

# LÓGICA CON BLOQUES LÓGICOS

**German Hincapie Navarrete**

*Profesor Colegio Santa Clara*

*Bogotá D.C, Colombia*

[gincapi@cable.net.co](mailto:gincapi@cable.net.co)

**Hortensia Riaño Camelo**

*Profesora Colegio Santa Clara*

*Bogotá D.C, Colombia*

[gincapi@cable.net.co](mailto:gincapi@cable.net.co)

## Resumen

Los bloques lógicos son un gran recurso para la comprensión de conceptos básicos desde la etapa de formación infantil; con ellos son muchas las actividades que se pueden desarrollar en el aula para reflexionar sobre situaciones concretas introduciendo esquemas fundamentales con la ayuda de la lógica matemática y mostrando evidencias en el tipo de conclusiones que se pueden inferir.

## 1. Estructura pedagógica

### 1.1. Competencia:

Mediante el manejo de los bloques de Dienes lograr el desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes.

### 1.2. Objetivos:

Adquirir mediante el juego, reglas establecidas, relaciones y operaciones entre conjuntos, conceptos que contribuyan al desarrollo de la matemática.

Lograr con un manejo riguroso de los elementos, la interpretación, refuerzo y ejercicios prácticos; la capacidad de razonamiento para obtener conclusiones a partir de suposiciones o hechos.

Apoyar el desarrollo curricular establecido por el MEN, complementando y afianzando los conocimientos de manera objetiva, respondiendo a interrogantes de la lógica matemática.

### 1.3. Logros:

Reconocer y nombrar las características de un bloque.

Clasificar los valores y atributos

Establecer semejanzas y diferencias.

Construir sucesiones libres y específicas.

Identificar conjuntos y elementos.

Realizar operaciones con conjuntos.

### 1.4. Notación:

Los bloques de Dienes están compuestos por 48 piezas bien definidos en tres colores (amarillo, azul y rojo), cuatro formas geométricas (cuadrado, rectángulo, círculo y triángulo), dos tamaños ( grande, pequeño), dos espesores ( grueso, delgado ).

Nota: Para un mejor manejo tanto en la notación como en las operaciones identificamos cada característica o atributo con letras, así:

(Am, Az, Ro), (Cu, Re, Ci, Tr), (Gr, Pe), (Gs, De).

Los conjuntos y subconjuntos de bloques lógicos son conjuntos finitos por tener en su Conjunto Universal “Bl”, exactamente 48 elementos diferentes.

Ejemplos:

Am = { El conjunto de bloques amarillos } tiene 16 elementos

Cu = { El conjunto de los bloques cuadrados } tiene 12 elementos

De = { El conjunto de los bloques delgados } tiene 24 elementos

Otros conjuntos:

noRo = { El conjunto de los bloques no rojos } Cuántos elementos tiene?

noDe = { El conjunto de bloques no delgados } Cuántos elementos tiene?

noRe = { El conjunto de los bloques no rectángulos } Cuántos elementos tiene?

Para la aplicación de este trabajo, el conjunto de bloques lógicos ( Bl ) es el Conjunto Universal. Conjuntos Disjuntos: Si al comparar dos conjuntos no tienen elementos comunes. Ejemplos Am, Az, Ro; Cu, Re, Tr, Ci; Gr, Pe; Gs, De. Son disjuntos Cada bloque se diferencia de los demás en una, dos, tres o cuatro características.

## 2. Actividades de familiarización

### 2.1. Refuerzo pedagógico

Con la utilización de los bloques lógicos, como mediadores para el establecimiento de los esquemas básicos del razonamiento lógico matemático, se logran refuerzos pedagógicos así:

- Proporciona al estudiante un soporte material para la fijación de esquemas de razonamiento.
- La forma en que los estudiantes realizan la actividad con ellos, constituye un indicador de las competencias necesarias para el desarrollo del pensamiento lógico.
- El profesor puede detectar, en el alumno, dificultades clasificatorias, que ya consideraba superadas.
- El desarrollo del cálculo proposicional, a través de las actividades propuestas con este material, permite asimilar los contenidos, eliminando las dificultades de tipo psicológico que se involucran, cuando se trabaja sobre enunciados del lenguaje ordinario.

- Las operaciones lógicas se plasman en la formación de los conjuntos que verifican las propiedades expresadas por dichas operaciones. La lógica se va desarrollando a la par con la teoría de conjuntos.

Son muchas las actividades que a través de los bloques lógicos se que pueden desarrollar dentro y fuera del aula; veamos algunas, ajustándolas al nivel del estudiante.

## 2.2. Juego libre e individual.

Seleccione alguna cantidad de los bloques para desarrollar libremente las siguientes actividades:

1. Construya con los bloques lo que le parezca; un avión, un barco, una casa, el sol, un carro. etc.  
 ¿Cuántos bloques utilizó en el dibujo?  
 ¿Qué color es el más importante?  
 ¿Qué formas utilizó?
2. Construya con los bloques un dibujo libre y déle el nombre apropiado.  
 ¿Qué nombre le puede dar al dibujo?  
 ¿Cuántos colores utilizó?  
 ¿Cuántas fichas tiene el dibujo?
3. Sobre una hoja construya una hilera de fichas de manera libre.  
 ¿Cuántas fichas forman la hilera?  
 ¿Qué colores tiene la hilera?  
 ¿Qué descripción tiene la ficha 5?
4. Construya una hilera de fichas cambiando libremente un atributo en cada paso.  
 ¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
 ¿Cuántos atributos intervienen en la construcción?
5. Construya una hilera cambiando solo el atributo forma.  
 ¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
 ¿Cuántos atributos intervienen en cada paso?
6. Construya una hilera cambiando dos atributos: un atributo fijo y otro libre. (grosor fijo y forma o tamaño libres)  
 ¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
 ¿Cuántos atributos intervienen en la construcción?
7. Construya una hilera de fichas cambiando dos atributos en cada paso.  
 ¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
 ¿Cuáles atributos intervienen en la construcción?
8. Construya una hilera cambiando los atributos forma y color.  
 ¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
 ¿Cuántos atributos intervienen en la construcción?

9. Construya una hilera cambiando dos atributos fijos y uno libre.  
(grosor y color fijos y forma o tamaño libres)  
¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
¿Cuántos atributos intervienen en la construcción?
10. Construya una hilera de fichas con el cambio de tres atributos.  
¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
¿Cuáles atributos intervienen en la construcción?
11. Construya una hilera de fichas con el cambio de cuatro atributos  
¿Cuántas fichas conforman la hilera?  
¿Cuáles atributos intervienen en la construcción?

### 2.3. Juego con dados

Con todos los bloques (48), barájelos sobre la mesa y dos personas se reparten al azar igual cantidad de fichas.

1. Se lanzan 1 dado (el de colores, por ejemplo) y el estudiante que lanza recibe de su contendor los bloques que corresponden al atributo que aparece en el dado.  
Se alternan los lanzamientos entre los jugadores y gana quien se quede con todas las fichas.
2. Se lanzan 2 dados (colores y forma) y el estudiante que lanza recibe de su contendor los bloques que corresponden a los atributos que aparecen en los dados.  
Se alternan los lanzamientos entre los jugadores y gana quien se quede con el mayor número de fichas en un determinado tiempo.
3. Se lanzan 3 dados (color, grosor y forma ) y el estudiante que lanza recibe de su contendor los bloques que corresponden a los atributos que aparecen en los dados.  
Se alternan los lanzamientos entre los jugadores y gana quien se quede con el mayor número de fichas en un determinado tiempo.
4. Se lanzan los 4 dados, el estudiante que lanza recibe de su contendor los bloques correspondientes a la ficha que aparece en los dados.  
Se alternan los lanzamientos entre los jugadores y gana quien se quede con el mayor número de fichas en un determinado tiempo.

