

LOS MÓDULOS DE INSTRUCCIÓN COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA EN EL CONTEXTO DEL MODELO DE VAN HIELE

Sandra Milena Zapata

*Facultad de Educación de la U. de Antioquia Facultad de Educación de la U. de Antioquia
Medellín, Colombia*

szapata@ayura.udea.edu.co

Edison Sucerquia Vega

*Facultad de Educación de la U. de Antioquia
Medellín, Colombia*

esucerquia@ayura.udea.edu.co

Carlos Mario Jaramillo López

*Departamento de Matemáticas de la Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia*

cama@matematicas.udea.edu.co

Resumen

El presente artículo tiene como propósito, presentar los avances de la investigación que se está desarrollando en el marco de las Fases de Aprendizaje del Modelo Educativo de van Hiele, las cuales tienen el carácter prescriptivo para el aprendizaje de conceptos matemáticos, susceptibles de una componente visual- geométrica. Específicamente se ha logrado diseñar un módulo de instrucción enmarcado en estas fases, cuyo propósito es que los estudiantes que se encuentra en un nivel II de razonamiento frente al concepto de convergencia de una serie infinita, se garantice que alcance un nivel III de razonamiento. Aunque lo fundamental es que el alumno avance en su razonamiento de tal manera que logre una formalización de este concepto.

Palabras claves: Modelo de van Hiele, Niveles de razonamiento, Fases de Aprendizaje, módulos de instrucción.

Introducción

Este estudio se basa en uno de los resultados que plantea la tesis de maestría titulada “Diseño de una entrevista socrática para la construcción del concepto de suma de una serie vía áreas de figuras planas”¹, en la cual se evidencia la dificultad en el paso del nivel de razonamiento II al III en el marco del modelo educativo de van Hiele y, teniendo en cuenta que el paso de un nivel de razonamiento al siguiente se logra mediante las fases de aprendizaje. Es por ello necesario diseñar módulos de instrucción basados en dichas fases de aprendizaje, permitiendo que los estudiantes construyan redes de relaciones referidas al concepto de convergencia de series infinitas, a través de figuras de áreas planas, de tal forma que facilite el paso del nivel de razonamiento II al III.

El modelo educativo de van Hiele, aunque en sus comienzos se implementó en geometría, en la última década se han logrado aportes importantes que han permitido extender el modelo en lo que se refiere a conceptos de la matemática avanzada, logrando desarrollar, tanto tesis de maestría como tesis doctorales a nivel nacional e internacional. Por otra parte, según los lineamientos curriculares en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN), el modelo

¹Tesis de maestría Dirigida por el Dr. Carlos Mario Jaramillo López, y desarrollada por los profesores: Flor María Jurado Hurtado y René Alejandro Londoño Cano.

educativo de van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud la evolución del pensamiento matemático desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales.

Nuestro estudio se centra en el diseño de un módulo de instrucción que facilite el paso del nivel II de razonamiento al nivel III, partiendo del concepto imagen para llegar al concepto definición, empleando áreas de figuras planas, específicamente los cuadriláteros.

Modelo educativo de Van Hiele

El modelo educativo de van Hiele, presenta dos componentes principales uno descriptivo y el otro prescriptivo; el primero hace referencia a los cinco niveles de razonamiento y el segundo hace referencia a las cinco fases de aprendizaje, las cuales permiten que los estudiantes avancen de un nivel de razonamiento al inmediatamente superior.

Los cinco niveles de razonamiento son:

Nivel 0. *Predescriptivo*. Los objetos primitivos de la geometría son los elementos básicos de estudio. En este nivel, los estudiantes reconocen estos elementos para el concepto tratado. Éstos pueden variar según el concepto matemático objeto de estudio. Nivel I. *De reconocimiento visual*. Se identifican los elementos básicos de estudio y sus propiedades; dadas distintas situaciones se aprende el vocabulario relacionado con el concepto matemático y se determinan distintas relaciones entre los elementos básicos. Nivel II. *De análisis*. Los nombres de los objetos nos permiten establecer proposiciones que relacionan sus propiedades. Se analizan las relaciones entre los elementos básicos de estudio. Nivel III. *De clasificación, de relación*. Los objetos de estudio son ordenaciones parciales (sucesiones) de proposiciones. Se relacionan los elementos básicos de estudio y se analizan sus propiedades, llegando a dar definiciones verbales del concepto tratado. Nivel IV. *De deducción formal*. Las propiedades de los objetos permiten analizar las ordenaciones. Se analiza el concepto en distintas situaciones y se llega a construir demostraciones formales.

