

EL CONCEPTO DE FRACCIÓN

Martha Cecilia Mosquera Urrutia

Profesora Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Bogotá D.C, Colombia

tangrams49@hotmail.com

Presentación

Es muy frecuente encontrar que estudiantes que se desempeñan con éxito en el área de matemáticas tienen grandes dificultades en las otras áreas cuando deben aplicar un concepto para resolver un problema; el simple hecho de plantear una regla de tres, interpretar una gráfica, utilizar una fórmula, identificar variables en una ecuación... procesos muy frecuentes en matemáticas), se convierte en un problema que ocasiona bajos niveles de conceptualización y alta mortalidad especialmente en las áreas de ciencias. Una amplia reflexión sobre este y otros aspectos, me movió a buscar alternativas en la enseñanza, con el fin de lograr que los y las aprendientes desarrollaran altos niveles de conceptualización que les permitieran transferir los conceptos aprendidos en el área de matemáticas a otras áreas del conocimiento, utilizándolos de manera significativa.

Para su desarrollo, he dividido el cursillo en tres partes: En la primera planteo los aspectos referentes a la transferencia de conceptos, recursos y estrategias didácticas para lograr aprendizajes significativos. En la segunda abordo el concepto de fracción desde cuatro diferentes interpretaciones: la relación parte todo y la medida, la fracción como cociente, la fracción como razón y la fracción como operador y en la tercera realizo un taller para poner en práctica la transferencia del concepto de fracción en diferentes contextos; utilizando como recursos didácticos el tangram y sus amigos, la matriz de cambio conceptual SQAT y la pregunta como punto de partida para la investigación en el aula.

La metodología que se propone es de tipo constructivista y se apoya fundamentalmente en las bases teóricas de la pedagogía para el desarrollo del apren-

dizaje autónomo. Los resultados que se presentan corresponden al proceso de investigación que se adelanta en el aula con l@s estudiantes de licenciatura en química de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y l@s estudiantes de los grados 7º y 9º del IED RAFAEL BERNAL JIMÉNEZ SEDE A J.T.. el cual busca en esencia que l@s estudiantes aprendan a aprender y desarrollen hábitos mentales de autorregulación, actitudes para la convivencia, la producción y el trabajo en equipo.

Con la divulgación de esta experiencia espero contribuir al debate permanente sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares y la utilización de recursos didácticos para lograr aprendizajes significativos.

Finalmente, agradezco al comité organizador del encuentro en especial a “mi maestro” el DOCTOR CARLOS LUQUE ARIAS por confiar en mí para la realización de este cursillo, a mis aprendientes: quienes se han constituido en la principal motivación que guía mi búsqueda de nuevas alternativas para compartir el saber y a mis compañeros y compañeras de trabajo en especial al Doctor Hugo Cerón G. por su colaboración y apoyo para la realización de este trabajo.

Objetivos

1. MOTIVAR EN LOS Y LAS DOCENTES LA REFLEXIÓN EN CUANTO A CÓMO DEBE SER LA PRÁCTICA, PARA PROMOVER EFECTIVAMENTE EL PENSAMIENTO DE ALTO NIVEL
 - a) Ayudar a los y las docentes a conceptualizar, comprender y utilizar formas de pensamiento que les permitan reconocer la importancia que tienen los procesos frente a la simple adquisición de contenidos
 - b) Modelar estrategias para el aprendizaje de habilidades de pensamiento que permitan conocer alternativas a los métodos tradicionales de charlas y conferencias.
 - c) Ofrecer a los y las docentes oportunidades para diseñar, ejecutar y evaluar estrategias para enseñar a pensar, mediante procesos de aprendizaje cooperativo.

- d) Ayudar a los y las docentes a establecer en el aula de clase la cultura del pensamiento que consiste en que todos se esfuerzan para pensar y actuar de forma reflexiva, imaginativa, crítica, inquisidora y creativa.
 - e) Estimular a los y las docentes a reflexionar y analizar sus propias formas de pensamiento en diversas situaciones problema, despertar su entusiasmo por la enseñanza de las habilidades de pensamiento en todo momento y motivarl@s para transferir a la acción el conocimiento inerte o pasivo que ya poseen.
2. EXPLICAR EN QUE CONSISTE LA TRANSFERENCIA Y SUS PRINCIPALES IMPLICACIONES PARA EL LOGRO DE APRENDIZAJES SIGNIFICATIVOS.
 3. MOSTRAR CAMINOS PARA LOGRAR LA TRANSFERENCIA DE CONCEPTOS
 4. PRESENTAR EJEMPLOS CONCRETOS SOBRE CUATRO INTERPRETACIONES DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN Y SU TRANSFERENCIA A DIFERENTES AREAS MOSTRANDO LA UTILIDAD DE LOS TANGRAMS PARA LOGRARLO.

1. La Transferencia de Conceptos, Recursos y Estrategias Didácticas Para Lograr Aprendizajes Significativos

Se entiende la transferencia como un fenómeno del pensamiento y aprendizaje humanos que busca adquirir conocimientos en un contexto para luego ponerlos en funcionamiento en otros, aplicando estrategias y predisposiciones al pensamiento en varios contextos, conectando áreas del conocimiento aparentemente diferentes viendo como una informa a la otra.

Para comprender este fenómeno se trabajan **con l@s maestr@s** talleres en los cuales fundamentalmente **aprendemos a conocer** utilizando los tangrams como material didáctico para conceptualizar. **Aprendemos a diseñar**

y utilizar diferentes materiales y estrategias para orientar el curso de la acción pedagógica y trabajamos en el desarrollo de habilidades de pensamiento que posteriormente implementaremos en el trabajo de aula. **Aprendemos a construir y utilizar la matriz de cambio conceptual SQAT** para orientar la planeación de los cursos de acción pedagógica basados en el desarrollo de estrategias cognitivas y metacognitivas, **aprendemos a evaluar los aprendizajes** y los resultados de la acción, **aprendemos a transferir conocimientos** aprovechando los conocimientos de nuestra especialidad y **a diseñar ambientes de aprendizaje** que propicien el desarrollo de los y las aprendientes.

Con l@s aprendientes: para aprender a aprender matemáticas (para algunos aprender a pensar), se trabaja el desarrollo de los temas en cuatro unidades fundamentales que **se desarrollan naturalmente al aprender a diligenciar la matriz de cambio conceptual SQAT**. En la y por medio de la auto, co y heteroevaluación determinamos cómo estamos en ellos para fijar el punto de partida de la acción. En la segunda columna Q (QUE QUIERO APRENDER) **fijamos las metas de aprendizaje de contenido, de pensamiento, actitudes y hábitos a desarrollar**, mediante el uso consciente de estrategias cognitivas. La tercera columna (QUE APRENDÍ) es de evaluación para **evaluar el grado de aprendizaje y la forma como aprendemos** mediante el uso de estrategias metacognitivas y en la cuarta columna T (TRANSFERIR) **investigamos sobre el uso del concepto en contextos diferentes de aquellos en que los aprendimos**, estos contextos son de tipo académico y cotidiano.

Metodología: para el desarrollo de los temas el aula físicamente se divide en cuatro espacios denominados “RINCONES DEL SABER” que corresponden a los cuatro grandes bloques de la matemática a saber : RINCÓN DE LOS NÚMEROS. RINCON DEL TIEMPO, RINCON DE LOS OBJETOS Y RINCON DEL ESPACIO. Por las actividades que se realizan en cada uno de los rincones la presencia del maestro en algunos de ellos no es fundamental proporcionando la ventaja de atender con mayor atención a l@s estudiantes que más lo necesitan y fomentando el desarrollo de la autonomía aún cuando el grupo de estudiantes sea grande. L@s estudiantes del curso dividid@s en pequeños grupos rotan de manera constante por el salón pues cada día realizan las actividades correspondientes a uno de los rincones y el último día se trabaja en gran grupo. Se privilegian con esta metodología el aprendizaje

cooperativo, el estudio independiente a distancia y el estudio independiente presencial.