### 2.4. Arbol de atributos

Con todos los bloques (48), barájelos sobre la mesa y con una construcción en árbol de acuerdo a la gráfica y de 2 a cuatro jugadores se reparte los bloques, al azar.

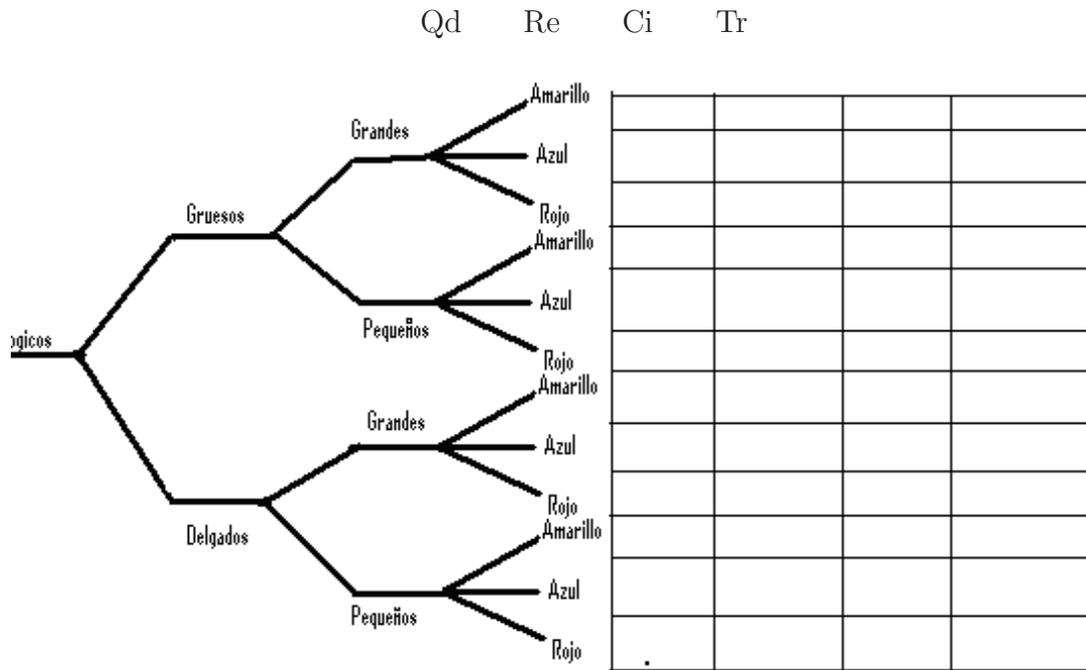
1. Juego con dados:  
Se lanzan los dados y el estudiante coloca la ficha correspondiente en el árbol.

Si en el lanzamiento aparece una manzana, ubica la(s) ficha(s) correspondientes y hace otro lanzamiento.

Si sale tortuga, retira del árbol la(s) fichas que muestran los dados.

Si sale una tortuga y una manzana, pierde el lanzamiento y no ubica fichas.

Gana el jugador que termine de colocar sus fichas.



2. Juego del árbol con solo fichas.

Tomando las 48 fichas de los bloques, se barajan y se reparten en cantidades iguales. El árbol se ramifica así:

Si son dos jugadores, uno toma la rama de grandes y el otro la de delgadas.

Si son cuatro jugadores las ramas son: Gs Gd, GsPe, DeGd, DePe

Se inicia el juego y en forma rotativa se va colocando la ficha que saca el jugador en su espacio correspondiente

Construya un árbol con las ramas para 6 jugadores, 8 jugadores, 12 jugadores.

3. Juego del árbol con grupos de personas.

Tomando los 48 bloques y un grupo de alumnos en número par, se reparten los estudiantes en dos grupos: un grupo recibe las fichas de tamaño grande y el otro grupo las fichas de tamaño pequeño

El grupo de las fichas grandes y el de las fichas pequeñas se parte en dos grupos cada uno; un grupo recibe las fichas gruesas y el otro las fichas delgadas.

El grupo de las fichas gruesas y de las fichas delgadas se parte en tres, cada uno, para recibir los colores.

El grupo de colores se divide en cuatro para recibir las formas.

La repartición debe ser homogénea, por ejemplo: no se puede entre dos estudiantes uno recibir dos colores y el otro un color.

¿De cuántos estudiantes debe ser el grupo de las grandes (pequeñas ) para que un estudiante reciba solo un color?

¿De cuántos estudiantes debe ser el grupo de las gruesas (delgadas ) para que un estudiante reciba solo un color?

¿De cuántos estudiantes debe ser el grupo inicial para que un estudiante reciba los tres colores?

¿Cuántas fichas tienen al final un grupo si el grupo inicial es de 10 estudiantes?

¿Cuántas fichas tienen al final un grupo si el grupo inicial es de 8 estudiantes?

¿De cuántos estudiantes debe ser el grupo inicial, para que un estudiante reciba dos fichas de formas?

## 2.5. Juego de diferencias en el plano

Ya se ha visto el trabajo de una sucesión o hilera con características específicas; para el manejo de diferencias sobre el plano y en especial con el triqui, muestra un reto un poco más complejo siendo una habilidad que se maneja en orden de dificultad para encontrar con un conjunto de fichas, la sucesión correspondiente manejando dos dimensiones,.

En éste juego participan dos personas, con un número par de fichas, se deben barajar y luego repartir al azar para que el juego se haga más interesante.

1. El Triqui 1: Un jugador ubica una ficha y el contendor debe colocar otra que cumpla con la regla establecida; Horizontal, vertical. Gana quien complete la línea del triqui conservando las reglas.

2. Triqui 2: Reparta las fichas en igual cantidad y de manera aleatoria; las reglas son las mismas que con una diferencia que lo motiva más a descubrir las características de una serie de datos.

Gana quien complete la línea del triqui manteniendo las reglas.

3. Triqui 3: Es un poco más dispendioso que la anterior pero igual, obliga a desarrollar la capacidad de razonamiento. Reparta las fichas en igual cantidad y al azar.

Gana quien complete la línea del triqui manteniendo las reglas.

4. Triqui 4: Atrévete a desafiar la habilidad y la capacidad de razonamiento; se manejan los cuatro atributos tanto horizontal como verticalmente.

Tablero de diferencias (1 horizontal x 1 vertical) ubicación libre.

Triángulo (ejemplo)		
Rojo		
Grande		
Delgado		
	Cuadrado Rojo Grande Delgado	
		¿Cuál ficha?

Tablero de diferencias (1 horizontal x 2 vertical) ubicación libre.

Triángulo		
Roja		
Grande		
Delgado		
		¿Cuál ficha?

Tablero de deferencias ( — horizontal x — vertical) ubicación libre.

Triángulo		
Roja		
Grande		
Delgado		
		¿ Cuál ficha?

### 3. Conjuntos

#### 3.1. Diagramas de venn

En el desarrollo de éste tema se parte con una visión rápida de la teoría de conjuntos sobre el material de bloques, con su manejo adecuado se puede comprender el lenguaje y la estructura de la lógica matemática y sus demostraciones.

Los conjuntos de suelen representar gráficamente mediante “diagramas de Venn”, con una línea que encierra a sus elementos.

Es así como podemos manejar el conjunto de bloques lógicos con sus 48 elementos bien definidos:

Para cada caso elabore el diagrama de Venn correspondiente.

#### 3.2. Partición:

La familia de conjuntos  $\{X_i\}_{i \in I}$ , “la misma forma” es una partición del conjunto de bloques lógicos por que cumple las condiciones siguientes:

1. Los conjuntos  $\{X_i\}_{i \in I}$  “la misma forma”, son subconjuntos no vacíos.
2. La familia  $\{X_i\}_{i \in I}$  cubre todo el conjunto de bloques lógicos.
3. Los subconjuntos  $\{X_i\}_{i \in I}$  son dos a dos disjuntos.

