grupo conformado por 18 alumnos (6 de cada curso) con diferentes niveles de comprensión en relación con el S.D.N. y con el nivel de dominio conceptual del grupo.

La reflexión estuvo alimentada por el análisis de investigaciones o propuestas de didáctica de la Matemática reunidas en tres tendencias fundamentales: estudios que tenían en cuenta el desarrollo del pensamiento del niño en relación con el S.D.N y las lecto-escrituras que hacen los niños de los numerales (Castaño, J, 1.990,1996,1997; Poveda, M, 1996; Kamii Constance, 1.981, 1988, 1994; Lerner D, 1995,1998.); estudios que tenían en cuenta la lógica formal del actual sistema decimal de numeración (Mesa, O, 1997, Ortiz M, 1.999, Vergnaut 1991), y estudios que exploran la lógica de otros sistemas de numeración, algunos presentes en la vida cotidiana. (Mariño, G 199?; Ortiz, M, 1999; Castaño y otros, 1996); las compilaciones realizadas por Dickson (1991) y Resnick (1998) permitieron ver un panorama general de las tendencias.

²Este fue un proyecto que se desarrolló desde 1990 hasta 1997 bajo los principios de la propuesta didáctica “Descubro la Matemática” de Jorge Castaño y en el cual participaban alrededor de 5 instituciones de la localidad de Engativá en el Distrito Capital. La organización se perdió a partir de 1998 debido a las políticas de la Secretaría de educación que prohibieron los encuentros entre maestros dentro de las jornadas laborales. El trabajo pedagógico iniciado en ese proyecto lo siguen desarrollando algunos docentes en sus diferentes instituciones y en el caso particular del Colegio Villa Amalia, la ponente continúa su trabajo pedagógico a nivel institucional coordinando el proyecto “Matemática a la medida de los niños” bajo los mismos principios.

Fundamentos de la propuesta

La propuesta se armó a partir del estudio de los siguientes aspectos:

- El análisis de la lógica del S.D.N. oral y escrito y de las demandas que su comprensión hace a los niños.
- El estudio de la génesis que siguen los niños en su apropiación. Para ello se partió de la investigación realizada por Jorge Castaño, Juan Carlos Negret y Angela Robledo en la cual muestran diferentes niveles conceptuales en las significaciones que los niños asignan a los numerales al momento de operar con ellos³.
- El enfoque didáctico de la propuesta “Descubro la Matemática” de Jorge Castaño. Esta es una propuesta creada a partir de los principios constructivistas de Piaget y de Vigotsky, fundamentada en un largo proceso de investigación y experimentación (18 años) y que busca el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de los alumnos como forma de acceder a comprensiones más elaboradas de los diferentes conceptos matemáticos⁴.

Criterios de intervención

Todo el proceso de realización del diagnóstico, la revisión bibliográfica, así como la experiencia acumulada dentro de los proyectos Reencuentro con la Matemática y el avance paulatino en el proceso, permitió configurar los siguientes criterios a tener en cuenta para la intervención:

- Vivencia de múltiples y variadas experiencias significativas con diferente nivel de estructuración, donde los juegos de imitación y los juegos estructurados (alrededor de una exigencia lógica de acuerdo con el nivel conceptual desarrollado por los niños) se constituyen en una estrategia didáctica fundamental.
- Disposición de sistemas decimales concretos de acuerdo con el nivel de desarrollo de los niños (Ver gráficas del 1-4, final del documento): en un comienzo sistemas cuyas unidades de diferente orden se diferencian por una característica extensiva discreta (grupos de 10 y sueltas), luego con unidades de característica extensiva continua (cuadros, tiras y mallas), luego con unidades diferenciables por características físicas no extensivas (fichas, dados e íconos que se diferencian por el color o la forma) y finalmente con unidades diferenciables únicamente por la posición (diferentes tipos de ábaco).
- Utilización de representaciones y procedimientos propios en la resolución de problemas y acordes al nivel de pensamiento de los niños (Ver gráficas 5-9): inicialmente

³Castaño Jorge, Negret, J y Angela, R. Un marco para la comprensión del sistema decimal de numeración. Bogotá: Univ. Javeriana-DIE-CEP. 1990.