Evaluación: se han diseñado instrumentos que posibilitan la auto evaluación (monitoreo de los aprendizajes y realización de tareas) estrategias para co evaluar como la veeduría en parejas y técnicas tan eficientes como la disney y finalmente la heteroevaluación en plenaria para mirar la efectividad de las acciones, estrategias, metodología y recursos utilizados.

Materiales: principalmente utilizamos los tangrams y cualquier cantidad de juegos de destreza, embrollos, juegos de encajar ... cada uno con una finalidad determinada. En clase realizamos análisis de problemas de ciencias, de geografía, de química y física principalmente.

MATRIZ DE CAMBIO CONCEPTUAL SQAT: Este instrumento se utiliza en dos momentos, el primero es a la hora de planear el curso de la acción pedagógica y el segundo es con los niños y las niñas para que en ella registren los saberes: la matriz consta de cuatro columnas en las cuales se registran: los conocimientos previos, las metas de aprendizaje de pensamiento de contenido, la evaluación y la transferencia.

COLEGIO: _____				
AREA: _____				
TEMA: _____				
ESTUDIANTE: _____				
¿QUÉ SÉ?	¿QUÉ QUIERO APRENDER?	QUIERO	¿QUÉ APRENDÍ?	TRANSFERIR
Conocimientos básicos necesarios para comprender el concepto a tratar	Metas de pensamiento, disciplinas, habilidades, actitudes, hábitos y valores que se ejercitarán paralelo al desarrollo del concepto	metas	Ejecución de estrategias cognitivas y metacognitivas para monitorear aprendizajes Dili-genciar rúbricas de evaluación y autoevaluación	Contextos académicos y cotidianos en los cuales el concepto adquiere significado

Tabla: 1

RÚBRICAS PARA LA EVALUACIÓN: Son matrices que se elaboran para ser diligenciadas por los y las docentes y por los y las estudiantes con el fin de monitorear aprendizajes, el objetivo central es el de aprender a hacer seguimiento y autorregular el proceso formativo.

CATEGORÍAS	¿PARA QUÉ APRENDER?	¿CÓMO APRENDER?			¿CÓMO DEMOSTRAR APRENDIZAJE?			¿CÓMO VALORAR APRENDIZAJE?			¿QUÉ ACCIONES DE MEJORAMIENTO REALIZAR?
		2*	3*	4*	5*	6*	7*	8*	9*	10*	
SubCategorías	Intencionalidades										Autorregulación
Condiciones	Identificar las intencionalidades propuestas para el periodo										Planear y desarrollar acciones de mejoramiento
Nivel							A				
								B			
									C		
										D	
											E

Tabla: 2

- *2 **CONCEPTUALIZACIÓN DE CURSO DE ACCIÓN:** Tener una representación mental del procedimiento implícito del proyecto
- 3 **CONSTRUCCIÓN DE SENTIDO AL CURSO DE ACCIÓN:** Encontrar razones al curso de acción propuesto en el contexto del proceso personal
- 4 **CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL CURSO DE ACCIÓN:** Determinar los referentes a la luz de los cuales es posible evaluar un curso de acción.
- 5 **CONCEPTUALIZACIÓN DE PRODUCTOS:** Tener una representación mental de los productos a elaborar
- 6 **CONSTRUCCIÓN DE SENTIDO A LOS PRODUCTOS A ELABORAR:** Encontrar razones para la elaboración de los productos propuestos en el contexto del proceso personal

- 7 **CRITERIOS DE EVALUACIÓN DE LOS PRODUCTOS:** Determinar los referentes a partir de los cuales es posible evaluar cada producto elaborado.
- 8 **COMPARACIÓN IDEAL Vs: REAL:** Poner en relación las condiciones ideales con la propia construcción y concluir.
- 9 **COMPARACIÓN DE REALES:** Poner en relación las construcciones elaboradas a través del tiempo y concluir.
- 10 **REFLEXIÓN:** Tomar como base las conclusiones y comprender las razones del desfase.

2. Aspectos a Tener en Cuenta para el Debate

1. **FACTORES POSITIVOS Y NEGATIVOS:** la lúdica es un aspecto que motiva la realización del trabajo por parte de l@s aprendientes, los tangrams se constituyen para ellos y ellas en algo novedoso y una vez se hacen conscientes de las posibilidades de uso y comprueban la facilidad con la que adquieren los conceptos la motivación aumenta de manera considerable. Los clubes de jugador@s de Nim, juegos de ingenio etc. Son una manera maravillosa de acercar a l@s estudiantes y al conocimiento. Me complace muchísimo ver como l@s estudiantes esperan la clase, hacen las tareas y han ido mejorando en la parte académica prueba de ello es la mejora en los resultados de las evaluaciones de competencias básicas y los resultados académicos que obtienen en otras áreas del conocimiento, la forma como verbalizan, describen, expresan y usan los conceptos de manera natural y la forma como operan sobre todo con las fracciones de manera mental.

Otro aspecto positivo lo constituye la facilidad para conseguir el material, ya que ell@s mism@s cortan los tangrams favoreciendo así el dibujo, el desarrollo de la motricidad y el uso de instrumentos de medida, de corte etc.

ENTRE LOS NEGATIVOS hay dos bastante relevantes; el primero hace referencia a la dificultad que encierra el convencer a los y las apren-

dientes, para ser protagonistas de su propio aprendizaje y emprender por sí mism@s la tarea de conocer, ya que ell@s quieren que uno les diga y les entregue todo masticado, aún tardan bastante en adquirir hábitos de autorregulación y autocontrol pero con el paso de los días se va logrando, sobre todo cuando empiezan a evidenciar los resultados positivos del trabajo. Lo más difícil consiste en desarrollar el hábito de la persistencia ya que tienden a abandonar la tarea cuando les parece difícil o sienten incapacidad para hacerla; y el segundo son l@s propi@s docentes ya que hay mucha resistencia al cambio, sobre todo cuando este implica emprender de nuevo la tarea de aprender y más cuando pensamos que todo lo sabemos; un tercero que también influye aunque de manera tangencial es la falta de compromiso de los padres y las madres de familia y la imposibilidad de muchos para acompañar desde la casa los procesos de aprendizaje de los niños y las niñas.

2. **PRODUCTOS:** entre ellos cuento: cartilla TANGRAMS MAS QUE ENTRETENIMIENTO en la cual desarrollo completamente el tema de las fracciones utilizando el tangram y sus amigos, guías de trabajo con los diferentes tangrams y sus amigos: tangram chino, cardiotangrama, un nuevo tangram, armonigrama, hexatangrama, triángulos encajables y pentominós, más de veinte juegos de estrategia, de armado y de destreza. cartilla MODELO DE MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO en la cual desarrollo el método planteado en esta experiencia, más de siete conferencias diseñadas tanto para maestros como para estudiantes, unidades de aprendizaje de temas específicos, tengo en proceso de construcción una cartilla MUESTRAME UN SITIO DONDE NO ENCUENTRES FRACCIONES en el cual se presentan diferentes contextos académicos y cotidianos en los cuales el concepto de fracción adquiere significado.
3. **RESULTADOS:** Alta motivación de los y las estudiantes por el trabajo en el área.
 - Se fomenta la investigación y la curiosidad por conocer aspectos de las otras áreas, en el caso de l@s estudiantes de primer y segundo semestre de licenciatura en química se hace al finalizar el semestre la exposición de trabajos de aula en la cual ellos y ellas desarrollan aplicaciones de temas específicos del área de matemáticas a la química.