Son también particiones “tienen el mismo color”, “Tienen el mismo espesor”, “Tienen el mismo tamaño”.

Ejemplos:

$$Am = \{ \text{El conjunto de bloques amarillos} \}$$

$$Az = \{ \text{El conjunto de bloques azules} \}$$

$$Ro = \{ \text{El conjunto de bloques rojos} \}$$

Sepáralos sobre la mesa y responda:

¿Cuántas fichas tiene cada conjunto?

¿Cuántas fichas Hay en total con los tres colores?

¿Están los conjuntos bien separados?

Bloques de figuras geométricas

$$Qu = \{ \text{El conjunto de bloques cuadrados} \}$$

$$Re = \{ \text{El conjunto de bloques rectángulos} \}$$

$$Ci = \{ \text{El conjunto de bloques círculos} \}$$

$$Tr = \{ \text{El conjunto de los bloques triángulos} \}$$

Sepárelos sobre la mesa y responda:

¿Cuántas fichas hay en cada conjunto?

¿Cuántas fichas hay en total con las cuatro variables?

¿Están los conjuntos bien separados?

Construya de la misma forma los conjuntos Grueso “Gs” y Delgado “De” y responda a las mismas preguntas.

Construya de la misma forma los conjuntos Grande “Gr” y Pequeño “Pe” y responda a las mismas preguntas.

### 3.3. Inclusion de conjuntos

Tomemos como referencia o conjunto universal el conjunto  $U = \{\text{Bloques rojos}\}$

Encierre en cada caso en un redondel el conjunto  $A = \{\text{bloque triángulo}\}$  y  $B = \{\text{bloques círculos}\}$ .

Preguntas:

¿Es necesario que el bloque sea rojo para estar en  $A$ ?

¿Es suficiente que el bloque sea rojo para estar en  $A$ ?

¿Es necesario que el bloque sea rojo para estar en  $U$ ?

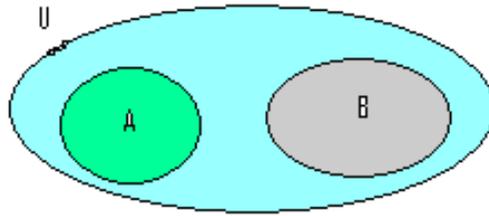
Si es no triángulo y está en  $U$  entonces, ¿es círculo?

Así, todas las operaciones entre conjuntos se pueden representar gráficamente con el fin de obtener una idea más clara.

Simbolización

Nombre como  $x$  a una pieza cualquiera de la colección y a los atributos mencionados, así:

$R_x = x$  es un bloque rojo



$T_x$  :  $x$  es un bloque triángulo

$C_x$  :  $x$  es un bloque círculo.

Con estos atributos se forman los conjuntos:

$$U = \{x/R_x\} \quad \text{y} \quad A = \{x/T_x\} \quad B = \{x/C_x\}$$

La inclusión del conjunto  $A$  en el conjunto  $U$  se designa como  $A \subset B$ , que también puede llamarse  $A$  subconjunto de  $U$ , o  $A$  es parte de  $U$ .

$$A \subset U = \{x/x \in T_x \Rightarrow x \in R_x\} \quad \text{si es triángulo entonces es rojo.}$$

Ahora, las piezas que quedan por fuera del conjunto  $A$  son las que no poseen el atributo, es decir,  $\neg\{T_x \Rightarrow R_x\}$  significa  $\neg T_x \wedge R_x$

y ellas son las piezas roja que no son triángulos es decir  $x \in R_x \wedge x \notin T_x$

Resumiendo, podemos decir que las piezas que están dentro del redondel, es decir que verifican la propiedad son los triángulos rojos:  $\{x/x \in T_x \Rightarrow x \in R_x\}$  y las que no están dentro del redondel son las piezas rojas no triángulos:

- Tome el conjunto referencia:  $U = \{\text{bloques cuadrados}\}$ , encierre en un redondel el conjunto  $A = \{\text{bloques pequeños}\}$ , en otro redondel el conjunto  $B = \{\text{bloques grandes}\}$ .

¿Es necesario que el bloque sea cuadrado para estar en  $A$ ?

¿Es suficiente que el bloque sea cuadrado para estar en  $A$ ?

¿Es necesario que el bloque sea pequeño para estar en  $U$ ?

¿Es necesario que sea cuadrado para estar en  $U$ ?

¿Si es cuadrado y no está en  $B$ , cuál es su característica?

- Con el conjunto de referencia  $U = \{\text{bloques rojos}\}$ , y sobre una hoja, construye un conjunto  $A$  con los cuadrados únicamente, y otro conjunto  $B$  con las fichas delgadas únicamente; Trace un redondel cubriendo los conjuntos  $A$  y  $B$  y sobre él responde:

¿Es necesario que sea rojo para estar en  $A$ ?

¿Es suficiente que sea cuadrado para estar en  $A$ ?

Si no es cuadrado y está dentro de redondel entonces es \_\_\_\_\_

¿ $A$  y  $B$  tienen fichas en común?, ¿Cuales?

¿Qué fichas quedan por fuera del redondel?

Ejercicios:

La relación entre conjuntos es  $\subset$  ó  $\not\subset$ , establezca la relación entre los conjuntos:

- $A =$  Fichas azules y  $B =$  Fichas azules y cuadradas,
- $C =$  Fichas azules y triangulares,  $D =$  Fichas azules y rectangulares,  $E =$  Fichas azules y circulares.
- $A =$  Fichas cuadradas,  $B =$  Fichas amarillas y cuadradas,  $C =$  Fichas pequeñas y cuadradas,  $D =$  Fichas delgadas y cuadradas.

### 3.4. Unión de conjuntos.

Agrupar dos conjuntos  $A$  y  $B$  en uno solo se denomina unión y su notación es  $A \cup B$ . La unión puede ser Disjunta (se lee disyunta. o separada), o cuando tienen elementos comunes es no disjunta.

Tomemos como referencia  $U = \{\text{el conjunto de los bloques pequeños}\}$   $A = \{\text{los rectángulos}\}$  solamente y  $B = \{\text{los cuadrados}\}$  solamente; Encierre en un solo redondel los elementos de  $A$  y los de  $B$ .

¿Hay elementos comunes entre  $A$  y  $B$ ?

¿Es necesario que un bloque sea a la vez cuadrado y pequeño para estar dentro del redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea cuadrado y pequeño para estar dentro del redondel?

¿Es necesario que un bloque sea cuadrado para estar dentro del redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea rectángulo para estar dentro del redondel?

¿Es necesario que un bloque sea rectángulo para estar dentro del redondel?

Si no es un cuadrado y está en el redondel necesariamente es:

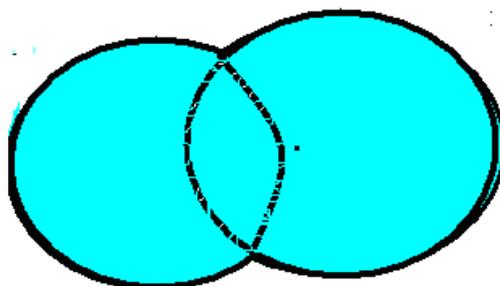
¿Qué piezas quedan por fuera del redondel?

- Tomando como referencia el conjunto  $U = \{\text{Bloques de Dientes}\}$ , encierre ahora dentro de un redondel, todas las piezas que sean círculos y sólo estas. En otro redondel, coloque todas aquellas piezas que sean azules y sólo éstas. Es evidente que los redondeles tendrán que superponerse para colocar los círculos azules, de tal forma, que estén en el interior de los dos redondeles.