⁴Castaño, J. Reseña del Proyecto Descubro la Matemática una experiencia innovadora basada en el desarrollo del pensamiento. En: Rev. @Perfiles, No 4, Bogotá, Junio del 2001.

con representaciones icónicas no decimales, luego con representaciones esquemáticas no decimales, más tarde con representaciones decimales aditivas elementales

$$(235 \text{ es } 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1)$$

luego con representaciones decimales aditivas consolidadas

$$(235 \text{ es } 200 + 30 + 5)$$

y finalmente⁵ con representaciones decimales aditivo-multiplicativas

$$[235 \text{ es } 2(100) + 3(10) + 5(1)]$$

- Interacción con cantidades codificadas en sistemas decimales simbólicos no convencionales (sistemas de números con valor relativo en el color y no en la posición) y convencionales, tanto oral como escrito: inicialmente en el círculo numérico del 1 al 50; luego con el círculo numérico del 1 al 100; luego con el círculo numérico del 1 al 1000 y finalmente con el círculo del 1 al 10.000.

Experiencias significativas

Las experiencias que se ofrecen dentro de la propuesta son situaciones que crean un contexto en el cual, tanto el maestro como los niños, dan significado y sentido a lo que hacen. Estas tienen tres niveles de estructuración.

- Situaciones abiertas, representadas por juegos de imitación, poco estructuradas con relación a los diferentes aspectos del S.D.N. pero que buscan construir el sentido y el significado aritmético dentro del contexto sociocultural. Aquí aparecen diferentes situaciones de simulación de la compra y venta de productos o servicios; en ellas los niños compran y venden artículos que encuentran en su medio pero manejan un sistema monetario propio de acuerdo con los niveles conceptuales con los que pueden operar.
- Juegos estructurados alrededor de uno o varios aspectos del S.D.N que se quieren focalizar. Estos juegos son diseñados teniendo en cuenta tanto el aspecto dinámico del juego, como las demandas lógicas a las que queremos enfrentar al niño.

En relación con el aspecto dinámico del juego se tienen en cuenta tres criterios: a) que en un lapso relativamente corto de tiempo (20 a 30 minutos) el niño se vea enfrentado repetidamente a la solución de problemas con una estructura similar para que logre la diferenciación y la toma de conciencia necesarias para la generalización; b) Crear una actividad autorregulada, es decir, que no necesite la presencia inmediata o permanente del profesor para ser realizada; c) dar iguales posibilidades de ganar a los jugadores, independientemente del nivel de desempeño en Matemáticas.

⁵No se dieron otras representaciones más elaboradas por cuanto sólo se trabajó con niños hasta tercero de primaria.

- Momentos de reflexión y sistematización entre experiencia y experiencia. Estos son espacios dirigidos por el docente que buscan: problematizar algunas situaciones en particular para hacerlos avanzar, recoger y analizar procedimientos, representar acciones y operaciones realizadas, confrontar y llegar a acuerdos sobre puntos de vista diversos, etc. Algunas de ellas se realizan durante la realización de los juegos y otras en plenaria, las cuales, al darse en un momento y espacio diferentes al de la ejecución de los juegos, promueven la representación y el uso del lenguaje matemático aunque no sea el convencional.

Resultados

Los logros alcanzados por los niños se relacionan no sólo con unos mejores niveles de comprensión en relación con el sistema decimal de numeración, sino con la aparición de nuevos valores y actitudes en relación con las matemáticas, el conocimiento, el aprendizaje y la evaluación. Estos se evidencian a través de:

- La Alegría de trabajar en las clases de Matemáticas sin importar el nivel de desarrollo conceptual en que cada niño se encuentre.
- La capacidad argumentativa: Con frecuencia los niños que han estado trabajando con una propuesta tradicional creen que la pregunta “¿Por qué?” no indica necesidad de argumentación sino cambio de respuesta porque está errada. Además, cuando se encuentran con alguna situación que no pueden desarrollar dicen que no se acuerdan, que no se lo han enseñado o empiezan a hacer algoritmos de operaciones sin ninguna relación con el problema o le preguntan al profesor lo que hay que hacer; es decir, siempre ubican la responsabilidad del saber fuera de sí mismos. Por el contrario, los niños que llevan algún tiempo trabajando con la propuesta, siempre se hacen responsables de sus acciones y sus pensamientos; cuando se les solicita una explicación siempre dan argumentos desde la lógica que están manejando y cuando se encuentran con opiniones diferentes, solicitan argumentación; en las ocasiones en que no pueden enfrentar una situación no hacen referencia al memoria o a la falta de enseñanza sino a la incapacidad de asumir la tarea: “este sí me queda grande”... “Con esos números no puedo porque son muy grandes”... “eso no lo entiendo”; además los procedimientos que utilizan son creaciones que responden a su forma de pensar.
- Creencia en las capacidades y el saber propios. Una de las características más frecuentes en los niños bajo la influencia tradicional es la poca confianza que manifiestan en el saber propio; esto se manifiesta en los hechos ya señalados respecto a la argumentación pero sobre todo en que se angustian cuando no saben, copian resultados y procedimientos de otros sin preguntar el por qué de los mismos, la mayoría de las veces no piden ayuda y prefieren que nadie se dé cuenta de su ignorancia.

Por el contrario, los niños que se han beneficiado durante algún tiempo de la propuesta si no entienden preguntan y buscan ayuda en el profesor o en otro compañero; adicionalmente, si alguien les quiere dar la respuesta sin que hayan pedido ayuda, se

molestan y piden que los dejen pensar: “¡No me diga; espere que yo lo haga!” “¡Como usted lo hace, yo no lo entiendo!” “¡Oiga!. No diga nada hasta que nosotros también pensemos!”

- Interacción cooperativa y colaborativa entre pares. Dado que la estrategia central está basada en juegos autorregulados, se aprende a interactuar con el otro tomándolo como par académico.
- Tenacidad en la búsqueda de soluciones: el ambiente generado y atravesado por los valores antes señalados, hace que los niños no abandonen fácilmente una situación problemática, sino que persistan en ella hasta encontrarle una solución aceptable.
- Evaluación basada en logros y limitaciones: la dinámica ganada hace que los niños en sus procesos de evaluación sean capaces de identificar lo que ya pueden realizar al mismo tiempo que identifican lo que aún les falta por dominar y los sitios o personas donde pueden encontrar ayuda.

El libro y el video “La matemática a la medida de los niños, el sistema decimal de numeración⁶”, recogen la sistematización que se hizo de la propuesta durante la investigación.

Bibliografía

- [1] CASTAÑO, J., *El conocimiento matemático en el grado cero*. Bogotá: MEN. 1992.
- [2] _____ *La Matemática en Preescolar y Básica Primaria*. En: Revista Educación y Cultura N° 40. 1996
- [3] _____ *Hojas pedagógicas 1 al 10*. Colección Matemáticas. Serie lo numérico. Fundación Restrepo Barco. 1.995-1998
- [4] _____ *Serie “Descubro la Matemática”*. Cartillas de Preescolar a Quinto primaria. Bogotá: Saberes y Escuela-Fundemar, 1999-2003.
- [5] _____ y FORERO, A., *Instrumento para la evaluación de logros en el conocimiento matemático*. En Instrumento para la evaluación de logros en el conocimiento matemático y la lengua escrita. Bogotá: Corporación para el desarrollo de la educación básica-MEN. 1997
- [6] DICKSON, L.; Y OTROS., *El aprendizaje de las Matemáticas*. Labor, 1991.
- [7] KAMII, C., *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Visor. 1981.