- En el caso del trabajo con fracciones los y las estudiantes de 7 y 9 desarrollan habilidades que les permiten consultar y comprender conceptos de los libros de física, de química, de cálculo, esta facilidad les motiva a consultar de manera permanente y a llegar a la clase con el producto de sus investigaciones (anexo a la presentación las dos primeras ediciones del boletín de circulación interna en el IED RAFAEL BERNAL JIMÉNEZ “TANGRAMS MAS QUE ENTRETENIMIENTO”)
- Mejora en los resultados académicos al elevar la comprensión sobre el origen de los conceptos
- La experiencia enriquece al PEI en lo referente a la trascendencia por cuanto se trabaja en el desarrollo de hábitos de estudio, actitudes y valores
- En lo referente al desarrollo de competencias resumiría el impacto en que no solo aprenden a conocer sino a hacer algo con lo que saben, el nivel de logro es alto y el desempeño eficiente, los resultados en la evaluación de competencias han ido mejorando y esperamos en este año lograr el reconocimiento. En relación con las otras áreas del conocimiento este tipo de experiencia posibilita el encuentro entre los maestros y las maestras y la formulación de núcleos problémicos alrededor de los cuales se desarrolla la enseñanza
- El potencial innovador de la experiencia radica en además de propiciar el aprendizaje significativo de los conceptos, ayuda a los y a las aprendientes a desarrollar actitudes positivas hacia el aprendizaje y hábitos mentales de autorregulación que contribuyen a mejorar su calidad de vida al permitirles lograr el éxito en las tareas que emprenden.

3. El Concepto de Fracción Desde Cuatro Diferentes Interpretaciones

DIFERENTES INTERPRETACIONES DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN			
1. La relación parte todo y la medida a. representaciones en contextos continuos y discretos b. decimales c. recta numérica	3. las fracciones como cociente a. división indicada b. como elemento de un cuerpo cociente	2. la fracción como razón a. probabilidades b. porcentajes	4. la fracción como operador

Tabla: 3

La Relación Parte Todo y La Medida

¿QUÉ SE?	¿QUÉ QUIERO APRENDER?	¿QUÉ APRENDÍ?	TRANSFERENCIA
Conocimientos previos necesarios para desarrollar el concepto	Metas de aprendizaje de la unidad	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Utilizar estrategias metacognitivas para valorar la forma como se aprende el concepto y como se desarrolla la tarea ✓ Reconocer la capacidad para realizar una tarea 	Reconocer los diferentes contextos en los que la fracción como relación parte - todo adquiere significado
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tener interiorizada la noción de inclusión de clases ✓ Identificación de la unidad (qué todo es el que se considera como unidad en cada caso concreto) ✓ Noción de conservación de la cantidad ✓ Manejo de la idea de área para las representaciones continuas 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ habilidades de pensamiento clasificación comparación ✓ percibir analíticamente las partes que componen un todo ✓ reconocer y utilizar adecuadamente la información ✓ representar fracciones en contextos continuos, discretos, en forma decimal y en la recta numérica ✓ establecer la diferencia entre un conjunto continuo y un conjunto discreto ✓ valorar la importancia del saber previo en la construcción de nuevos conceptos ✓ respetar y valorar la opinión de otros ✓ analizar la información con detenimiento 		

Tabla: 4

Materiales Adecuados

Las regletas de Cousenaire, los tangrams con sus amigos, otros fabricados por l@s niñ@s bajo la orientación del profesor, ideal utilizar reglas, escuadras, cintas métricas, termómetros, balanzas, dinamómetros entre otros instrumentos de medida.

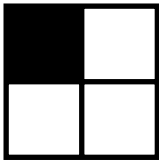
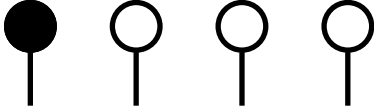
CUADRO UNO: HABILIDAD MENTAL: COMPARACIÓN CONCEPTOS: UNIDAD - ESTADO UNIDAD - CONJUNTOS DISCRETOS Y CONJUNTOS CONTINUOS	
<p>Existen varias maneras de representar o nombrar una unidad: En un contexto continuo en el que las representaciones más comunes se hacen en dos dimensiones utilizando para ello: círculos y rectángulos aquí por ejemplo $\frac{1}{4}$ indica que de las cuatro partes en que se ha dividido la unidad se ha tomado una. . .</p> 	<p>Otra forma es en un contexto discreto, en el que la unidad es el número de elementos de un conjunto comúnmente se le llama estado unidad, por ejemplo si tomamos como estado unidad el número de colombinas que hay en un paquete; el todo se encuentra representado por las cuatro colombinas de las cuales vamos a tomar una , aquí $\frac{1}{4}$ representa la relación entre el número de colombinas que tomamos (1) y el número total de colombinas (4).</p> 

Tabla: 5

Actividades Propuestas

1. Buscar ejemplos de conjuntos continuos y discretos
2. Ejercitar la habilidad de comparación y clasificación (número de estudiantes en el salón, relación de número de niñas con el número de niños, estatura de los niños y las niñas, cantidad de tela que se emplea para hacer el uniforme, medida del tablero, ...)
3. Utilizar para los diagramas la magnitud: longitud, es decir dividir un segmento en partes iguales. Tener bastante cuidado de identificar en la recta el segmento unidad y extender la recta más allá del uno (sin interesar el grado en que nos encontramos se extiende a izquierda y derecha y de manera natural se utiliza la rayita “-” para indicar desplazamientos hacia la izquierda; verbalizar “menos tanto”)
4. Pintar la recta en forma vertical y repetir los ejercicios (para arriba y abajo)
5. Utilizar otras magnitudes como el tiempo, la masa, la temperatura... en este punto se utilizan todas las fundamentales.
6. Utilizar de manera natural fracciones impropias y en igual forma la notación como números mixtos (ver las fracciones como extensiones de los números enteros)
7. Conectar con la idea de medida utilizando escalas y proporcionar contextos naturales para la suma (unión de dos medidas) y para la introducción de los decimales (notación decimal)
8. El manejo de la representación de las fracciones a través de la recta numérica debe ser utilizado para conceptualizar las relaciones parte todo en un contexto y reconocer contextos equivalentes que proceden de nuevas divisiones de la unidad (para esto es ideal utilizar las reglas y las escuadras que los niños y las niñas poseen) con el fin de introducir la noción de equivalencia cuando la misma parte de la unidad recibe nombres diferentes en función del número de divisiones.

La Fracción como Cociente

CONOCIMIENTOS PREVIOS	METAS DE APRENDIZAJE	EVALUACIÓN DE APRENDIZAJES	TRANSFERENCIA
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones básicas entre números naturales: suma, resta multiplicación y sobre todo: ✓ División ✓ Utilización de letras y otros símbolos para representar las cantidades 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Como bajo esta interpretación se concibe a las fracciones (números racionales) pertenecientes a un sistema algebraico abstracto donde las relaciones entre los elementos son de índole deductiva, esta interpretación debe tener un carácter globalizador y ser posterior en la secuencia de enseñanza a las demás interpretaciones. ✓ Las habilidades de pensamiento que se ejercitan son: inducción, deducción, generalización. ✓ Los conceptos que se construyen: variable, constante, expresión algebraica, estructura algebraica y cuerpo conmutativo. ✓ Lectura y escritura de expresiones ✓ Manejo de representaciones de varios órdenes distintos ✓ Hábitos tan importantes como la persistencia, el realizar las tareas en forma ordenada, ✓ El trabajar con otros generando actitudes positivas en relación con los aportes del otro para la construcción de conocimientos y teorías. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Uso de estrategias cognitivas y metacognitivas para describir los procesos, procedimientos y la forma como llegamos a los resultados ✓ Hacer generalizaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aquí un buen elemento lo constituye el manejo e interpretación de fórmulas

Tabla: 6

CUADRO NÚMERO DOS: HABILIDAD MENTAL: DEDUCCIÓN CONCEPTOS: COCIENTE INDICADO EXPRESIONES ALGEBRAÍCAS		
<p>Otra forma de interpretar las fracciones es asociándolas a la operación de dividir un número natural por otro así entonces $\frac{1}{4} = 0,25\dots$ y equivale a dividir una unidad entre cuatro personas a esto se le denomina una acción de reparto.</p>	<p>Esto ya empieza a complicarse, ¿cómo así que $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(ad + bc)}{bd}$</p>	<p>La profesora dice que en esta forma las fracciones están consideradas como números racionales o lo que es igual como los elementos de una estructura algebraica, es decir como los elementos de un conjunto numérico en el que se ha definido una relación de equivalencia ...</p>

Tabla: 7

Actividades Propuestas

1. Interpretar de manera gráfica la división de dos números naturales, inicialmente asociada a problemas de reparto: “se tienen tres panes y hay que repartirlos de manera equivalente entre cinco personas ¿cuánto le tocará a cada una?”.
2. Utilizar la notación apropiada verificando siempre que los procedimientos se hagan y se verbalicen ($\frac{3}{5}$, $3 : 5$, $3 \div 5$), verificar la formulación de reglas y hacer comprensión sobre el poder de las generalizaciones.
3. Ejercitar de manera suficiente los casos en que $a = b$, $a > b$ y $a < b$. Verificar la conceptualización sobre la notación decimal y trabajar en diferentes bases y en contextos continuos y discretos.
4. Hacer las construcciones con base en la propia actividad de los niños y las niñas, estimación, sentido del orden, tamaño ...