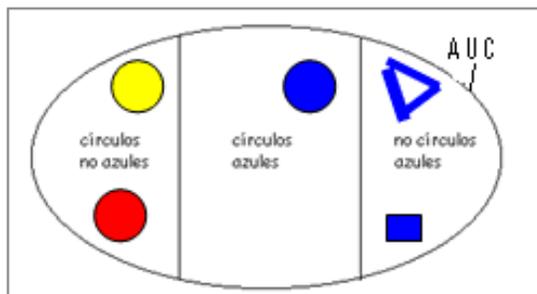
Por último reúna ahora en un solo redondel todas las piezas que sean círculos o azules y sólo éstas.

1. ¿Es necesario que un bloque sea a la vez círculo y azul para estar dentro del redondel?
2. ¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del redondel?
3. ¿Es necesario que un bloque sea azul para estar dentro del redondel?

4. ¿Es suficiente que un bloque sea azul para estar dentro del redondel?
5. ¿Es necesario que un bloque sea círculo para estar dentro del redondel?
6. Si no es un círculo y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_\_\_
7. ¿Qué piezas quedan por fuera del redondel?
8. ¿Hay elementos comunes entre  $A$  y  $B$ ?



La reunión de los elementos de  $A$  con los de  $B$  se nota  $A \cup B$ . Observe dentro del diagrama



de Venn construido en la hoja lo siguiente:

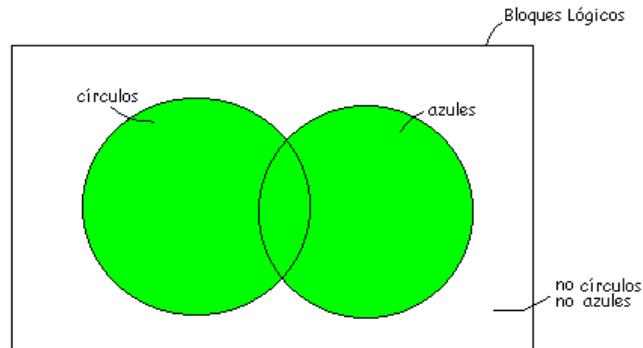
Ahora, las piezas que quedan por fuera son las que no están en  $(A \cup C)$ , al observarlas cuidadosamente vemos que son las fichas no circulares y no azules, se escribe  $\text{no}C$  y  $\text{no}A$ .  
 ¿Cuáles son?

¿Si la ficha está en  $(A \cup C)$  y no está en  $C$  entonces está en  $A$ ?

¿Si la ficha está en  $(A \cup C)$  y no está en  $A$  entonces está en  $C$ ?

Resumiendo, podemos decir que las piezas que están dentro del redondel, o sea las que verifican la propiedad son los círculos no azules, los círculos azules, los no círculos azules. Las que quedan por fuera son los no círculos no azules. Podemos indicar esto mediante el siguiente diagrama: Simbolización

Nombre como  $x$  a una pieza cualquiera de la colección y a los atributos mencionados, así:  
 $C_x$  :  $x$  es un bloque circular y  $A_x$  :  $x$  es un bloque azul.



$$A \cup C$$

Con estos atributos se forman los conjuntos:

$$A = \{x/C_x\} \quad \text{y} \quad B = \{x/A_x\}$$

La reunión de los conjuntos  $A$  y  $B$  se designa  $A \cup B$ , que también puede llamarse unión de  $A$  y  $B$ .

$$A \cup B = \{x/C_x \text{ o } A_x\}$$

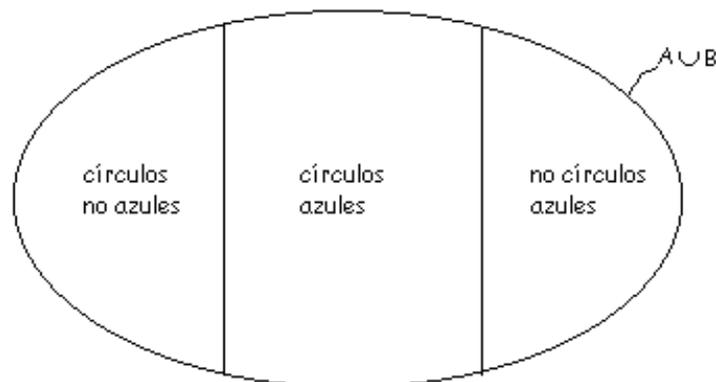
Ahora, las piezas que quedan por fuera son las que no poseen el atributo, es decir,  $\text{no}(C_x \text{ o } A_x)$

y ellas son las no circulares y no azules, no  $C_x$  y no  $A_x$ . Obsérvelas

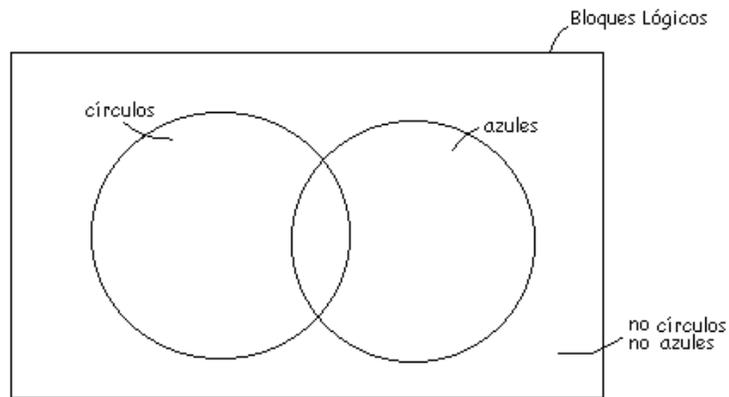
Asociación con la lógica:

Además, cumplir la propiedad  $C_x$  o  $A_x$  es lo mismo que: si  $\text{no } C_x \Rightarrow A_x$ , o también: si  $\text{no } A_x \Rightarrow C_x$ .

Resumiendo, podemos decir que las piezas que están dentro del redondel, o sea las que verifican la propiedad  $C_x$  o  $A_x$  son:



círculos no azules, círculos azules, no círculos azules. Las que quedan por fuera son los no círculos no azules. Podemos indicar esto mediante el siguiente diagrama:



Si indicamos con la letra V la verificación de la propiedad y con la letra F la no verificación, podemos conformar la siguiente tabla:

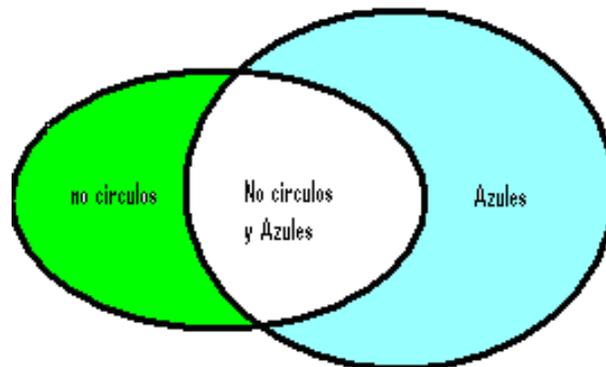
$C_x$	$A_x$	$C_x \text{ o } A_x$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- Con los 48 bloques lógicos y una hoja de papel; encierre dentro de un redondel todas las piezas que sean no círculos o sean azules y sólo éstas.

$C = \{\text{bloques circulares}\}$

$A = \{\text{bloques azules}\}$

Si notamos a  $C'$  El conjunto de los bloques no circulares es decir  $C' = \{\text{no}C\}$  Se forma el conjunto reunión de  $C'$  con  $A$ ,



¿Es necesario que un bloque sea, a la vez, no círculo y azul para estar dentro del redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea no círculo para estar dentro del redondel?

¿Es necesario que un bloque sea no círculo para esta dentro de redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea azul para estar dentro del redondel?

¿Es necesario que un bloque sea azul para estar dentro del redondel?

Si es un círculo y está en el redondel necesariamente es.

Si no es azul y está en el redondel necesariamente es:

¿Qué piezas quedan por fuera del redondel?

