

HACIA EL RESCATE DEL MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Fernando Campos Perdomo.

Profesor Institución educativa Roberto Suaza Marquinez

Hobo, Colombia

Fercam334@hotmail.com

Presentación

Con el animo de tratar de resolver uno de los grandes problemas de la matemáticas, como es el caso que ala mayoría de los estudiantes no les gusta esta asignatura nos hemos propuesto con grupo de estudiantes de la institución educativa **Roberto Suaza Marquinez** de Hobo, Un trabajo que promueva el rescate del material didáctico para que al enseñar las matemáticas nos agrade esta asignatura y hagamos de esta clase un juego.

La propuesta **LA LUDICA Y LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA** es un trabajo el cual tiene como objetivos diseñar y estudiar material didáctico para la enseñanza de las matemáticas, introducir nuevos métodos para la enseñanza de las matemáticas aprovechando el recurso del material didáctico y por último motivar a los estudiantes para que les agraden las matemáticas.

En este trabajo la propuesta pedagógica se han desarrollado en clase desde 1998 presentado juegos matemáticos, trucos matemáticos para aplicarlo en clase como actividad lúdica y de esta forma enseñara los conceptos de matemáticas.

Por ellos he decidido presentar al encuentro de geometría la propuesta como póster y taller o conferencia los temas a desarrollar en el taller son:

NUMEROS FRACCIONARIOS: Para el entorno educativo, de la sociedad actual, es imprescindible que los profesores le proporcionen a los educandos las herramientas necesarias y acordes en el desempeño de su rol como

inminentes hacedores del desarrollo social, científico y tecnológico. Por ende todas las propuestas educativas deben ir encaminadas a presentarle al estudiante la parte funcional de los procesos, su estructura, su aplicación en el campo tecnológico y a su vez la forma intrínseca como la tecnología puede ser aplicada en el aprendizaje y en el análisis del conocimiento con miras a cristalizar sus fenómenos internos de una manera rápida, certera y amena.

En cuanto a la enseñanza de las Matemáticas, aunque es un terreno poco explorado, si se puede presentar con el material tecnológico existente buenos procesos didácticos en los cuales el análisis y la creatividad son fieles mecanismos en el proceso del aprendizaje. En este caso, se pretende brindar a los educandos la posibilidad de mirar claramente y desde sus diferentes perspectivas la concepción de NUMERO FRACCIONARIO.

Para tal efecto se debe contar con material didáctico adecuado como son, en este caso, las reglitas de CUISENARE, buena ilustración en el uso del computador y obvio y un buen equipo tecnológico.

Las reglas de Cuisenare, fueron creadas para desarrollar el método de los colores y así hacer más fácil y certera la iniciativa del escolar en el conocimiento de las matemáticas.

El método sirve para iniciar a los alumnos en el cálculo y las operaciones fundamentales dentro del conjunto de los números naturales y dotarlo de un rápido y efectivo aprendizaje por parte del alumno. Por medio de este material se pretende resolver un problema práctico, como es enseñar los conocimientos del saber matemático y además facilitar el cálculo rápido y correcto. Las Reglas de Cuisenaire son un material caracterizado por cubitos o barras de color de 1 cm^2 de sección y con una longitud desde 1 cm hasta 10 cm, es decir, por prismas rectangulares de 1 cm^2 de sección donde cada longitud está asociada a un color diferente y simboliza así mismo a un número. El juego total de reglitas que integran una "Caja Cuisinare" es de la forma como se indica en la Tabla 1.











Longitud de las reglitas en cm y número que simbolizan	Número de reglitas	Color	Familia colores	Long. Acua en cm
	50	Madera Natural	MADERA	50
	50	Rojo	ROJO	100
	25	Rosado		100
	12	Marrón Rojizo		96
	20	Amarillo		100
	10	Naranja		100
	33	Verde claro	VERDE	99
	16	Verde oscuro		96
	11	Azul		99
	14	Negro	NEGRO	98

Tabla: 1

Las reglillas son hechas en madera y a cada una se le asocia un color según su longitud, contribuyendo con esto al reconocimiento de los números.

Para la utilización de este material en clase, se deben organizar a los alumnos en pequeños grupos a los cuales se les hace entrega de una caja de cuisinare, logrando así que todos manipulen el material, experiencia con la cual podrán diferenciar las reglillas según su color y su longitud.