Para lograr que los estudiantes progresen en dichos niveles de razonamiento, los van Hiele diseñaron cinco fases de aprendizaje, las cuales se centran en el papel de la instrucción; a medida que los estudiantes avanzan en los niveles, su lenguaje se modifica y se amplía. En este aspecto prescriptivo del modelo se deben diseñar actividades para cada una de las Fases de Aprendizaje, las cuales constituyan un módulo de instrucción que faciliten a los estudiantes construir redes de relaciones que les permitan explicitar, modificar y ampliar su estructura mental.

Las Fases de aprendizaje son:

Información: en esta fase, el docente interactúa con los estudiantes sobre el campo de estudio que se va a desarrollar, plantea los conceptos a estudiar e indaga sobre los conocimientos que poseen los estudiantes, identificando así el lenguaje, y los posibles errores en el vocabulario que emplean referente al concepto objeto de estudio. *Orientación dirigida*: el docente diseña una secuencia de actividades paso a paso, en las cuales se orienta el proceso de construcción del concepto objeto de estudio, los estudiantes exploran los tópicos a desarrollar llegando a familiarizarse con el vocabulario y lenguaje específico. *Explicitación*: los estudiantes socializan con sus compañeros las similitudes y diferencias encontradas durante el proceso, permitiendo iniciar el proceso de construcción del concepto por medio de la explicitación de la red de relaciones. El docente

resalta, de acuerdo a la participación de los estudiantes, el vocabulario y lenguaje en relación con el concepto objeto de estudio. *Orientación libre*: los estudiantes realizan diferentes tareas, empleando lo aprendido hasta el momento, haciendo cada vez más conciente la nueva estructura mental, dichas actividades generan experiencias significativas, que permiten refinar el aprendizaje del concepto objeto de estudio. *Integración*: los estudiantes establecen las conexiones entre los aspectos relacionados con el concepto objeto de estudio, consolidando así una red de relaciones mucho más amplia que muestre el alcance del nuevo nivel de razonamiento.

Para van Hiele, el aprendizaje en cada uno de los niveles se da a partir del lenguaje, el cual se hace explícito por medio de una red de relaciones, entendidas éstas como la relación entre conceptos o propiedades del mismo. Una red de relaciones es una representación de la estructura mental que poseen los estudiantes; posee dos componentes principales: los vértices que son los conceptos o propiedades del mismo y las líneas de conexión que establecen las relaciones significativas.

Uno de los aportes fundamentales de nuestro estudio es haber podido identificar la estrategia que permita que los estudiantes hagan visible o explícita su red de relaciones y esto se logró mediante el empleo de los mapas conceptuales. Según Novak, los mapas conceptuales tienen por objeto representar relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones. Podríamos mencionar que la red de relaciones es el aspecto primario para formar el mapa conceptual, ya que éste último incluye dentro de sus asociaciones jerarquías que hacen que el estudiante reflexione y seleccione sobre los conceptos o elementos primarios dentro del mapa.

Módulos de instrucción

El módulo de instrucción está constituido por una serie de experiencias de aprendizaje, las cuales contienen una secuencia de actividades, que en el marco de las Fases de Aprendizaje del modelo, permiten que los estudiantes progresen a un nivel de razonamiento superior. Para las actividades propuestas, el componente visual geométrico es fundamental, pues la visualización favorece la comprensión del concepto estudiado, en nuestro caso la convergencia de series infinitas.