¿Qué propiedad tienen?

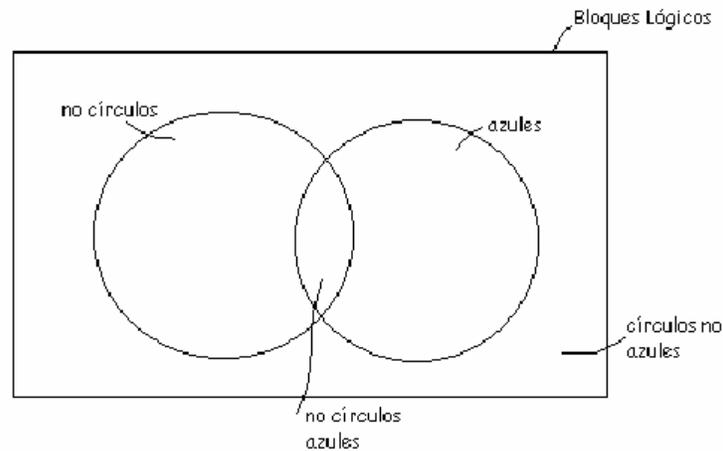
Si designamos por:  $\text{no}C \cup A$  y de acuerdo con las observaciones realizadas teniendo en cuenta las fichas que están dentro del redondel se cumple:

$\text{no} C \cup A$  es lo mismo que decir: si es círculo  $\Rightarrow$  Azul ó si no es Azul  $\Rightarrow$  no Círculo. Observe bien el diagrama de Venn.

Las piezas que quedan por fuera son las que no cumplen la propiedad; esto es:

$\text{no} (\text{no}C \cup A)$  y son los círculos y no azules,  $C$  y  $\text{no}A$ . obsérvelas

Ahora, las piezas que quedan dentro del redondel son círculos azules, no círculos azules, no círculos no azules.



- Tome los bloques lógicos y encierre, dentro de un redondel, todas las piezas que sean no círculos o no azules y sólo éstas.

¿Es necesario que un bloque sea, a la vez, no círculo y no azul para estar dentro del redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea no círculo para estar dentro del redondel?

¿Es necesario que un bloque sea no círculo para estar dentro del redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea no azul para estar dentro del redondel?

¿Es necesario que un bloque sea no azul para estar dentro del redondel?



Si es un círculo y está dentro del redondel necesariamente es: \_\_\_\_\_

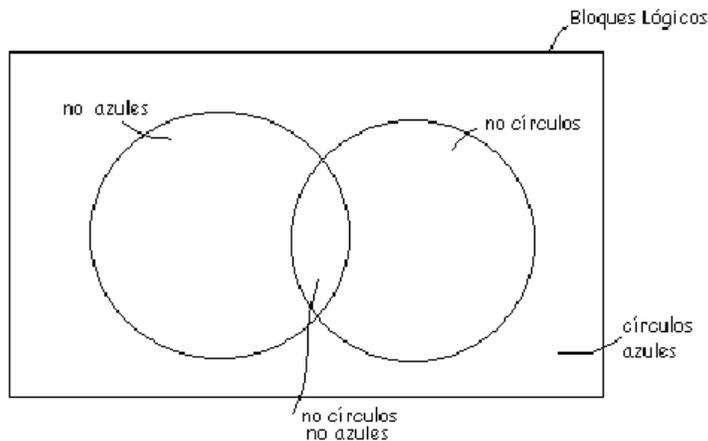
Si es azul y está dentro del redondel necesariamente es: \_\_\_\_\_

¿Qué piezas quedan por fuera?

¿Qué propiedad tienen?

Si se toma  $noC = \{\text{bloques no circulares}\}$  y  $noA = \{\text{bloques no azules}\}$  y el conjunto  $noC \cup noA$

Las piezas que quedan fuera del redondel, las que no verifican la propiedad  $noC$  o  $noA$ , son aquellos que son círculos azules, o sea,  $C$  y  $A$ . Luego;  $no(noC \text{ o } noA)$  es lo mismo que  $C$  y  $A$ . Ley de Morgan, al formar el conjunto y verificar en el diagrama de Venn, se observa:

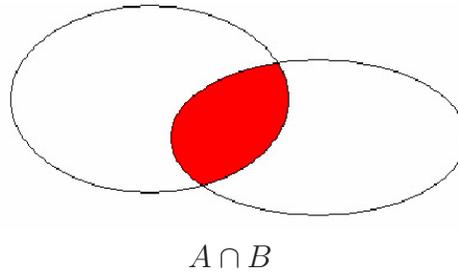


### 3.5. Intersección de conjuntos

Para dos conjuntos  $A$  y  $B$  la intersección de conjuntos es un conjunto formado por los elementos comunes de éstos.

- Tomando los bloques lógicos de Dienes, y los conjuntos  $A = \{\text{bloques amarillos}\}$  y  $Q = \{\text{bloques cuadrados}\}$ . Observe que hay bloques amarillos que a la vez son cuadrados. Éstos van a formar un redondel. Constrúyalo.

¿Qué propiedades tiene el conjunto intersección formado?



¿Qué condición o condiciones son suficientes para estar dentro del redondel?

¿Qué condición o condiciones son necesarias para estar dentro del redondel?

¿Qué piezas han quedado por fuera del redondel y dentro del conjunto  $A$ ?

¿Qué piezas han quedado fuera del redondel y dentro del conjunto  $Q$ ?

- Con los 48 bloques de Dienes y los conjuntos  $D = \{\text{bloques delgados}\}$  y  $\text{no}R = \{\text{bloques no rectángulos}\}$ , Encierre dentro de un redondel los elementos comunes de  $\text{no}R$  y de  $D$ .

¿Qué propiedades tiene el conjunto intersección?

¿Puede haber dentro del redondel un bloque cuadrado? ¿Cómo debe ser?

¿Es suficiente que sea triángulo para estar dentro del redondel?

¿Es necesario que sea círculo para estar dentro del redondel?

Si hay dentro del redondel un bloque que sea amarillo, entonces, ¿qué otra propiedad debe verificar?

¿Qué piezas han quedado por fuera del redondel y dentro del conjunto  $D$ ? ¿Qué propiedad tienen?

- Con el conjunto de referencia  $B1$ , Tomando los bloques lógicos y los conjuntos  $P = \{\text{no es rojo}\}$  y  $Q = \{\text{no es cuadrado}\}$ , en una hoja trace un redondel con los elementos comunes y responda lo siguiente:
  - Si un bloque verifica la propiedad  $P$ , entonces ¿no pertenece al redondel? Explique.
  - Si un bloque verifica la propiedad  $Q$ , entonces ¿no pertenece al redondel? Explique.
  - ¿Qué piezas quedan por fuera del redondel y dentro del conjunto  $Q$ ? ¿Qué propiedad tienen?
  - Use las conclusiones obtenidas de la actividad para construir la conjunción.
  - ¿Es necesario que sea bloque cuadrado para estar dentro del redondel?
  - Es suficiente que sea bloque azul para estar dentro de redondel?

Simbolización Nombre como  $x$  a una pieza cualquiera de la colección y a los atributos mencionados, así:

$R_x$  :  $x$  es bloque rojo             $C_x$  :  $x$  es bloque cuadrado

Con estos atributos se forman los conjuntos:

$P = \{x/\neg R_x\}$  bloques no rojos; y  $Q = \{x/\neg C_x\}$  bloques no cuadrados

La intersección de los conjuntos  $P$  y  $Q$  se designa,  $P \cap Q$ , y se simboliza como:

$P \cap Q = \{\neg C_x \wedge \neg R_x\}$  son fichas no cuadradas y no rojas

Ahora, las piezas que quedan por fuera de la intersección pero dentro del conjunto  $P$  son: bloques no rojos y cuadrados ( $\neg R_x \wedge C_x$ )

Las piezas que quedan por fuera de la intersección pero dentro del conjunto  $Q$  son: bloques no cuadrados y rojos. ( $\neg Q_x \wedge R_x$ ).