En cuanto a un equipo adecuado de cómputo se hace necesario, en este caso particular, para la utilización de un Tutorial elaborado con anticipación mediante diapositivas. En él, se ilustrará todo el proceso metodológico para el correcto uso de las reglitas y algunos ejemplos claros de Fraccionarios relacionados con las mismas.

Actividades

1. **Reconocimiento y exploración del Tutorial.** En esta actividad, junto a la familiarización con el uso del computador, también se practica el manejo de los programas tutoriales. Esta actividad consta de los siguientes pasos:
 - **Presentación del programa:** Partiendo de la situación en que el alumno mínimamente conoce el uso del computador, el tutor, maestro o educador, ilustra al alumno sobre la entrada al programa e indica al alumno como se debe explorar. El alumno deberá dar lectura analítica a todas y cada una de las diapositivas o páginas que se presenten tratando de que en su mente y con ayuda del orientador no queden dudas.
 - **Exploración del programa** y con este el conocimiento claro del uso de las reglitas de Cuisinare.
 - **Reconocimiento de todas y cada una de las diapositivas.**
2. **Reconocimiento de las reglitas de Cuisinare.** Una vez terminada la exploración del tutorial, se hace entrega de las reglitas, logrando de antemano la familiarización con ellas a traves de visualización y ahora con el tacto.
 - A través del manipuleo se logra que el alumno en la medida que retome el tutorial y realice las actividades en forma práctica logre un mejor afianzamiento en el aprendizaje.
 - El análisis del alumno del por qué sus colores, sus dimensiones y su relación, le contribuyen al desarrollo de su creatividad.

Presentación del Material

En cuanto al Material utilizado será previsto lo siguiente.

1. Un computador con los programas básicos.
2. Un tutorial con los siguientes contenidos.

1. Números Fraccionarios.

El desenvolvimiento y comprensión de los números fraccionarios encierra un buen número de dificultades para los estudiantes e inclusive para los docentes, ocasionadas por ciertos obstáculos que ponen a prueba la imaginación y el poder de captación en quienes los afrontan. Estas grandes dificultades llevan a errores de representación y desarrollo operativo debido a una concepción errada y defectuosa ocasionada por el trabajo incompleto de la imaginación.

Por tanto se requiere estudiar en forma más objetiva y funcional todo lo relacionado con el estudio de estos números, recordando que el papel de facilitar llegando con más claridad y objetividad está encomendado al material didáctico con ayuda de este complemento audiovisual.

Para el tema de los Fraccionarios es conveniente resaltar la siguiente historieta:

“La profesora le pregunta al niño. ¿ Qué es mayor, un medio ($1/2$) o un cuarto ($1/4$) ?. El niño le responde. Profesora, un cuarto ($1/4$) es mayor que ($1/2$), la profesora le responde que está equivocado, el niño le refuta y le dice que él tiene la razón, puesto que un cuarto de vaca ($1/4$) es mayor que medio ($1/2$) pollo.”

Ejemplos similares se pueden sacar a flote para que el estudiante se tome una idea clara del concepto de fraccionario.

Con lo anterior, es posible y con fundamento explicativo de cada una de las diapositivas, que el alumno empiece a captar la idea imprescindible de tener como base del estudio de los números fraccionarios un unidad REFERENCIAL.

De esta manera ya se puede interpretar a una fracción como la medida exacta de una cantidad la cual está formada por un denominador, que indica las partes en que se divide la unidad y el greennumerador, que indica las partes que se toman o se seleccionan de la unidad.

Simbólicamente los números fraccionarios se representan así: a/b donde a y b pertenecen a los números naturales y b es mayor que 0. Si se toma como

unidad referencial una de las regletas de Cuisinare, en este caso la de color anaranjado, que fracción representa la amarilla?

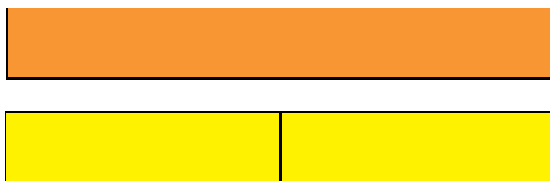


Gráfico aproximado

Del gráfico anterior se concluye que la regleta amarilla representa la fracción un medio ($1/2$) puesto que la unidad se ha dividido en dos (2) partes, y se toma una de ellas. Luego se invita al niño a comparar ¿ qué fracción representa la regleta verde clara tomando como unidad la regleta azul.