Otro de los propósitos esenciales del módulo, apunta a la construcción de una red relaciones, la cual está constituida por todas las posibles asociaciones significativas, que los estudiantes puedan realizar entre los conceptos estudiados. Esta red será ampliada, modificada y mejorada en la medida que el estudiante avance en las fases; la consolidación de una red de relaciones se favorece sobre todo, cuando el uso del lenguaje matemático es adecuado, extendido y perfeccionado, poniendo de manifiesto la forma cómo los estudiantes razonan.

La red de relaciones, en cada una de las fases se pule, buscando integrar de manera significativa todos los conceptos abordados, una vez finalizado el proceso, y mediante el establecimiento de vínculos adecuados para las asociaciones establecidas. Dadas las características de la red de relaciones, se encuentra que éstas presentan varios aspectos en común con respecto a los mapas conceptuales y es por ello que se implementan éstos como una herramienta que permite concretizar o materializar la red de relaciones que los estudiantes han construido.

Una vez finalizada la última fase con sus respectivas actividades, se busca que los estudiantes logren la integración entre el concepto imagen y el concepto definición de la noción de convergencia de una serie infinita. En concordancia con el estudio desarrollado de Jurado y Londoño (2005), el presente trabajo de investigación tiene su esencia en el problema planteado por Oresme, el

cual plantea² que:

Oresme, alrededor del año 1360, sumo la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ mediante el esquema de la escalera sin fin que aparece en la figura, en la que cada escalón tiene 1 de ancho y duplica la altura del escalón inmediatamente a su derecha.



a. Al observar la escalera de dos formas, demuestre que:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \cdots$$

b. Use a para sumar $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

c. Use la misma idea para hallar $\sum_{n=1}^{\infty} np^n$ cuando $0 < p < 1$.

En el marco de las fases de aprendizaje del modelo educativo y buscando que los estudiantes progresen en su nivel de razonamiento, se proponen una serie de descriptores para cada una de las fases, éstos constituyen un conjunto de características que los estudiantes deben poseer y que nos permitirán identificar si el estudiante tiene o no condiciones para estar ubicado en dichas fases. Los propósitos de cada fase, junto con sus principales características, de acuerdo con nuestra investigación, se describen a continuación:

Fase I: Información

En esta fase los estudiantes son informados acerca del trabajo que se realizará, el material requerido y los elementos conceptuales que se abordarán. Se debe identificar además, durante esta fase, cuáles son los conocimientos previos de los estudiantes y sus percepciones frente a las temáticas inicialmente abordadas. También los estudiantes empiezan a poner de manifiesto su red de relaciones, dependiendo de cómo esté constituida su estructura mental. A partir de las actividades propuestas, la red de relaciones irá mejorándose, refinándose y fortaleciéndose a medida que avanza el proceso. El fortalecimiento de dicha red se evidenciará gracias a la construcción de las relaciones significativas entre los conceptos abordados y el avance progresivo del lenguaje.

Fase II: Orientación Dirigida

En esta fase, los estudiantes interactúan con el material proporcionado, de forma que se oriente dicha interacción hacia la reflexión de las situaciones propuestas. Al igual que en todas las fases, se deben generar, además, espacios para lograr que el docente identifique las características de las estructuras mentales de los estudiantes. Las actividades diseñadas por los docentes deben

²STEIN, Sherman K. y BARCELLOS, Anthony. "Cálculo y Geometría analítica". Vol. 1. Quinta edición. McGraw-Hill. México. 1996. Pág. 590.

permitir la exploración de los conceptos y las temáticas abordados; debido a que las estructuras pueden ser flexibles, mediante el proceso de instrucción se pueden fortalecer, gracias a la creación de nuevos vínculos y el establecimiento de nuevas relaciones significativas, de modo que la red construida en la fase anterior se vea favorecida de acuerdo al uso apropiado y más amplio del lenguaje matemático, como también al establecimiento de acciones asociaciones apropiadas.

Fase III: Explicitación

En esta fase los estudiantes hacen explícitas sus observaciones, el lenguaje matemático es más refinado, se enriquece a medida que se avanza en el proceso de enseñanza y aprendizaje. El propósito es que los estudiantes fortalezcan su red de relaciones y lo manifiesten de manera explícita mediante un mapa conceptual que permita identificar de qué manera los estudiantes comienzan a construir relaciones entre las ideas subyacentes al concepto objeto de estudio. La explicitación está presente en todas las fases, en la medida que los estudiantes van construyendo su red de relaciones. Las socializaciones y discusiones grupales también permitirán determinar el grado de apropiación que los estudiantes han logrado con respecto al concepto objeto de estudio.