5. Valorar el trabajo de los niños y las niñas y los métodos y procedimientos por ellos y ellas utilizados aunque difieran de las aproximaciones formales.
6. Hacer actividades en las que los niños y las niñas deban comparar y ordenar para que construyan procedimientos de solución mediante procesos de dividir, ordenar, medir, componer,
7. Utilizar modelos de apoyo: tangrams y sus amigos, regletas, instrumentos de medida, escalas, y situaciones de la vida diaria que sirvan como puente entre las situaciones problemáticas en diferentes contextos y el trabajo numérico (L. STREEFLAND, 1984)
8. Representar las situaciones mediante ecuaciones (para el caso del ejemplo es $5 \cdot x = 3$ siendo x la cantidad de pan que le corresponde a cada persona) distinguir los dos aspectos que se pueden presentar en una situación: a. Cuando nos proporcionan la cantidad y el número de partes en que hay que dividirla y nos preguntan cuánto vale cada parte. Y b. Cuando nos proporcionan la cantidad y lo que vale cada parte y nos piden el número de partes (medida).
9. La consideración de las fracciones como elementos de una estructura algebraica se empieza a hacer cuando se define el conjunto de los números racionales como elementos de la forma $\frac{a}{b}$, siendo a y b naturales y $b \neq 0$ que representan la solución de la ecuación $b \cdot x = a$ ¿alguna vez se ha preguntado desde qué edad forzamos a los niños y a las niñas a hacer estos procedimientos que para ellos y ellas no tienen ningún tipo de significado?, o cuando empleamos fórmulas para generalizar las operaciones $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(a \cdot d + b \cdot c)}{b \cdot d}$ ó $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(a \cdot d - b \cdot c)}{b \cdot d}$ ó $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$...?

La Fracción como Razón

CONOCIMIENTOS PREVIOS	METAS DE APRENDIZAJE	EVALUACIÓN	TRANSFERENCIA
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Relaciones ✓ Como en ésta parte se maneja una concepción totalmente diferente es importante verificar la conceptualización sobre las dos interpretaciones anteriores 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Razón de cambio de una magnitud en relación con otra ✓ Proporciones ✓ Identificar situaciones en las cuales no existe de manera natural la unidad como un todo que se divide en partes ✓ Habilidades de pensamiento: comparación, clasificación, deducción ✓ Representación gráfica de relaciones en el plano 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Uso de criterios para comparar magnitudes 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dotar de sentido las magnitudes derivadas como por ejemplo la velocidad, la aceleración, la densidad, la fuerza ...

Tabla: 8

Actividades Propuestas

1. En este caso las fracciones dejan de usarse en situaciones de comparación parte - todo, para ser utilizadas como un índice comparativo. En este caso no existe de manera natural una unidad como sí ocurre en los casos anteriores, por ello para realizar los procesos de conceptualización se requiere ubicar a los niños y las niñas en diferentes contextos en los cuales puedan clarificar esta interpretación.
 - Relación entre los elementos de dos conjuntos
 - Relación de tamaño entre dos figuras semejantes
 - Manejo de escalas en los dibujos de los mapas, los planos, las maquetas ..., elaboración de modelos geométricos.
 - Recetarios, mezclas, aleaciones, velocidades, aceleraciones, ...
2. Manejo de problemas sobre probabilidades

3. Manejo de situaciones en las que se establece la proporcionalidad entre un número y cien (porcentajes)
4. Aquí adquiere especial importancia la interpretación de los fenómenos naturales y la representación de las trayectorias por medio de gráficas.

Materiales Adecuados

Aquí la variada gama de materiales que puede utilizarse tanto para hacer modelos como para conceptualizar es tan variada que se deja a la creatividad de los y las docentes el ver como utilizan los tangrams y sus amigos, las regletas encajables, los textos de otras áreas, las fotografías, en fin

La Fracción Como Operador ¹

CONOCIMIENTOS PREVIOS	METAS DE APRENDIZAJE	EVALUACIÓN DE SABERES	TRANSFERENCIA
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Operaciones básicas suma, resta, multiplicación y división. ✓ Conteo ✓ Reversibilidad de los procesos ✓ Operadores 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Comprensión de las fracciones en el papel de transformaciones. ✓ Comprensión de las cadenas estado - operador - estado construidas al tomar un estado unidad y aplicar sobre él una sucesión de multiplicaciones y divisiones o una sucesión de divisiones y multiplicaciones ✓ Deducir las propiedades de las operaciones con potencias de la misma base ✓ Conceptualizar las operaciones básicas entre fracciones ✓ Conceptualizar sobre operadores equivalentes y sobre estados equivalentes 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aplicar estrategias cognitivas para la construcción de los conceptos y generalizaciones ✓ Aplicar estrategias metacognitivas para explicar la forma como se consiguen los resultados de las operaciones 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Utilizar las fracciones en diferentes contextos describiendo una orden o acción a realizar y describiendo un estado de cosas, es decir, describiendo una situación

Tabla: 9

CUADRO NÚMERO CUATRO: HABILIDAD MENTAL CLASIFICACIÓN COMPARACIÓN CONCEPTOS ESTADOS Y OPERADORES	
... cómo aplicar al conjunto formado por los estudiantes del curso el operador $\frac{2}{3}$	¡Muy fácil! con este operador se quiere decir “dos niños o niñas por cada tres niños o niñas que hay en el salón”. Es decir que: como somos 30 dividimos por 3 y nos quedan 10 grupos y luego multiplicamos por dos es decir tomamos dos niños o niñas de cada grupo y nos quedan 20 , es decir que las dos terceras partes de 30 son 20

Tabla: 10

Actividades Sugeridas

1. En esta interpretación es importante aprender a identificar diferentes estados unidad (puntos de partida) en conjuntos continuos y discretos
2. Trabajar la comparación entre el estado unidad y el estado final (transformación) al aplicar el operador $\frac{a}{b}$ en los tres casos $a = b$, $a > b$ y $a < b$.
3. Representar por medio de gráficas y hacer los cuadros resumen de las transformaciones y siempre verbalizar.

ESTADO UNIDAD SITUACIÓN	OPERADOR UNO	ESTADO UNO	OPERADOR DOS	ESTADO FINAL TRANSFORMACIÓN
30	:3	10	$\times 2$	20

Tabla: 11

4. Trabajar la equivalencia de operadores haciendo actuar diferentes operadores fraccionarios sobre el mismo estado unidad para conseguir el mismo estado final

ESTADO UNIDAD SITUACIÓN	OPERADOR UNO	ESTADO UNO	OPERADOR DOS	ESTADO FINAL	OPERADOR
30	:3	10	$\times 2$	20	$\frac{2}{3}$
30	:6	5	$\times 4$	20	$\frac{4}{6}$
30	:15	2	$\times 10$	20	$\frac{10}{15}$

Tabla: 12

- Equivalencia de estados, presentado un mismo operador que al actuar sobre estados diferentes produce la misma transformación (comparando el estado inicial y el final en el sentido descrito por las proporciones)

ESTADO UNIDAD SITUACIÓN	OPERADOR	ESTADO FINAL TRANSFORMACIÓN
30	$\frac{2}{3}$	20
15	$\frac{2}{3}$	10
6	$\frac{2}{3}$	4

Tabla: 13

NOTAR EN EL EJEMPLO QUE LA RELACIÓN ENTRE EL ESTADO INICIAL Y EL ESTADO FINAL SIEMPRE ES COMO DOS ES A TRES.