Las piezas que se encuentran fuera de los conjuntos  $P$  y  $Q$  son  $\neg(\neg R_x \wedge \neg C) = \{R_x \vee C_x\} = \neg C_x \Rightarrow R_x$  son los cuadrados ó rojos., ó si no es cuadrado entonces es rojo.

Asociación con la lógica:

Además, cumplir la propiedad  $P \cap Q$  es lo mismo que: si  $\{\neg C_x \wedge \neg R_x\} \Rightarrow \neg R_x$  también: si  $\{\neg C_x \wedge \neg R_x\} \Rightarrow \neg C_x$

Los que están por fuera de  $P$  ó  $Q$  son:  $\neg(\neg R_x \wedge \neg C)$  es equivalente a  $\neg C_x \Rightarrow R_x$

Si indicamos con la letra V la verificación de la propiedad y con la letra F la no verificación, podemos conformar la siguiente tabla:

$R$	$C$	$\neg R$	$\neg C$	$\neg C_x \Rightarrow R_x$	$R_x \vee C_x$	$\neg\{\neg R_x \wedge \neg C_x\}$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F

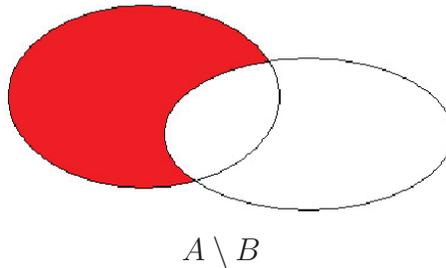
### 3.6. Diferencia de conjuntos

Se llama diferencia de  $A$  y  $B$  al conjunto de los elementos de  $A$  que no están en  $B$  observe el diagrama de Venn.

La diferencia de  $A$  y  $B$  son los e Elementos que están en  $A$  y no están en  $B$

- Tomemos los bloques lógicos como conjunto de referencia,  $A$  el conjunto de los bloques circulares,  $B$  el conjunto de los bloques grandes y  $C$  el conjunto de los bloques azules.

Construya en un redondel el conjunto  $A \setminus B$



¿Es necesario que esté en  $B$  para estar en  $A \setminus B$ ?

¿Es Suficiente que no esté en  $B$  para estar en  $A \setminus B$ ?

Si está en  $A \setminus B$ , puede estar en  $B$ ?

Si no está en  $B$  puede estar en  $A \setminus B$ ?

Si está en  $A \cap B$  puede estar en  $A \setminus B$ ?

Com los mismos conjuntos  $A$  y  $B$  Construya el conjunto  $B \setminus A$ .

¿En  $B \setminus A$  hay bloques circulares que son azules?

¿en  $B \setminus A$  hay bloques azules que son circulares?

¿Si el bloque está en  $B \setminus A$  que relación tiene con  $A$ ?

¿Si el bloque no está en  $A$ , necesariamente está en  $B$ ?

Construya los conjuntos  $A \setminus C$ ,  $B \setminus C$  y  $C \setminus A$  como ejercicio

¿Que conjuntos quedan por fuera en cada caso?

Simbolización

Nombre como  $x$  a una pieza cualquiera de la colección y a los atributos mencionados, así:

$C_x : x$  es circular y  $G_x : x$  es bloque grande

Con estos atributos se forman los conjuntos:

$A = \{x/C_x\}$  bloques circulares; y  $B = \{x/G_x\}$  bloques grandes.

La diferencia de  $A$  respecto a  $B$  se designa como,  $A \setminus B$  y se simboliza como:

$A \setminus B = \{x/C_x \wedge \neg G_x\}$  equivale a bloques circulares que no son grandes.

Las piezas que se encuentran fuera de  $A \setminus B$  son los bloques grandes o no circulares

Asociación con la lógica:

Además, cumplir la propiedad  $A \setminus B = \{x/G_x \wedge \neg C_x\}$ ;

Los bloques que se encuentran por fuera de  $A \setminus B$  son  $\neg(C_x \wedge \neg G_x)$  esto es lo mismo que los bloques grandes o no circulares  $\{x/G_x \vee \neg C_x\}$ , ó

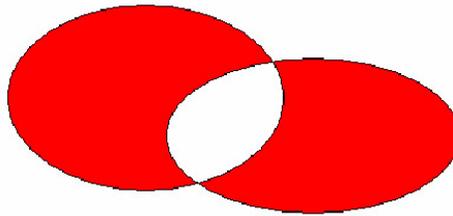
Si indicamos con la letra V la verificación de la propiedad y con la letra F la no verificación, podemos conformar la siguiente tabla:

$C_x$	$G_x$	$\neg C_x$	$\neg G_x$	$\neg(C_x \wedge \neg G_x)$	$C_x \Rightarrow G_x$		$G_x \vee \neg C_x$
V	V	F	F	V	V		V
V	F	F	V	F	F		F
F	V	V	F	V	V		V
F	F	V	V	V	V		V

### 3.7. Diferencia simétrica

Entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  se llama diferencia simétrica de  $A$  y  $B$  a los elementos de la unión de  $A$  y  $B$  que no estén en la intersección de  $A$  y  $B$ .

se nota  $A\Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ ; observe el diagrama de Venn.



- Tome los bloques azules como el conjunto  $A$  y los Bloques Cuadrados como el conjunto  $Q$ ; construya el conjunto  $A\Delta Q$ .

¿Cuáles fichas están en la intersección de  $A$  y  $Q$ ?

¿El Conjunto  $A\Delta Q$  Tiene rectángulos? ¿De qué clase son?

¿El conjunto  $Q\Delta A$  Tiene rectángulos? ¿De que clase son?

Simbolización:

Nombre como  $x$  a una pieza cualquiera de la colección y a los atributos mencionados, así:

Si se designa por:

$A_x : x$  es un bloque azul.       $Q_x : x$  es un bloque cuadrado.

Con estos atributos se forman los conjuntos:  $A = \{x/A_x\}$ ,  $C = \{x/C_x\}$

Este conjunto se denota  $A\Delta C$  y se lee: “ $A$  diferencia simétrica  $C$ ”.

Y se define como:

$A\Delta C = \{x/(A_x \wedge \neg C_x) \cup (C_x \wedge \neg A_x)\}$  y son fichas azules que no sean cuadradas unido con fichas cuadradas que no sean azules.

Es lo mismo que  $(A \cup C) - (A \cap C)$  es decir fichas azules o cuadradas que no sean azules y cuadradas.

- Utilizando los 48 bloques lógicos como conjunto referencia y con los conjuntos:

$P = \{\text{es el conjunto de las fichas pequeñas}\}$

$Q = \{\text{el conjunto de las fichas cuadradas}\}$

$A = \{\text{el conjunto de las fichas azules}\}$

Construya los conjuntos  $P \cup Q$ ;  $Q \cup A$ ;  $Q \cap A$ ;  $P \setminus Q$ ;  $A \setminus Q$ .  $P \Delta Q$ ,  $P \Delta A$

- Tomando como referencia los bloques de Dienes construya los conjuntos:

$L = \{\text{bloques rojos, grandes y gruesos}\}$

$P = \{\text{bloques cuadrados y rojos}\}$

$S = \{\text{bloques triángulos rojos}\}$

$R = \{\text{bloques rectángulos}\}$

$V = \{\text{bloques rectángulos, pequeños y delgados}\}$

Construya además los conjuntos:  $L \cup P$ ;  $S \cap P$ ;  $V \setminus R$ ;  $L \Delta P$ ;  $S \Delta P$

### 3.8. Cuantificadores

Seleccione únicamente los bloques rojos como material de referencia para las siguientes actividades.