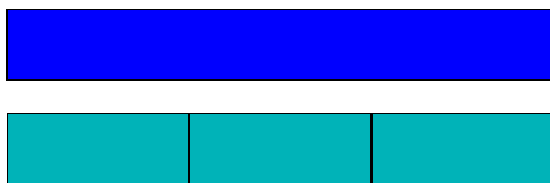


Gráfico aproximado

La fracción que representa es un tercio ($1/3$) puesto la unidad se ha dividido la unidad en tres (3) partes y de ellas se toma una.

Luego se realizan gran cantidad de ejercicios similares. Tomando la regleta naranja, se pide identificar las fracciones utilizando utilizando las regletas color madera.

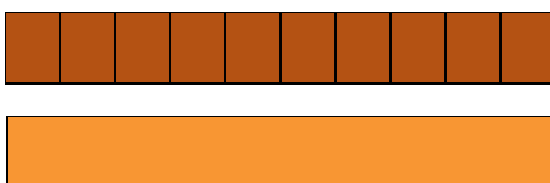


Gráfico aproximado

Comparando la regleta de color madera con la de color anaranjado, se observa que caben exactamente diez (10) regletas de color madera esta indica que cada fracción es un décimo ($1/10$).

En la regleta roja, caben exactamente dos (2) regletas de color madera luego la fracción que representa la regleta roja es dos décimos de la regleta anaranjada.

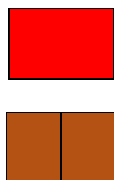
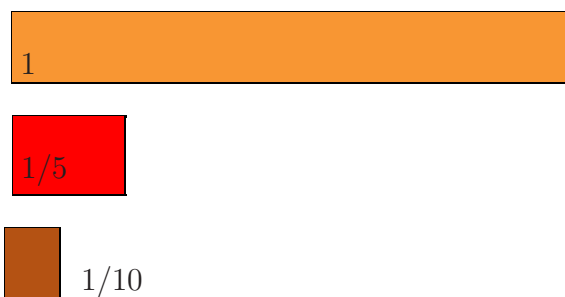


Gráfico aproximado

Si se analiza correctamente el siguiente gráfico se deduce que la fracción que representa la regleta roja con respecto a la anaranjada es un quinto ($1/5$) pero con respecto al anterior gráfico la fracción es dos décimos ($2/10$); en este caso se dice que las fracciones son equivalentes.



Para las fracciones equivalentes y en este caso se escribe:

$$2/10 = 1/5$$

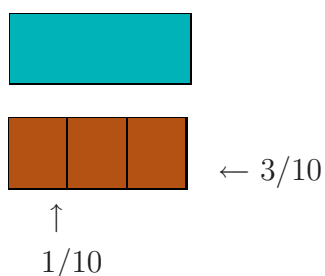
Al tomar estas parejas de fracciones equivalentes notamos que el producto del numerador de la primera fracción, por el denominador de la segunda fracción, es igual al producto del denominador de la primera por el denominador de la segunda.

$$2 \times 5 = 10 \times 1$$

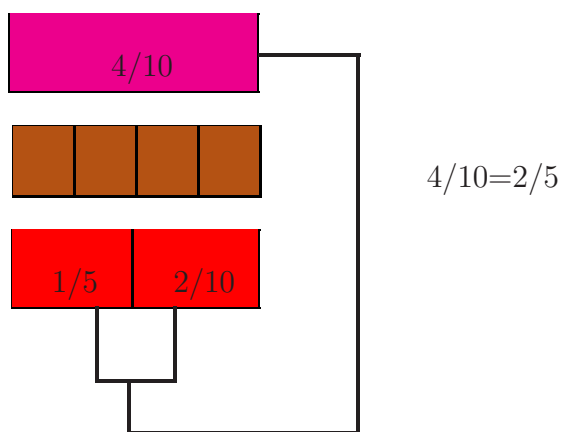
Luego se confirma que en general las fracciones a/b y c/d son equivalentes si:

$$a \times d = c \times b$$

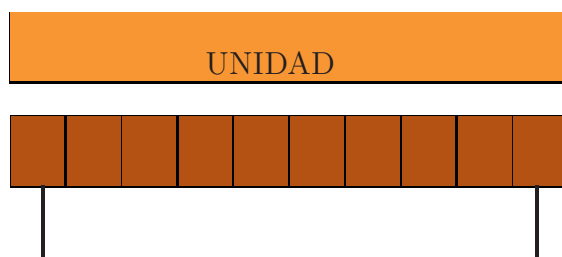
Siguiendo con el trabajo de encontrar la fracción de cada regleta, la regleta verde clara representa la fracción tres décimos ($3/10$), puesto que equivale a la suma de tres regletas color madera que representan cada una a un décimo ($1/10$).