- Esta interpretación ofrece un contexto natural para la composición de transformaciones (funciones operador), la idea de inversa (el operador que reconstruye el estado unidad), la idea de identidad (el operador que no modifica el estado unidad) que deberán ser trabajadas ampliamente para lograr altos niveles de conceptualización por parte de los niños y las niñas.
- Realizar ejemplos con los diferentes TANGRAMS considerando como estado unidad diferentes piezas resulta muy interesante²

²Véase por ejemplo la Guía de trabajo EL ARMONIGRAMA para más actividades.

A MANERA DE SÍNTESIS: Debido a las diversas interpretaciones que ofrece el concepto de fracción, algunos autores lo consideran como un MEGACONCEPTO refiriéndose al número racional como sintetizador de todas las interpretaciones descritas, constituido por diferentes subconceptos las llamadas interpretaciones. Por ello, si la idea es APRENDER A TRANSFERIR empezar por éste punto proporciona una gran ventaja por el amplio dominio que se logra frente a la ESTRUCTURAS COGNITIVAS entendidas como esquemas subyacentes a las acciones necesarias para desarrollar tareas que implican el manejo de un concepto desde muchas perspectivas. ESTE EJEMPLO proporciona una excusa para que los diferentes especialistas presenten las diferentes interpretaciones que desde su campo adquiere un concepto determinado, en busca de una enseñanza que sea para la vida y no para un examen. ESPERO ENTONCES QUE EL OBJETIVO DEL TRABAJO SE LOGRE

Taller

Para poner en práctica los conceptos trabajados en las dos sesiones anteriores desarrollaremos un taller sobre fracciones utilizando como material didáctico EL ARMONIGRAMA Y SUS AMIGOS. La guía de trabajo es una en la serie que trabajo con mis aprendientes, por ello a lo largo de ésta se hará referencia a los niños y las niñas, cada una de las guías de la serie tiene la posibilidad de ser adaptada por el maestro de acuerdo con el grado en que la utilice.

Plano de Corte para El Armonigrama y sus Amigos

Construir el armonigrama y sus amigos es una tarea sencilla, necesitarás 4 rectángulos en madera, fomi, cartón grueso o pevecín. Cuyos lados estén en la relación 4 : 5.

1. CUADRÍCULA.

En el primer rectángulo marcarás claramente las unidades cuadradas, éste rectángulo es muy útil a la hora de hacer cálculo de áreas, perímetros y hacer construcciones proporcionales, para hacerlo interactivo conviene que en un grupo todos sean de la misma medida y ojalá en el mismo material $12\text{cm} \times 15\text{cm}$. es un tamaño ideal. Si este es el caso las unidades cuadradas serán de $3\text{cm} \times 3\text{cm}$ y para mejorar los cálculos podrías inclusive marcar con líneas de un color diferente los cm^2 .

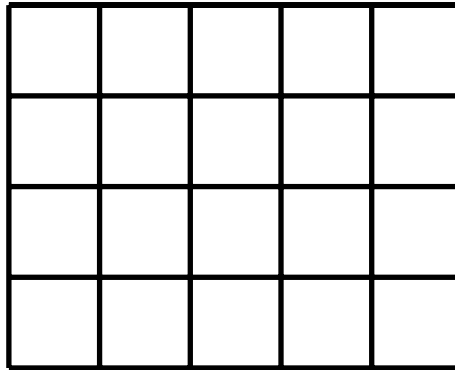


Figura: 1

2. UNIDADES CUADRADAS

Toma otro rectángulo marca las unidades cuadradas como en el caso anterior y luego recórtalas.

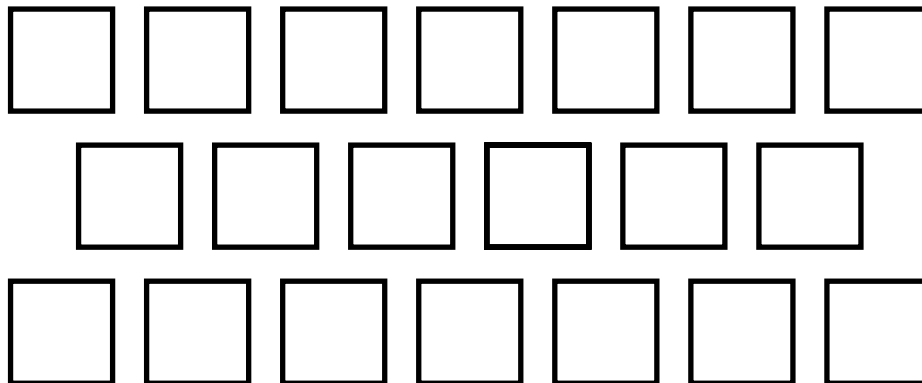


Figura: 2

3. FIGURAS BÁSICAS

EL ARMONIGRAMA es un tangram que no posee figura básica (es decir una pieza que quepa un número determinado de veces en las otras piezas) por eso hay necesidad de construirlas; para hacerlo toma un tercer rectángulo, marca en él las unidades cuadradas y posteriormente traza las diagonales de las unidades cuadradas en solo sentido, observa que han quedado marcados cuarenta triángulos rectángulos isósceles de área media unidad cuadrada. Recórtalos.

4. ARMONIGRAMA

Toma el cuarto rectángulo y realiza de manera cuidadosa los trazos que aparecen en la figura, luego recorta las piezas (antes de cortar observa bien para determinar la regularidad en el patrón) Para facilitar la observación el rectángulo tiene la cuadrícula pintada y las piezas aparecen en diferentes tramas y colores, también lo puedes observar en la primera página de ésta guía.

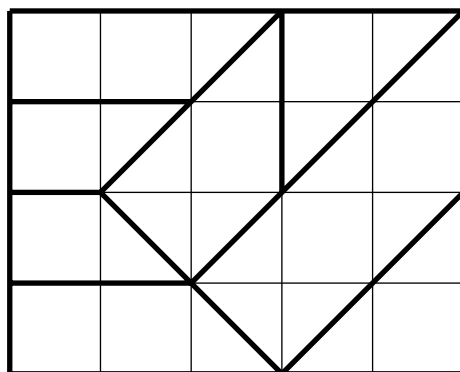


Figura: 3

ARMONIGRAMA



Figura: 4

**TANGRAMS MÁS QUE ENTRETENIMIENTO
PROGRAMA DE FORMACIÓN DE
TALENTOS EN MATEMÁTICAS**

Armonigrama

El ARMONIGRAMA es un interesante TANGRAM que se obtiene al realizar cortes especiales a un rectángulo. LOS AMIGOS DEL ARMONIGRAMA SON: un tablero rectangular de 5U por 4U con la cuadrícula dibujada, 20 unidades cuadradas, y 40 triángulos rectángulos isósceles de área media unidad. Cada uno de esos triángulos será llamado figura básica ya que el armonigrama no posee una.

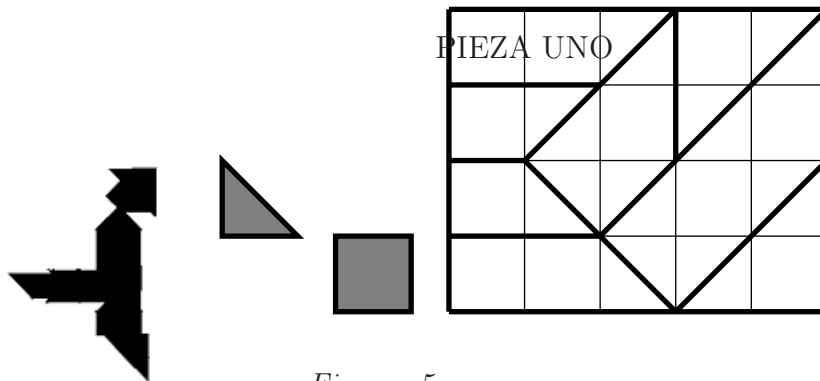


Figura: 5

Lo vamos a utilizar para ejercitar las habilidades mentales de comparación y clasificación, y para reforzar conceptos referentes a las fracciones y a las operaciones entre ellas.