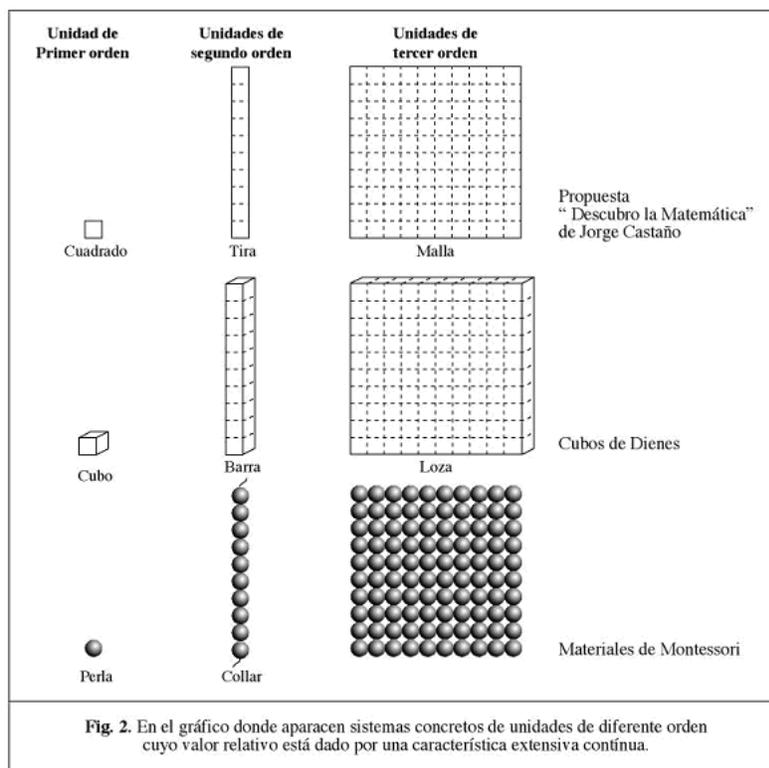
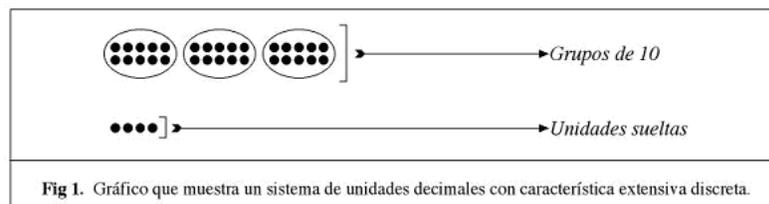
⁶Poveda, Mery. Matemática a la medida de los niños, el sistema decimal de numeración. Bogotá: IDEP-CED Villa Amalia, 2002.

Poveda, Mery y Forero, Angie (Productoras)& González, Claudia y Forero, Angie (Realizadoras). Matemática a la medida de los niños, El sistema decimal de numeración. Bogotá: IDEP-CED Villa Amalia, 2002. Video.

- [8] _____ *Redescubriendo la Aritmética II*. Madrid: Aprendizaje Visor. 1994
- [9] LERNER, D., *Valor de posición: una explicación de sus dificultades e implicaciones educativas para los alumnos de Primaria*. Cuadernos de Psicología. 1988. Vol 9
- [10] MESA. O., *Criterios y estrategias para la enseñanza de las Matemáticas*. Bogotá: MEN. 1.997.
- [11] ORTIZ, M., *Manejo de Códigos matemáticos*. Bogotá: SED,1.999
- [12] POVEDA, M., *El origen de las dificultades en el aprendizaje de la Matemáticas Separata*. En: Interacción Etnica N° 5. 1.996
- [13] _____ *Construcción del conocimiento en Matemáticas y lengua escrita*. En: Escola-net. Cuadernos pedagógicos N° 1. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana-Fe y Alegría, 1997
- [14] _____ *Las cuentas escondidas: una maravilla por descubrir*. En: Hojas Pedagógicas N° 7, Serie lo numérico. Bogotá: MEN-Fundación Restrepo Barco, 1997
- [15] _____ Y otros. *Reencuentro con la Matemática*. En: Revista Educación y Cultura N° 40, 1996
- [16] VERGNAUT, G., *El niño las matemáticas y la realidad*. México: Trillas. 1991.
- [17] RESNICK, L.; FORD, W., *La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Madrid: Paidós y Ministerio de Educación y Ciencia. 1998

Sistemas concretos de base decimal sobre los cuales pueden operar los niños

Sistemas concretos de unidades de diferente orden cuyo valor relativo está dado por una característica extensiva.



Sistemas concretos de unidades de diferente orden cuyo valor relativo está dado por una característica no extensiva.