La regleta rosada representa la fracción cuatro décimos ($4/10$) y dos quintos ($2/5$) con respecto a la regleta roja, se obtiene aquí nuevamente un ejemplo de fracciones equivalentes.



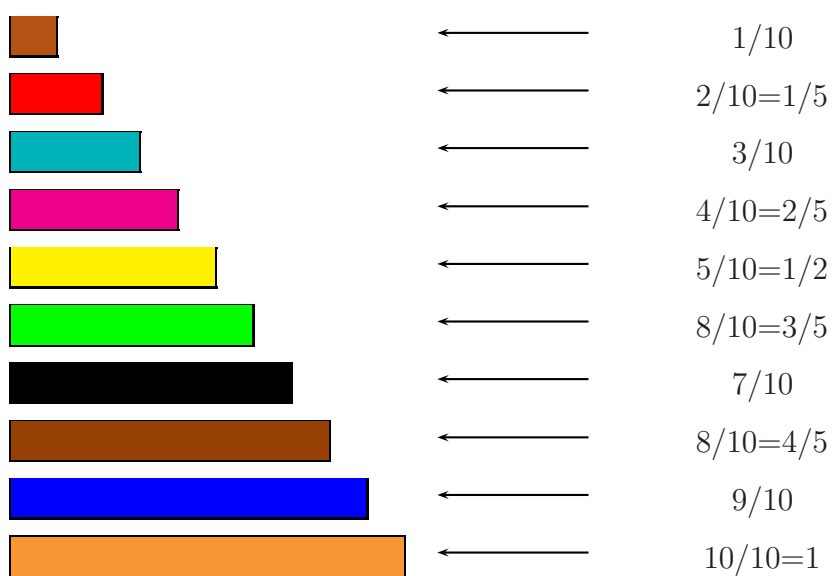
Por último la regleta naranja representa la fracción diez décimos ($10/10$), y a su vez representa la unidad fundamental, luego diez décimos ($10/10$) y uno (1) son fracciones equivalentes.



$$10/10=1$$

Cabe anotar que las fracciones mayores que cero (0) pero menores que la unidad de referencia, se denominan **FRACCIONES IMPROPIAS**.

A continuación se presenta gráfica y numéricamente cada una de las regletas, tomando como unidad la regleta de color anaranjado.

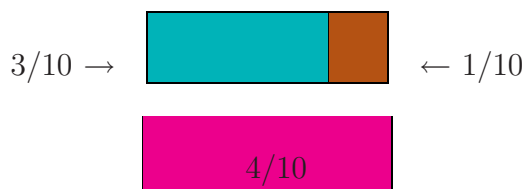


Teniendo ya los conocimientos básicos de los fraccionarios y el correcto manejo de las regletas de Cuisinare, se está listo para ingresar en el campo operativo de los fraccionarios.

2. Suma de Fraccionarios:

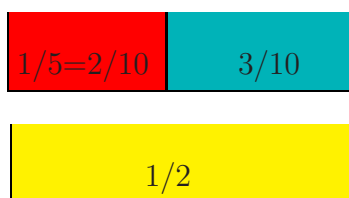
Tomando la fracción que representa cada una de las regletas, se puede operar de la siguiente manera:

Ejemplo 1. Al unir la regleta verde clara cuya fracción es de tres décimos ($3/10$) y la regleta de color madera cuya fracción es un décimo ($1/10$), en forma trenificada (una enseguida de la otra), el resultado será cuatro décimos. Ver fig. siguiente.



Ejemplo 2. Uniendo la regleta roja equivalente a un quinto ($1/5$) y la regleta verde clara cuya fracción es de tres décimos ($3/10$), el resultado es el equivalente a la regleta amarilla que corresponde a la fracción un medio ($1/2$).