Forme dentro de este conjunto, el conjunto de los triángulos. ¿Qué puede afirmarse de las características de este subconjunto? ¿Qué propiedad se asigna a éste subconjunto?

Observe en particular el subconjunto de los bloques cuadrados. introduzca todos los bloques rojos en una bolsa. extraiga al azar un bloque y lo mantiene oculto al auditorio.

El auditorio puede responder a lo siguiente:

¿Puede afirmarse con certeza que el bloque extraído es triángulo?

¿Puede afirmarse que todos los bloques rojos son cuadrados?

¿Puede afirmar que todos los bloques cuadrados son rojos?

¿Existen dentro de la bolsa bloques rectángulos?

¿Todos los bloques circulares son rojos?

Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones considera correcta:

- a) Si “Todos los bloques son rojos” es lo mismo que afirmar:

Algunos bloques son rojos.

Existen bloques que son rojos.

No todos los bloques son no rojos.

No hay bloques que son no rojos.

- b) Si “Existe un bloque no cuadrado” es lo mismo que afirmar:

Hay bloques que son no cuadrados.

No todos los bloques son no cuadrados.

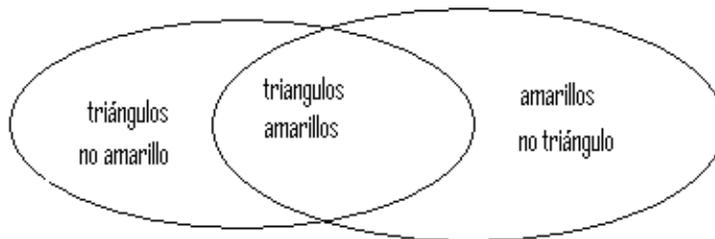
Todos los bloques son no cuadrados.

Algunos bloques son cuadrados.

### 3.9. Ejercicios varios

- Tome el conjunto de los bloques lógicos como conjunto de referencia: si  $A'$  denota el conjunto de los no triángulos y  $B'$  el conjunto de los no amarillos, entonces:

Se trata ahora de construir el conjunto reunión de triángulos amarillos con no triángulos no amarillos. Sea  $D$  dicho conjunto. Entonces:



¿Si un bloque es triángulo, entonces es amarillo?

¿Si un bloque es amarillo, entonces es triángulo?

¿Si un bloque es no triángulo, entonces es no amarillo?

¿Si un bloque es no amarillo, entonces es no triángulo?

- Tomando los 48 elementos encierre dentro de un redondel todos los bloques que sean azules y solo estos. En el interior de otro redondel coloque todos aquellos bloques que sean rojos y solo estos.

Como podría definir la unión de estos dos conjuntos " $Az \cup Ro$ "

Reúna estos bloques en un solo redondel y responda a las siguientes preguntas:

- Es necesario que el bloque sea azul y rojo para estar dentro del redondel?
  - Es suficiente que el bloque sea rojo para estar dentro del redondel?
  - Es necesario que el bloque sea azul para estar dentro del redondel?
  - Si no es azul y está dentro del redondel necesariamente es?
  - Que bloques quedan por fuera del redondel?
  - Que propiedades o características tienen?
- Tomando los 48 elementos encierre dentro de un redondel todos los bloques que sean amarillos y solo estos. En el interior de otro redondel coloque todos aquellos bloques que sean círculos y solo estos.

Como podría definir la unión de estos dos conjuntos " $Am \cup Ci$ "

Reúna estos bloques en un solo redondel y responda a las siguientes preguntas:

- Es necesario que el bloque sea amarillo y círculo para estar dentro del redondel?.
- Es suficiente que el bloque sea amarillo para estar dentro del redondel?.
- Es necesario que el bloque sea círculo para estar dentro del redondel?
- Si no es amarillo y está dentro del redondel necesariamente es?
- Que bloques quedan por fuera del redondel?
- Que propiedades o características tienen?

Con el mismo formato elabore el diagrama de Venn y responda a las preguntas de:  $Az \cup Cu$ ,  $Ro \cup Re$ ,  $Cu \cup Tr$ ,  $Ci \cup Pe$ ,  $Pe \cup De$ ,  $noGr \cup Gs$ ,  $noDe \cup noAz$ ..

- Tomando los 48 elementos encierre dentro de un redondel todos los bloques que sean grandes y solo estos. En el interior de otro redondel coloque todos aquellos bloques que sean pequeños y solo estos.

Reúna en un solo redondel los bloques que sean grandes y pequeños a la vez y solo éstos. Es posible?

Como podría definir la intersección de estos dos conjuntos " $Gr \cap Pe$ "

Responda a las siguientes preguntas:

Es necesario que el bloque sea grande y pequeño para estar dentro del redondel?

Es suficiente que el bloque sea grande y pequeño para estar dentro del redondel?

Que bloques quedan por fuera del redondel?

Que propiedades o características tienen?

- Tomando los 48 elementos encierre dentro de un redondel todos los bloques que sean triángulos y solo estos. En el interior de otro redondel coloque todos aquellos bloques que sean rojos y solo estos; Se superponen los redondeles para cumplir estrictamente las dos características a la vez?

Reuna en un solo redondel los bloques que sean triángulos rojos y solo éstos. Es posible?

Como podría definir la intersección de estos dos conjuntos " $Tr \cap Ro$ "

Es necesario que el bloque sea triángulo y rojo para estar dentro del redondel?

Es suficiente que el bloque sea triángulo y rojo para estar dentro del redondel?

Es suficiente que el bloque sea triángulo para estar dentro del redondel?

Es necesario que el bloque sea triángulo para estar dentro del redondel?

Es necesario que el bloque sea rojo para estar dentro del redondel?

Si es rojo y está dentro del redondel necesariamente es?

Que bloques quedan por fuera del redondel?

Que propiedades o características tienen?

Con el mismo formato elabore el diagrama de Venn y responda a las preguntas de:  
 $Ro \cap Re$ ,  $Cu \cap Tr$ ,  $Tr \cap Gr$ ,  $noRo \cap Ci$ ,  $noRe \cap noPe$ ,  $Ci \cap noDe$ ,  $Cu \cap noGs$ .

- Tomando los 48 elementos encierre dentro de un redondel todos los bloques que sean círculos y solo estos. En el interior de otro redondel coloque todos aquellos bloques que sean amarillos y solo estos; Se superponen los redondeles para cumplir estrictamente las dos características a la vez

Como podría definir la diferencia entre los conjuntos  $Ci$  y  $Am$ , " $Ci - Am$ " Encierre en un redondel los bloques que con el conjunto  $C_x \setminus A_{mx}$

- Es necesario que el bloque sea círculo y amarillo para estar dentro del redondel?
  - Es suficiente que el bloque sea círculo para estar dentro del redondel?.
  - Es necesario que el bloque sea círculo para estar dentro del redondel?
  - Es suficiente que el bloque sea no amarillo para estar dentro del redondel?
  - Es necesario que el bloque sea no amarillo para estar dentro del redondel?
  - Si es círculo y está dentro del redondel necesariamente es?
  - Que bloques quedan por fuera del redondel?
  - Que propiedades o características tienen?
- Encierre, dentro de un redondel, todas las piezas que sean no círculos o sean no azules y sólo éstas. Preguntas:
    - a) ¿Es necesario que un bloque sea, a la vez, no círculo y no azul para estar dentro del redondel?
    - b) ¿Es suficiente que un bloque sea no circular para estar dentro del redondel?  
¿Es esto necesario?
    - c) ¿Es suficiente que un bloque no sea azul para estar dentro del redondel?  
¿Es esto necesario?
    - d) Si es un círculo y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_  
Si es azul y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_
    - e) ¿Qué piezas quedan por fuera?  
¿Qué propiedad tienen?