Actividades:

Con Cada una de las Piezas

1. Identifica las 8 piezas que componen el armonigrama y describe la figura geométrica que representan. Por ejemplo: la pieza número uno es un trapecio recto escaleno.
2. Halla el perímetro de cada una de las ocho piezas. Por ejemplo el perímetro de la pieza número uno es $6 + \sqrt{2}$ unidades.
3. Halla la relación de tamaño entre los lados de cada una de las piezas. Por ejemplo: en la pieza número uno los lados paralelos están en la relación $2 : 3$, los lados no paralelos están en la relación $1 : \sqrt{2}$, y también podemos establecer las relaciones $1 : 2$, $1 : 3$, $2 : \sqrt{2}$ y $3 : \sqrt{2}$ y viceversa, $2 : 1$, $3 : 2$, ...

Las Piezas En Relación Con La Figura Básica

4. Halla el área de cada una de las ocho piezas en unidades básicas. Por ejemplo: el área de la pieza número uno es 5 unidades básicas.

Las Piezas En Relación Con La Unidad Cuadrada

5. Halla el área de cada una de las ocho piezas en unidades cuadradas. Por ejemplo: el área de la pieza número uno es $2\frac{1}{2}$ unidades cuadradas.

Las Piezas En Relación Con El Rectángulo Base

6. Halla el tamaño de cada una de las ocho piezas en relación con el rectángulo base. Por ejemplo: la pieza número uno es $\frac{1}{8}$ (una octava parte del rectángulo base)

¿Es posible hacer éste ejercicio con todas las piezas? JUSTIFICA TU RESPUESTA

Las Piezas Entre Ellas

Utiliza el conocimiento que ya tienes de cada una de las ocho piezas del armonigrama para clasificarlas en diferentes grupos.

7. Las que tienen la misma forma
8. Las que tienen el mismo número de lados
9. Las que tienen el mismo tamaño
10. Las que tienen la misma forma pero diferente tamaño
11. Las que guardan las mismas relaciones entre sus lados
12. Las que tienen un lado de la misma medida.
13. Otros grupos.

Rompecabezas

Polígonos Convexos

Cada una de las ocho piezas del armonigrama es un polígono convexo, juega a armar otros polígonos convexos utilizando: dos piezas, tres piezas, cuatro

piezas, cinco piezas, seis piezas, siete piezas y las ocho piezas. Observa a continuación cinco de los que puedes armar con las ocho piezas *¡No Olvides Graficar Las Soluciones!*

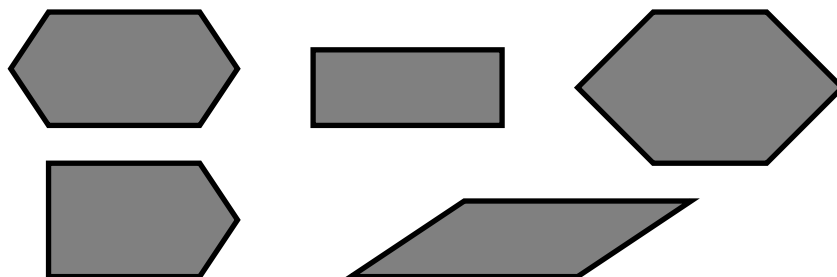


Figura: 6

UTILIZANDO MÉTODOS DE RAZONAMIENTO APRENDIDOS EN ALGEBRA ES POSIBLE PROBAR QUE CON EL ARMONIGRAMA SOLO ES POSIBLE CONSTRUIR ESTOS CINCO POLIGONOS CONVEXOS

PREGUNTAS DE ORO

- ***¿POR QUÉ NO ES POSIBLE CONSTRUIR UN CUADRADO CON LAS OCHO PIEZAS DEL ARMONIGRAMA***
- ***¿CON CUÁNTAS DE ELLAS ES POSIBLE CONSTRUIR UNO?***

Ejercicios Con Fracciones

En los ejercicios que encontrarás a continuación las fracciones serán consideradas como operadores, para resolverlos construiremos cadenas de la forma estado - operador - estado... y el objetivo central es el de recordar el carácter arbitrario de las unidades.

1. **Escoge como unidad la pieza mayor del armonigrama, en relación con ella las otras piezas recibirán el nombre de partes de la unidad.**

Empleando exclusivamente figuras básicas disponlas de tal modo que lo que construyas contenga tanta cantidad de madera como la que hay en la pieza unidad, realiza el mismo ejercicio utilizando exclusivamente unidades cuadradas, es posible realizar de nuevo el ejercicio utilizando dos piezas iguales del armonigrama. Construye diferentes figuras que contengan igual cantidad de madera que la pieza unidad. Toda construcción que contenga igual cantidad de madera que una pieza unidad se llamará **ESTADO UNIDAD**. Divide el estado unidad en partes iguales tantas veces como sea posible, no olvides representar gráficamente las soluciones.

Construye de varias maneras diferentes una vez y media el estado unidad, dos veces y media el estado unidad... Realiza varios ejercicios de este estilo eligiendo otras piezas del armonigrama como unidad y también con el rectángulo base.

2. Construye cadenas de conjuntos de tal forma que cada conjunto pueda construirse a partir del precedente siguiendo una cierta regla. Tomemos por ejemplo un conjunto de 4 objetos éste será nuestro primer conjunto; a partir de este primer conjunto construyamos un segundo conjunto colocando dos objetos en él por cada uno de los objetos que tengamos en el primer conjunto

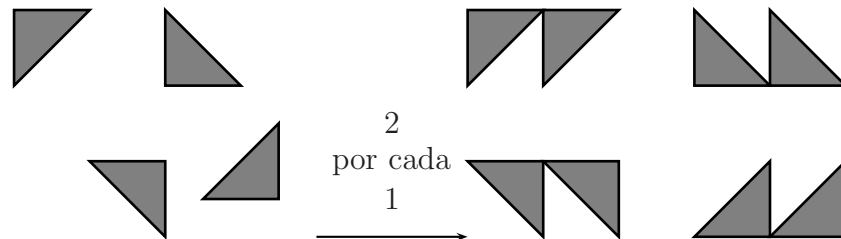


Figura: 7

Ahora construye un tercer conjunto colocando un objeto en él por cada cuatro objetos que haya en el segundo conjunto. Verbaliza y escribe las transformaciones: multiplicamos el número de objetos que hay en

el primer conjunto por dos y obtenemos el número de objetos que hay en el segundo conjunto, dividimos el número de objetos que hay en el segundo conjunto por cuatro y obtenemos el número de objetos que hay en el tercer conjunto.

3. Empieza considerando como estado unidad un conjunto de 20 objetos, construye un segundo conjunto colocando en él 1 objeto por cada 4 objetos que haya en el primer conjunto, construye un tercer conjunto colocando en él 3 objetos por cada objeto que haya en el segundo conjunto. ¿cuántos objetos habrá en el tercer conjunto?
4. Toma de nuevo un conjunto de 20 objetos como estado unidad, construye un segundo conjunto colocando en él 2 objetos por cada 5 objetos que haya en el primer conjunto y un tercer conjunto colocando en él 1 objeto por cada cuatro objetos que haya en el segundo conjunto. ¿cuántos objetos habrá en el tercer conjunto?
5. Considera de nuevo el ejercicio 2 y trata de encontrar otro sistema diferente para obtener el tercer conjunto a partir del conjunto inicial; realiza el mismo procedimiento con los ejercicios 3 y 4. Si lo consideras necesario, puedes construir otros conjuntos intermedios.
6. Representa los datos obtenidos en una tabla

ESTADO UNIDAD	OPERADOR UNO	ESTADO UNO	OPERADOR DOS	ESTADO FINAL
4	$\times 2$	8	$: 4$	2

Tabla: 14

7. Realiza otros ejercicios considerando estados unidad y operadores diferentes.
8. En cada uno de los ejercicios anteriores resume las reglas en una sola, por ejemplo: para llegar de un estado unidad de cuatro objetos a un estado de dos objetos tomamos dos objetos por cada cuatro objetos, esta situación se puede expresar mediante el operador compuesto 2 por cada cuatro y se nota $\frac{2}{4}$, el mismo resultado se obtiene al tomar dos objetos por cada objeto es decir uno por cada dos y se nota $\frac{1}{2}$

esta situación se expresa en la forma: el conjunto tres contiene las dos cuartas partes de objetos que el conjunto uno o lo que es igual, en el conjunto tres hay la mitad de objetos que en el conjunto uno.