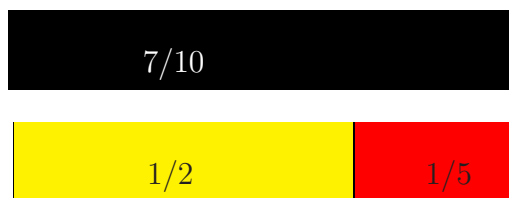
$$\text{Luego: } 1/5 + 3/10 = 1/2$$



3. Resta de Fraccionarios:

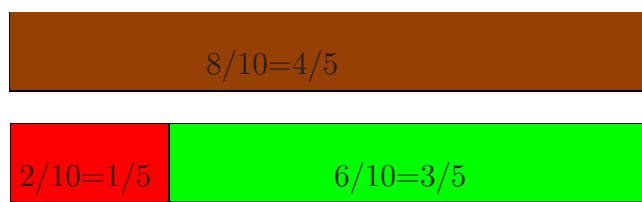
También Se pueden utilizar estas regletas, para la resta de fraccionarios.

Ejemplo 3. Tomando la regleta negra de fracción siete décimos ($7/10$) y restándole la longitud de la regleta amarilla de fracción un medio ($1/2$), se tiene que la regleta que hace falta para completar la longitud de la regleta negra es el equivalente a la longitud de la regleta roja o sea la fracción



Luego: $7/10 - 1/2 = 1/5$

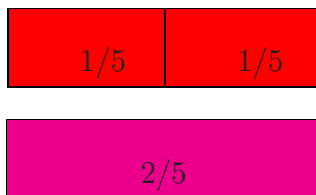
Ejemplo 4. Representar gráficamente la operación: $8/10 - 1/5$. Esta operación se representa de la siguiente manera: Como la regleta café vale ocho décimos ($8/10$) y le restamos la longitud de la roja que es un quinto ($1/5$), el resultado será la regleta verde oscura que representa la fracción $6/10$ ó $3/5$.



4. Multiplicación de Fraccionarios.

Para realizar multiplicaciones con las regletas se procede de la manera como se ilustra en los ejemplos siguientes:

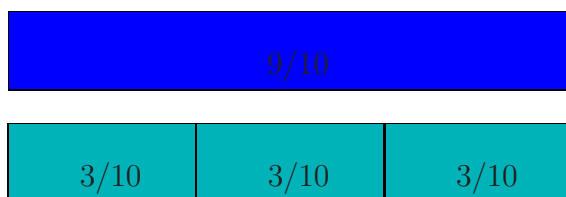
Ejemplo 5. Tomar una regleta, en este caso la regleta roja de fracción igual a $1/5$, multiplicar esta fracción por 2 es equivalente a ubicar en forma trenificada dos regletas rojas, el resultado es igual al equivalente de la fracción correspondiente a la regleta rosada. Siempre y cuando la fracción de la regleta tomada se multiplique **por un número natural** diferente de cero.



5. División de Fraccionarios.

Para la división se procede a tomar una regleta de mayor tamaño y dividirla entre varias regletas según la fracción estimada y con una división exacta.

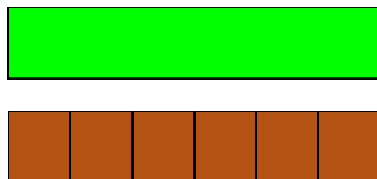
Ejemplo 6. *Sabiendo que la regleta azul representa la fracción nueve décimos ($9/10$), y la verde clara representa la fracción tres décimos ($3/10$), se puede resolver la operación $(9/10)/(3/10)$, de la siguiente manera:*



Observando la figura, se puede analizar que la regleta azul, queda dividida exactamente en tres (3) regletas de color verde. Luego $(9/10)/(3/10) = 3$

Este tipo de trabajo de fraccionarios se puede realizar tomando como unidad cualquier regleta, pues tomando la regleta azul se trabaja con novenos y con numeradores divisores de 9, con la regleta café con octavos y sus divisores en los numeradores, y así sucesivamente.