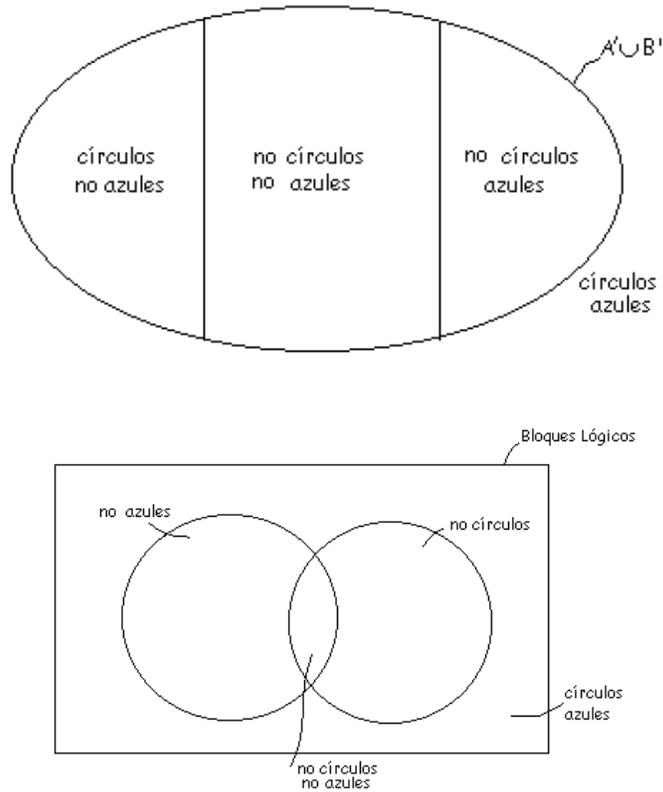
Sea:  $A' = \{x/noC_x\}$  y  $B' = \{x/noA_x\}$ . Se forma el conjunto:

$$A' \cup B' = \{x/noC_x \text{ o } noA_x\}$$

Las piezas que quedan fuera del redondel, las que no verifican la propiedad no  $C_x$  o no  $A_x$ , son aquellos que son círculos azules, o sea,  $C_x$  y  $A_x$ . Luego;  $no(no C_x \text{ o } no A_x)$  es lo mismo que  $C_x$  y  $A_x$ . Si formamos el conjunto,

$$C = \{x/C_x \text{ y } A_x\}$$

Los bloques que no están en  $C$  serán los que están en  $A' \cup B'$ ; esto es, los que tienen la propiedad “no  $C_x$  o no  $A_x$ ”. Por tanto; no ( $C_x$  y  $A_x$ ) es lo mismo que no  $C_x$  o no  $A_x$ .



En síntesis, se puede construir la siguiente tabla:

$C_x$	$A_x$	$C_x$ y $A_x$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- Forme un conjunto unión de dos conjuntos, donde uno de ellos tenga un atributo con negación. Por ejemplo: sean  $P_x : x$  es rojo y no  $Q_x : x$  no es cuadrado.
  - ¿Qué propiedad tiene el conjunto unión?
  - ¿Puede haber dentro del conjunto un bloque que verifique la propiedad  $Q_x$ ?
  - Si hay dentro del conjunto un bloque que verifique la propiedad  $Q_x$ , entonces, ¿qué otra propiedad debe verificar?

- Si hay dentro del conjunto un bloque que no verifique la propiedad  $P_x$ , entonces, ¿qué propiedad debe verificar?
- ¿Qué piezas han quedado por fuera del conjunto? ¿Qué propiedad tienen?
- Construya por medio de este ejercicio la implicación simbólica, y las leyes lógicas que se desprenden de las conclusiones obtenidas de las anteriores preguntas.

Forme un conjunto unión de dos conjuntos, donde los dos atributos correspondientes tengan negación. Por ejemplo: no  $P_x : x$  no es rojo. no  $Q_x : x$  no es cuadrado.

- Si un bloque verifica la propiedad  $P_x$ , entonces ¿no pertenece al conjunto? Explique.
- Si un bloque verifica la propiedad  $Q_x$ , entonces ¿no pertenece al conjunto? Explique.
- ¿Qué piezas quedan por fuera del conjunto? ¿Qué propiedad tienen?

Coloque, en el interior del redondel todas aquellas piezas que son: o bien círculos azules, o bien, no círculos no azules, y solo éstas. Preguntas

- ¿Es posible encontrar al menos un bloque que cumpla con ambas propiedades?
- ¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del redondel?  
¿Es esto necesario?
- ¿Es suficiente que un bloque sea no azul para estar dentro del redondel?  
¿Es esto necesario?
- ¿Es suficiente que un bloque sea círculo y azul para estar en el redondel?  
¿Es esto necesario?
- ¿Es suficiente que un bloque sea no círculo y no azul para estar en el redondel?  
¿Es esto necesario?
- Si es un círculo y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_  
Si es azul y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_
- Si no es un círculo y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_  
Si no es azul y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_
- ¿Qué piezas quedan por fuera?
- ¿Qué propiedad tienen?

- Tomando los conjuntos:

$C_x : x$  es un bloque circular. y  $A_x : x$  es un bloque azul.

Encierre en un redondel el conjunto  $C_x \setminus .A_x$  y responda a:

¿Es posible encontrar al menos un bloque que sea circular y azul dentro del redondel?

¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del redondel?

¿Es esto necesario?

¿Es suficiente que un bloque sea no azul para estar dentro del redondel?

¿Es esto necesario?

¿Es suficiente que un bloque sea círculo y azul para estar en el redondel?

¿Es esto necesario?

¿Es suficiente que un bloque sea no círculo y no azul para estar en el redondel?

¿Es posible encontrar al menos un bloque que cumpla con ambas propiedades?

¿Es suficiente que un bloque sea círculo para estar dentro del redondel?

¿Es esto necesario?

¿Es suficiente que un bloque sea no azul para estar dentro del redondel?

¿Es esto necesario?

¿Es suficiente que un bloque sea círculo y azul para estar en el redondel?

¿Es esto necesario?

¿Es suficiente que un bloque sea no círculo y no azul para estar en el redondel?

¿Es esto necesario?

Si es un círculo y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_

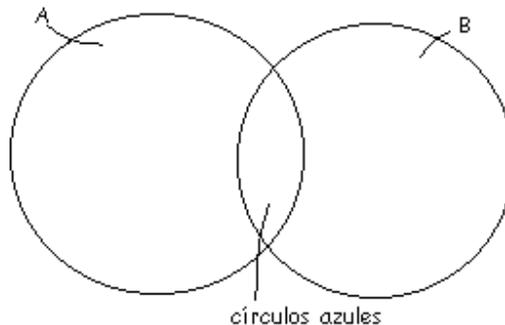
Si es azul y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_

Si no es un círculo y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_

Si no es azul y está en el redondel necesariamente es: \_\_\_

¿Qué piezas quedan por fuera?

El conjunto de los círculos azules, está formado por los bloques que pertenecen tanto al conjunto  $A$  de círculos como al conjunto  $B$  de azules, así:



## Bibliografía

- [1] LIA, OUBIÑA., *Introducción a la teoría de conjuntos*. Ed Universitaria, 1974.
- [2] SEYMOUR, LIPZ., *Teoría de conjuntos y temas afines*. Ed McGRAW Hill. 1970.
- [3] Reseña del libro: *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*, de K. Lovell, Editorial Morata, Madrid. Iniciación a la matemática y recursos didácticos editorial santillana, Ma 1984.
- [4] Páginas de Internet:  
[www.fciencias.unam.mx](http://www.fciencias.unam.mx)  
[www.ucm.es/info/pslogica/cdn.pdf](http://www.ucm.es/info/pslogica/cdn.pdf)  
[www.uv.es/n/vorra/libros/logica.pdf](http://www.uv.es/n/vorra/libros/logica.pdf)