Para garantizar la comprensión del concepto conviene realizar muchos ejercicios, representar gráficamente y hacer las cadenas correspondientes

9. Para aprender a comparar fracciones toma un estado unidad fijo y aplícale los operadores que deseas comparar y luego compara los estados finales, realiza una cantidad suficiente de ejercicios y luego generaliza los resultados. Por ejemplo para comparar $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ y $\frac{3}{9}$ toma como estado unidad un conjunto de 18 objetos y forma un nuevo conjunto colocando en él un objeto por cada 3 objetos que haya en el primer conjunto, cuenta los objetos que hay en el segundo conjunto, seguidamente toma de nuevo un estado unidad de 18 objetos y forma un nuevo conjunto colocando en él dos objetos por cada seis objetos que haya en el primer conjunto, determina el número de objetos que hay en el segundo conjunto, repite de nuevo el ejercicio tomando tres objetos por cada nueve objetos, luego compara y concluye.

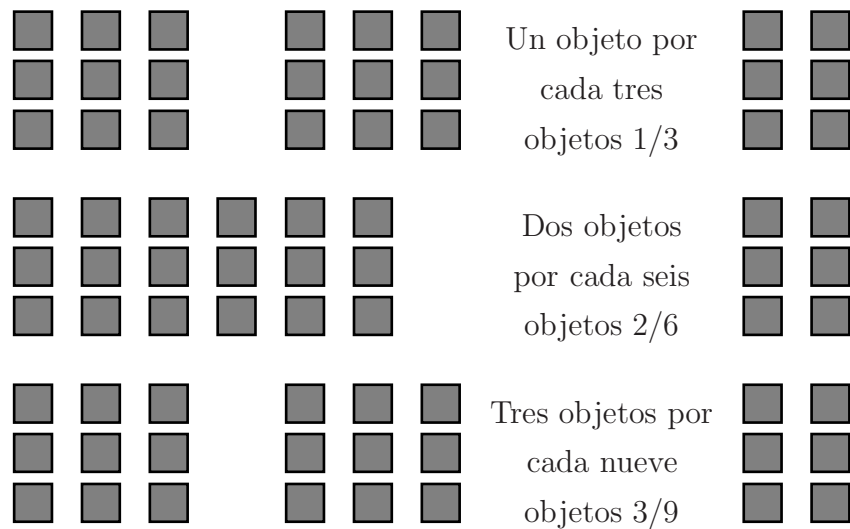


Figura: 8

Situaciones ...

- La señora Clara tiene dos niños y la señora Betty 4, la señora Clara reparte en partes iguales una chocolatina entre sus dos hijos, la señora Betty quiere dar a sus hijos la misma cantidad de chocolatina que la señora Clara le ha dado a los suyos. ¿cuántas barras de chocolate deberá comprar para conseguirlo?
- Don Pablo tiene 3 niñas y 9 niños y desea repartir entre ellos un lote de forma que una hectárea se distribuya en partes iguales entre las niñas y a cada uno de los muchachos le corresponda igual cantidad de tierra que a cada una de las niñas. ¿cuál es la superficie del lote?
- Tangramina reparte en partes iguales 3 naranjas entre sus cinco amigas y Tangramin reparte en la misma forma 6 naranjas entre sus amigos. ¿cuántos amigos tiene Tangramin?
- Inventa nuevos problemas que justifiquen el uso de las fracciones y proponlos para trabajar en clase.

Problemas

CON EL ARMONIGRAMA AL IGUAL QUE CON CUALQUIER OTRO TANGRAM ES POSIBLE FORMAR UNA INFINIDAD DE FIGURAS ESTRUCTURALES, AL TRATAR DE ARMARLAS MEJORAS TU UBICACIÓN ESPACIAL, LA DESTREZA Y LA AGILIDAD MENTAL.

LO MAS IMPORTANTE ES QUE CUANDO LOGRES ARMAR CADA UNA GRAFIQUES LA SOLUCIÓN CONSERVANDO LAS PROPORCIONES.

RECUERDA QUE PARA ARMAR CADA FIGURA DEBES USAR LAS OCHO FICHAS SIN SUPERPONERLAS.

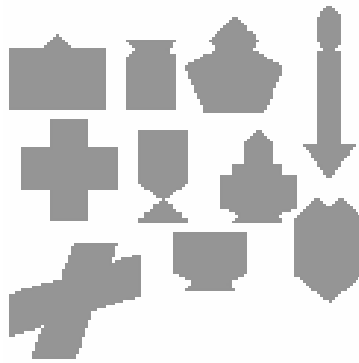


Figura: 9

Objetos

Ejercicios De Cálculo Con Fracciones

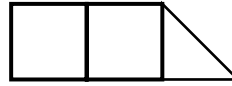


Figura: 10

Al tomar las cuarenta figuras básicas como estado unidad es posible determinar la fracción que representa cada una de las piezas del armonigrama Y sus equivalentes: $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{20}$, y $\frac{1}{4}$. Identifícalas y utiliza el material para hacer los siguientes cálculos:

- La mitad de $\frac{6}{40}$ _____
- La tercera parte de $\frac{6}{40}$ _____
- La quinta parte de $\frac{10}{40}$ _____
- La cuarta parte de $\frac{4}{40}$ _____
- La mitad de $\frac{1}{10}$ _____
- Las tres cuartas partes de $\frac{4}{40}$ _____
- Las dos terceras partes de $\frac{3}{20}$ _____
- Las cuatro terceras partes de $\frac{6}{40}$ _____
- Las seis quintas partes de $\frac{1}{8}$ _____

1. En algunos de los ejercicios has encontrado estados fraccionarios que son mayores que el estado unidad y otros que son menores que él, en cada caso se dice que la fracción es superior a uno o inferior a uno respectivamente.
2. Determina (sin hacer cálculos) cuáles de las siguientes fracciones son mayores que uno
 $\gt \frac{3}{4}$ $\gt \frac{4}{3}$ $\gt \frac{6}{5}$ $\gt \frac{5}{6}$ $\gt \frac{2}{3}$ $\gt \frac{3}{2}$
3. ¿Hay algún modo rápido para determinar si una fracción es mayor que uno? Intenta encontrar un sistema.
4. Si la fracción tiene la forma $\frac{a}{b}$ generaliza el resultado
5. Toma la pieza



Como representante del estado unidad, entonces la pieza representa $\frac{6}{5}$ pero:

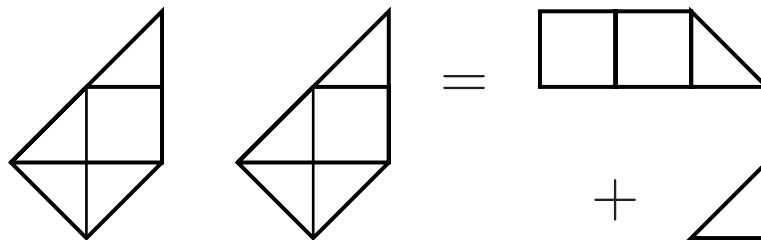


Figura: 11

Entonces podemos expresar $\frac{6}{5}$ como $1 + \frac{1}{5}$.

6. Realiza este ejercicio con las otras piezas del armonigrama.
7. Toma otra de las piezas del armonigrama como estado unidad y realiza de nuevo el ejercicio.
8. Realiza la siguiente adición:

$$\left(1 + \frac{1}{5}\right) + \left(2 + \frac{3}{5}\right) + \left(3 + \frac{4}{5}\right)$$

Construye la respuesta agrupando tanto como sea posible los estados unidad de tal forma que solo falte añadir un estado fraccionario inferior a la unidad.