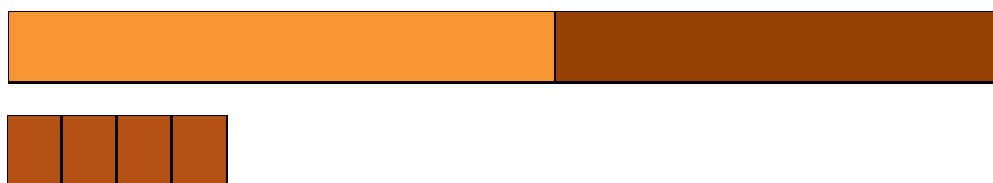
Si tomamos la regleta verde oscura como unidad, cada regleta de color madera representa a un sexto ($1/6$).



La regleta café representa la fracción de ocho sextos ($8/6$), una fracción como esta se llama fracción impropia y en general a todas aquellas que son mayores o iguales que la unidad.

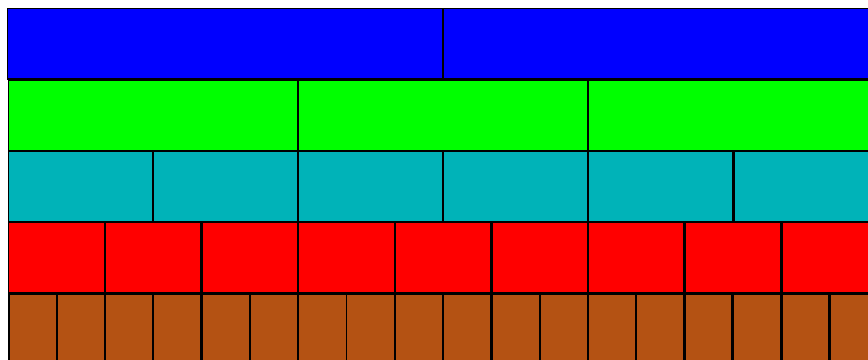
6. Simplificación de Fraccionarios

A manera de ejemplo se puede tomar la fracción $4/18$, para el numerador formamos un tren monocolor con cuatro regletas de color madera; para el denominador formaremos un tren con una regleta (si es menor que nueve) o más de dos (si es mayor que diez) en este ultimo caso se tomara la regleta naranja como decena y otra que represente los números menores de diez.



Se busca formar ahora trenes monocolors cuya longitud sea la del denominador, para el ejemplo se tiene:

- Un tren monocolor con dos regletas azules
- Un tren monocolor con tres regletas verde oscuro
- Un tren monocolor con seis regletas verde claro
- Un tren monocolor con nueve regletas de color rojo
- Un tren monocolor con dieciocho regletas de color madera



Con las regletas de color madera se pueden formar:

Un grupo de cuatro regletas de color madera



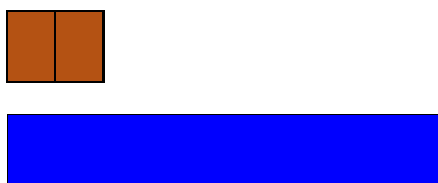
Dos grupos de dos regletas de color madera cada uno



Cuatro grupos de una regleta de color madera



Se mira ahora que coincida el número de regletas del tren formado por el denominador con el número de grupos formado por las regletas de color madera las que representan el denominador. En este caso el número es dos (2) gráficamente:



Que representa la fracción de $2/9(4/2)/(18/2) = (2/9)$

3 - Un juego total de reglitas que integran una caja **CUISENARE**. Su conformación esta estipulado al inicio de este documento.

La actividad con las reglitas, esta basada en su utilización para el reconocimiento de los números fraccionarios y su manipuleo con miras a comprender y aprender las operaciones básicas entre los mismos.

7. Productos Notables, Cocientes Notables y Factorización de Polinomios Sobre los Enteros

El desenvolvimiento y comprensión de los productos, cocientes y casos de factorización encierran un número de dificultades el estudiante no ha encontrado anteriormente tropiezan con ciertos obstáculos que ponen a prueba su imaginación y poder de captación incurriendo por ende de errores de representación y desarrollo operativo debido a una concepción errada y defectuosa obra del trabajo incompleto de la imaginación.

Por tanto se requiere llevar de una forma más objetiva y funcional a la mente en lo que relacione a esta parte o más abstracta implica menos claridad. Es obvio recordar que el papel de facilitar llegando con mas claridad y objetividad esta encomendada al material didáctico como ayuda y complemento audiovisual, de ahí que las regletas Cuisinaire conlleve esta delicada misión de hacer objetiva y practica esta enseñanza.