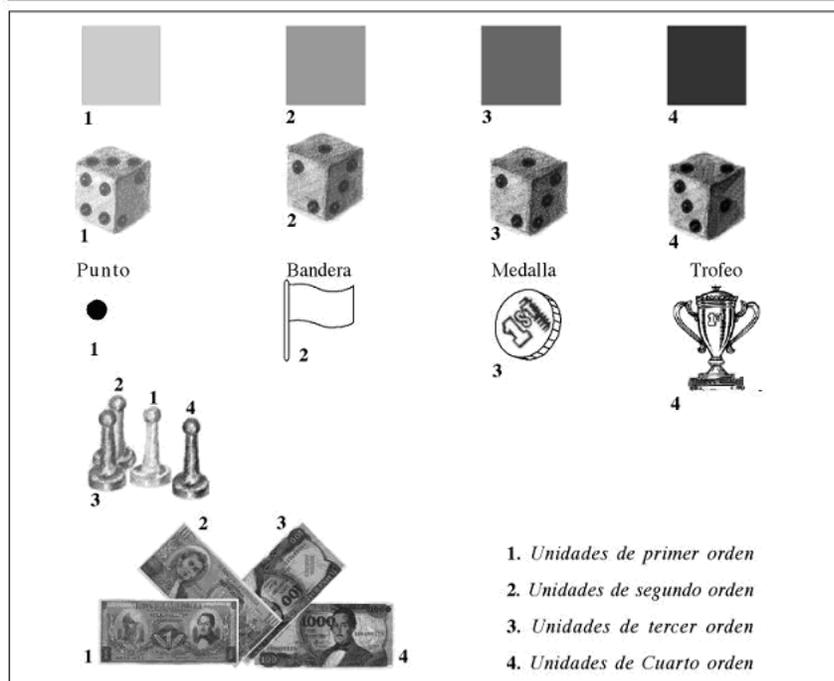


Fig. 3. Diferentes sistemas con unidades de diferente orden cuyo valor relativo está dado por una característica perceptiva pero no extensiva: el color, en las fichas; los numerales, en los billetes; la forma, en los íconos.

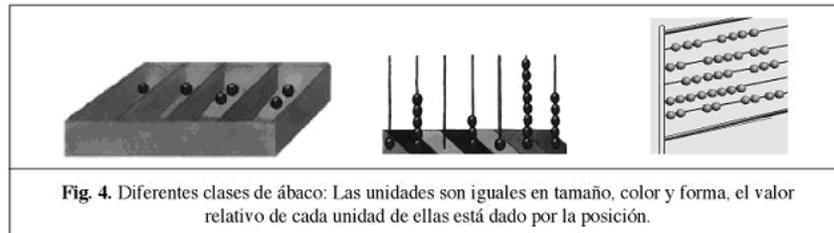


Fig. 4. Diferentes clases de ábaco: Las unidades son iguales en tamaño, color y forma, el valor relativo de cada unidad de ellas está dado por la posición.

Etapas por las que pasan los niños en el proceso de apropiación del S.D.N.

Fig. 5. Representación global del numeral. Calos S. debía decir cuánto le sobraba si con un billete de 100 pagaba \$29. Para él, el 100 no indica ni 10 unidades de 10, ni una unidad de 100, sino 100 unos.

Fig. 6. Representación aditiva elemental. Para poder hacer la cuenta, Paola J. descompone las cantidades en dieces

Tengo 476 pesos y me dan estos billetes

200 50 2

$400 + 200 = 600$
 $120 + 50 = 170$
 $6 + 2 = 8$

El niño completa 728

Fig. 7. Representación aditiva consolidada. Ana G. descompone aditivamente las cantidades de acuerdo con las cifras que conforman el numeral.

En el juego del "Laberinto de la Selva" un niño sacó 23 en los dados y después de correr la ficha llegó a la casilla 68. En qué casilla estaba?

45 $\xrightarrow{+23}$ 68

de 70 de 7

Fig. 8. Nivel aditivo multiplicativo elemental. Cesar F. para averiguar en qué casilla estaba el niño operó con unidades de 10 y de 1 y nó con grupos de 10.

Fig. 9. Nivel aditivo multiplicativo consolidado. Para averiguar los puntos totales ganados en el juego del "Cachito" Karen G. suma las unidades de cada orden por separado y luego las recompone.