Fase IV: Orientación Libre

En esta fase, gracias a la orientación brindada, los estudiantes deben lograr transferir a contextos apropiados, los conceptos que han asimilado durante todo el proceso, de modo que reconozca la posibilidad de ampliar y fortalecer su red de relaciones, que hasta ahora ellos han construido. La red de relaciones se amplía y se modifica dependiendo de las asociaciones que los estudiantes establecen entre los conceptos ya abordados y los nuevos, nuevamente, el lenguaje es determinante y pone de manifiesto la manera de razonar de los estudiantes.

Fase V: Integración

El propósito fundamental de esta fase es lograr que el estudiante teja una red de relaciones que integre todos los conceptos vistos y que la materialice mediante un mapa conceptual, en el que se vea reflejado el progreso en el nivel de razonamiento. La red es reelaborada y fortalecida gracias al uso de un lenguaje matemático adecuado y a la ampliación, modificación y establecimiento de vínculos significativos, que contengan los elementos representativos del concepto objeto de estudio.

Cabe anotar, que al término de estas cinco fases se busca lograr que los estudiantes hayan progresado en su nivel de razonamiento, frente al concepto de convergencia de una serie infinita, aprovechando la riqueza de las visualizaciones y, logren la integración entre el concepto imagen y el concepto definición.

Conclusiones

La implementación de los mapas conceptuales como herramienta para manifestar la red de relaciones, permite evidenciar el progreso de los estudiantes en cuanto a su razonamiento y su lenguaje, ya que al explicitar la red de relaciones, los estudiantes se hacen concientes de las relaciones que hay entre las propiedades y elementos de un concepto.

Partir del concepto imagen permite la apropiación inicial del concepto gracias a la visualización y el establecimiento de relaciones entre las propiedades del concepto en cuestión y las manifestaciones del mismo.

Esta investigación, constituye un punto de partida para nuevos estudios relacionados con el modelo educativo y el concepto en cuestión, siempre y cuando estén orientadas a un nivel de formalización, dentro del Modelo Educativo de van Hiele, sobre el concepto de convergencia de series infinitas.

Bibliografía

- [1] Carlos Mario Jaramillo López, Pedro Vicente Esteban Duarte. *Revista Educación y Pedagogía*. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia. Volumen XVIII. Número 45. 2006.
- [2] Carlos Mario Jaramillo. *La Noción de Convergencia de una Serie desde la Óptica de los niveles de van Hiele*, Tesis Doctoral Publicada, Universidad Politécnica de Valencia. España, 2003.
- [3] David Fuys, Rosamond Tischler, “*The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents*”. Editorial Panel. 1995.
- [4] Edison Vasco Agudelo, Jorge Alberto Bedoya Beltrán. *Diseño de módulos de instrucción para el concepto de aproximación local en el marco de las fases de aprendizaje del modelo de van hiele*. Tesis de Maestría. Universidad de Antioquia. 2005.
- [5] Flor María Jurado Hurtado, René Alejandro Londoño Cano, “*Diseño de una entrevista socrática para la construcción del concepto de suma de una serie vía áreas de figuras planas.*” Tesis de maestría. Universidad de Antioquia. 2005.
- [6] Jaime A. Gutiérrez. *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele en S Llenares*, M. V. Sánchez, Teoría y practica en educación matemática (Alfar: Sevilla). 1990. Pág. 295 - 384.
- [7] Joseph NOVAK, Bob GOWIN. *Aprendiendo a Aprender*. Martínez Roca. Tercera Edición. España. 1999.
- [8] Ministerio De Educación Nacional. *Lineamientos curriculares: matemáticas*. Magisterio. 1998. Pág. 58.
- [9] Pierre M. van Hiele. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Academic Press. 1986.
- [10] Pierre van Hiele. *El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. PhD tesis, Holanda, 1957.