Para la enseñanza de los productos , cocientes notables nos basaremos en las áreas de cuadrados y rectángulos, volúmenes de cubos y paralelepípedos.

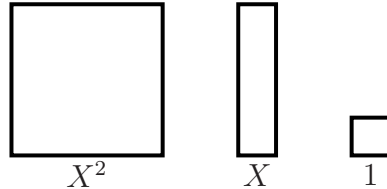
A continuación presentaremos algunos casos

1. Representación geométrica de productos y cocientes notables
2. Representación geométrica de los casos de factorización
3. Factorización de los polinomios sobre los enteros de la forma ax^2+bx+c

Un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ con $a > 0$; b y c . Se puede representar geoméricamente (uno de los primeros que lo presento fue Tabit Ben Qurra). El material que se va a utilizar es el siguiente:

- tabletas cuadradas cuadradas de lado x
- regletas de cuisinaire de dimensiones 1 y x

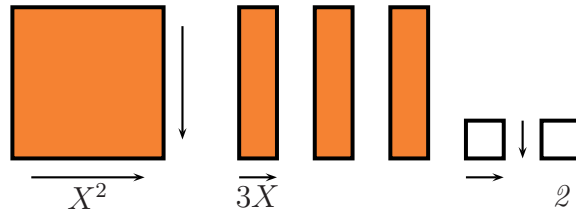
- regletas cuisinaire de color madera que van a representar cuadrados de lado 1.



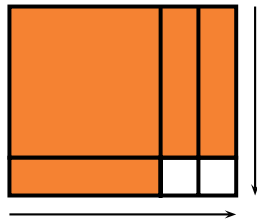
Veamos algunos ejemplos

Ejemplo 7. Factorizar $x^2 + 3x + 2$.

Para el término x^2 tomamos una tableta cuadrada, por el término $3x$ tomamos 3 regletas cuisinaire, para el término 2 tomamos 2 regletas de color madera, en la figura 2 aprecian las tabletas anteriormente mencionadas



Con estas piezas formaremos un cuadrado o un rectángulo y hallamos la longitudes de los lados el cual se representa a continuación .

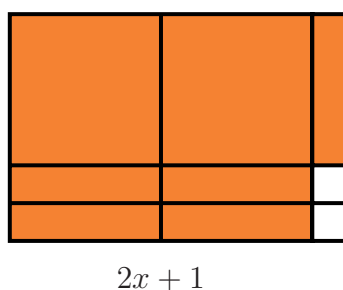


Ejemplo 8. Factorizar $x^2 + 5x + 2$.

Para el término término $2x^2$ tomamos 2 tabletas cuadradas, para el término $5x$ tomamos 5 regletas cuisinaire y para el término 2 tomamos dos de color madera. En la figura 3 se aprecian las piezas mencionadas



Luego nos podemos formar un rectángulo con todas las piezas. Esto se aprecia en la figura 4.



Las dimensiones de sus lados son $(2x + 1)$ y $(x + 2)$ nótese que el área del rectángulo es igual a la suma de las áreas del rectángulo es igual ala suma de las áreas de las piezas que lo conforman o sea:

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

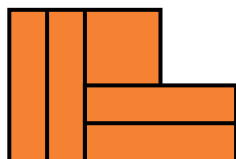
Ejemplo 9. Factorizar $x^2 - 4x + 4$ la expresión corresponde al área de un rectángulo que se obtiene restando de la suma de las áreas asociadas a los términos x^2 y 4 el área asociada a $4x$ para construir dicho rectángulo se seleccionan las siguientes piezas



Con las piezas seleccionadas se inicia la construcción de un rectángulo ubicando primero las piezas que con las están precedidas del signo mas (+) así:



A continuación se superponen (ponen encima de esta) las piezas que representa los términos que en la expresión están precedidos de signo (-).



8. Desencajar

Desencajar es un grupo de Puzzles que se caracterizan por estar contruidos por un conjunto de piezas que forman un todo. Este grupo se puede subdividir según que el objetivo o dificultad sea encajar o desencajar. Algunos puzzles tienen ambas dificultades.