9. Escribe el resultado de la suma anterior en forma de fracción ordinaria

ALGUNAS VECES NO SE EMPLEA EL SIGNO DE ADICIÓN ENTRE ESTADOS UNIDAD Y ESTADOS FRACCIONARIOS, POR EJEMPLO $2 + \frac{3}{5}$ SE ESCRIBE SIMPLEMENTE $2\frac{3}{5}$ Y SE LEE: DOS ENTEROS TRES QUINTOS

10. Transforma las siguientes expresiones fraccionarias en fracciones simples:

$$\gt 2\frac{2}{7} \qquad \gt 3\frac{1}{2} \qquad \gt 1\frac{2}{3} \qquad \gt 3\frac{1}{4} \qquad \gt 2\frac{5}{6}$$

11. Cuando termines de hacer los ejercicios de adición realiza ejercicios de sustracción y formula las reglas

En algunos casos encontrarás que debes quitar mas de lo que tienes... cuando así sea presta y expresa esta situación como una DIFERENCIA NEGATIVA Y PARA REPRESENTARLO ESCRIBE UN SIGNO MENOS ANTES DEL RESULTADO EL CUAL INDICA “LO QUE LE HACE FALTA” AL PRIMERO PARA SER IGUAL AL SEGUNDO. INVESTIGA Y REALIZA CONSTRUCCIONES PARA PROBAR LA EXISTENCIA Y APRENDER A IDENTIFICAR:

- EL OPERADOR NEUTRO
- EL OPERADOR INVERSO

Referencias

- [1] J. Acevedo, *Para Hacer Historietas*, Editorial Popular, Madrid España 1987 tercera edición.
- [2] Tom Apostol, *Calculus*, Volumen I Editorial Reverté Madrid España 1988.
- [3] J Bandet, G Mialaret y R Brandicourt, *Los Comienzos Del Cálculo*, Editorial Kapeluz, Buenos Aires Argentina 1965.
- [4] J Bandet y M Abbadie, *Cómo Enseñar a través Del Juego*, Editorial Fontanella ...
- [5] Ricardo Berlanga, *Las Matemáticas: Perejil de Todas Las Salsas*, Ed. Fondo de Cultura Económica, México 2002.
- [6] B Bolt, *101 PROYECTOS MATEMATICOS*, Ed. LABOR S.A. Barcelona España 1992

- [7] B Bolt, *DIVERTIMENTOS MATEMATICOS*, Ed. LABOR S.A., Barcelona España 1991
- [8] J Bruner, *EL PROCESO EDUCATIVO*, Ed. PAIDOS Buenos Aires Argentina 1973
- [9] F De Escalona, Y M NORIEGA, *DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN LA ESCUELA PRIMARIA* Ed. KAPELUZ S.A. Buenos Aires Argentina, 1975.
- [10] *Diccionario Planeta De la Lengua Española Usual*, Editorial Planeta, S.A. Bogotá 1992
- [11] Z. P Dienes ,*FRACCIONES*, Ed. TEIDE, BARCELONA, España, Primera Edición 1972.
- [12] Z. P Dienes ,*Las Seis Etapas Del Aprendizaje En Matemática*, Editorial teide, S.A. Barcelona España 1970.
- [13] Jody Doran y Eugenio Hernández, *LAS MATEMÁTICAS EN LA VIDA COTIDIANA*, Addison - wesley ediciones Universidad Autónoma de Madrid Iberoamericana S.A. 1999.
- [14] Doman, J Glenn *¿Cómo Enseñar Matemáticas A Su Bebé?* Editorial Aguilar. Madrid España 1981.
- [15] J Elfers, *EL TANGRAM JUEGO DE FORMAS CHINO*, Ed. LABOR S.A. Barcelona España 1989.
- [16] H. M. Enzensberger, *El Diablo De Los Números*, Editorial Siruela, Madrid España 1987
- [17] David Escovedo , Hernán, *Desarrollo De Competencias Para Pensar Científicamente*, Colciencias Bogotá 2002.
- [18] R Florez, *EVALUACION PEDAGOGICA Y COGNICION* . Ed. McGRAW Hill Interamericana S:A: Bogotá 1999.
- [19] R Florez, *HACIA UNA PEDAGOGIA DEL CONOCIMIENTO*, Ed. McGRAW Hill Interamericana S.A. Mexico 1995.

- [20] Howard Gardner, *Educación Para La Comprensión En Los Primeros Años; Educación Para La Comprensión En Los Años De La Adolescencia, En "La Mente No Escolarizada"*. Editorial Paidós, Barcelona 1993.
- [21] G. E Holloway, *Concepciones Del Espacio Según Piaget*, Editorial Paidós, Barcelona España 1982.
- [22] L. D Insuasty, *GUIAS DE APRENDIZAJE AUTONOMO A,B,C,D*, DEPARTAMENTO DE POSTGRADO CAFAM 2001.
- [23] F Jaulin-Mannoni, *LA REEDUCACION DEL RAZONAMIENTO MATEMATICO* Pablo Del Rio Editor S.A. MADRID ESPAÑA 1980
- [24] Edward Kasner, y James Newman, *Matemáticas e Imaginación*, Ediciones Orbis, New York : Harcourt Brace 1955.
- [25] S. Kothe, *¿Cómo Utilizar Los Bloques Lógicos de Z. P. Dienes?*, Editorial Teidé. Barcelona España 1981.
- [26] Jaume Llibre, *El tangram de los ocho elementos* 1977.
- [27] S Llinares, y M Sanchez, *Fracciones: La Relación Parte Todo*. Editorial Síntesis Universidad de Sevilla España 1999.
- [28] R. J Marzano, *DIMENSIONES DEL APRENDIZAJE*, Adaptado por INSUASTY LUIS DELFIN. Especialización En Pedagogía Para El Desarrollo del Aprendizaje Autónomo UNAD- CAFAM 2001.
- [29] MEN. ESTANDARES CURRICULARES AREA DE MATEMATICAS BOGOTÁ 2003.
- [30] MEN. LINEAMIENTOS CURRICULARES AREA DE MATEMATICAS Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá Julio de 1998.
- [31] Martha Cecilia Mosquera Urrutia, *CIRCULOS DE CALIDAD PEDAGOGICA TESIS DE GRADO MAESTRIA EN EDUCACION UNIVERSIDAD DE LA SABANA CHIA-CUND*, Sep. 1997. El RAE de esta tesis se encuentra publicado en el libro: 10 años de investigación de la Maestría en Educación. Universidad de la Sabana Chía 2001. Un comentario a cerca del mismo tópico se encuentra publicado en las Memorias del Segundo Foro Educativo Distrital "¿Cómo formar Ciudad y Ciudadanos Competentes?" SED 1997.

- [32] Martha Cecilia Mosquera Urrutia, *De La Geometría al Álgebra Pasando por EL TANGRAM*, En MEMORIAS DEL XI ENCUENTRO DE GEOMETRIA Y SUS APLICACIONES. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, 2000.
- [33] Martha Cecilia Mosquera Urrutia, *TANGRAMS MAS QUE ENTRETENIMIENTO*, producción personal 2002 algunos comentarios acerca de esta experiencia se encuentran en las memorias de XVI Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística Universidad Nacional De Colombia. Bogotá, diciembre de 1999.
- [34] Martha Cecilia Mosquera Urrutia, *Modelo de Mediación Pedagógica Para el Desarrollo Del Pensamiento Matemático*, TESIS DE GRADO ESPECIALIZACIÓN EN PEDAGOGIA PARA EL DESARROLLO DEL APRENDIZAJE AUTÓNOMO UNAD-CAFAM. Bogotá 2003.
- [35] Juan H Quintana Lozano, *Plan De Estudios y Metodologías Para El Desarrollo De Procesos de Pensamiento*, SED Bogotá. Mayo de 2000.
- [36] José A Rodriguez, *Aprendizaje Del Adulto*, Temas 17 y 18. UNAD - CAFAM. Bogotá 1999.
- [37] SED DIVISION DE ENRIQUECIMIENTO INSTRUMENTAL: *Programa De Enriquecimiento Instrumental* En el marco de aplicación del Decreto 3011 de 1998
- [38] Carlos E VASCO, *Enfoque de Sistemas Para la Enseñanza de las Matemáticas*, MEN. Bogotá 1986