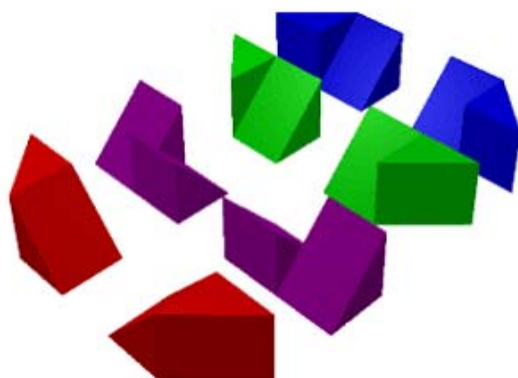


Figura: 1

El subgrupo encajar tiene como ejemplo representativo el Tangram en 2D y el Soma, Policubos en 3D. El subgrupo desencajar tiene como ejemplo representativo el Cardo de 6 piezas.

Cubos Zas!!! y un cubo está partido por la mitad según la diagonal de una cara. He conseguido un estupendo puzzle. ¿ Serías capaz de construir un cubo?

Posiblemente, pero he diseñado el puzzle cubos con las 8 piezas de la figura, el objetivo es construir un cubo de lado 2 y es un poco más complicado .

Con siete piezas: El cubo Soma .Fue diseñado por Piet Hein, un poeta e inventor Danés. Consiste en la descomposición de un cubo $3 \times 3 \times 3$ en siete piezas que son todas las figuras cóncavas que podemos formar con tres o cuatro cubos pequeños adosados por una cara: hay un tricubo y seis tetracubos.

El objetivo es formar con las siete piezas un cubo más grande $3 \times 3 \times 3$. En Internet hay páginas dedicadas a este rompecabezas. Allí podemos encontrar las 240 soluciones.

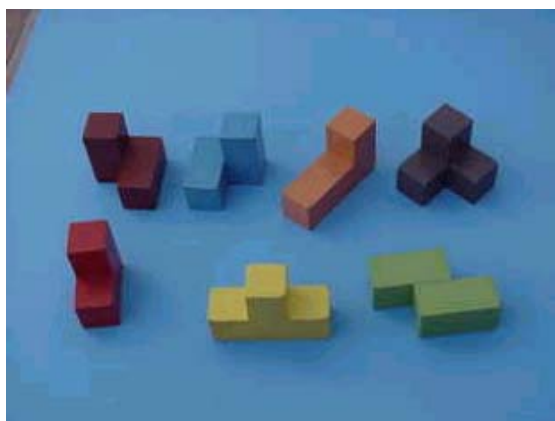


Figura: 2

El cubo de Steinhauss Es muy parecido al Cubo Soma, pero está compuesto por seis piezas: cuatro tetracubos y dos pentacubos. Es mucho más difícil ya que sólo tiene una solución.

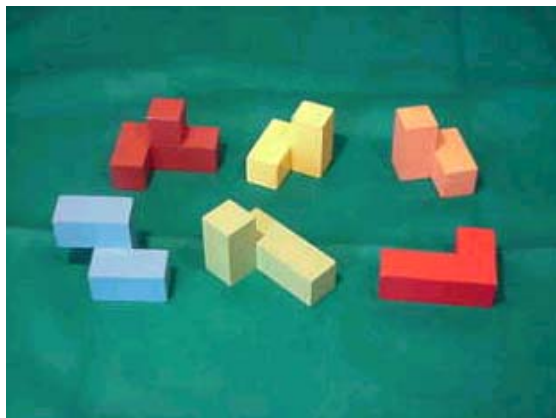


Figura: 3

No es complicado fabricar las piezas del Cubo Soma y del Cubo de Steinhaus. Podemos comprar en una carpintería cubos de madera de 2 ó 3 cm de arista y pegar los cubos con cola como se ve en las fotografías.

Referencias

- [1] Claudia Alsina Catala, *Materiales para construir la Geometría*; universidad Pontificia de Cataluña (España).
- [2] Caleb Gatteño, *Introducción al método Cuisinaire- Gatteño. De los números en color para la enseñanza de las matemáticas* Madril (España).
- [3] Marquez Angel Diego, *La enseñanza de las matemáticas por el metodo de los números en color o método Cuisinaire*, Editorial Atenea, Barcelona (España)
- [4] Luis Arturo Polania, y Alba Leonor Chaux, *Visualización geométrica de algunas ideas del álgebra, geometría y calculo*, IV coloquio regional de matemáticas.