CABRI 3D: INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE POLIEDROS DUALES, ARQUIMEDIANOS Y REGULARES

Óscar Molina, Armando Echeverry, Carmen Samper, Leonor Camargo y Patricia Perry

Grupo Æ • G, Universidad Pedagógica Nacional

oscarjmolina@gmail.com, armandoech@gmail.com

Cabri 3D es un software de geometría dinámica que permite estudiar la geometría del espacio. Posibilita construir, visualizar y explorar en tres dimensiones diferentes objetos mediante la manipulación directa de otros como puntos, rectas y planos. Este cursillo propone actividades en el entorno de Cabri 3D, susceptibles de ser llevadas a la escuela, relativas al estudio de los poliedros regulares, duales y arquimedianos. Por medio de las herramientas que tiene el software se pretende mostrar diferentes formas de construcción de dichos poliedros y establecer relaciones entre ellos para potenciar así procesos de exploración y conjeturación en la geometría espacial.

UNA BREVE CONTEXTUALIZACIÓN

Desde hace aproximadamente 25 años nacen los proyectos de software de geometría dinámica con el objetivo de facilitar el aprendizaje y la enseñanza de la geometría en dos dimensiones. Ello abrió nuevas perspectivas con respecto a las construcciones clásicas que utilizan papel, lápiz, regla y compás. Sin embargo, el estudio de la geometría espacial (3D) no había sido considerado de igual manera que la geometría en dos dimensiones (2D) por los desarrolladores de estos softwares. Hasta el momento, los softwares en 2D permiten el tratamiento de la geometría plana con gran sencillez y dinamismo, ayudando a profesores y alumnos en la enseñanza y aprendizaje de una disciplina que parecía condenada al olvido: la geometría.

Ahora con Cabri 3D existe una misma filosofía que la existente en las otras versiones del entorno: se construyen objetos rápidamente, se visualizan, se manipulan y se exploran con un ingrediente más, la tercera dimensión. Así, se pueden crear construcciones dinámicas, de la más elemental a la más compleja.

Molina, Ó., Echeverry, A., Samper, C., Camargo, L. y Perry, P. (2011). Cabri 3D: introducción al estudio de poliedros duales, arquimedianos y regulares. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 20º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 441-444). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Producto de la no existencia de softwares masivos que permitieran el estudio de la geometría espacial, existía la dificultad de visualizar los objetos en 3D, razón por la cual esta rama de las matemáticas fue, y quizá sigue siendo, un dominio parcialmente explorado. Cabri 3D con su aporte de la tercera dimensión, potencia entonces actividades matemáticas como la visualización, la exploración y la conjeturación en la geometría espacial. Proporciona a docentes, alumnos e investigadores una herramienta precisa para investigar y descubrir propiedades nuevas para ellos.

En ese sentido, desde meses atrás, ha sido interés del grupo Æ • G comenzar a incorporar este software en el curso *Geometría del espacio* del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Ello con el propósito de llevar a cabo un proceso de innovación curricular similar al que ya se realizó en el curso *Geometría plana* en torno a la *actividad demostrativa*[1] (Perry, Camargo, Samper y Rojas, 2006; Perry, Samper, Camargo, Echeverry y Molina, 2007).

El uso de Cabri 3D en el aula de clase ha permitido que los estudiantes desarrollen habilidades de visualización y exploración en tres dimensiones, hecho que a su vez les ha permitido potenciar la actividad de conjeturar enunciados de la geometría del espacio, algo que antes no se lograba. En definitiva, Cabri 3D se ha convertido en un artefacto que facilita el involucramiento de los estudiantes en la actividad demostrativa: antes la realización de elegantes construcciones no estaba al alcance de los alumnos; ellos se limitaban a contemplar construcciones realizadas por otros o presentes en algunos textos, debían creer sus propiedades quizá sin observarlas y comprobarlas aún sin estar seguros de ellas. El entorno Cabri 3D cambia esta perspectiva proveyendo a los estudiantes una herramienta mediante la cual pueden hacer actividad matemática en los términos antes mencionados.

[1] El constructo *actividad demostrativa*, elaborado por el grupo de investigación Æ • G de la Universidad Pedagógica Nacional, abarca dos procesos: *conjeturación* y *justificación*, los cuales no se constituyen como procesos independientes; además las acciones que los componen no se consideran secuenciales. El proceso de conjeturación se compone de acciones de tipo heurístico, tales como: visualizar, explorar, generalizar y verificar. En el proceso de justificación las acciones son: explicar, probar y justificar.

Definiciones

Antes de precisar algunas de las actividades que se pretenden desarrollar en el cursillo, vale la pena precisar las definiciones de los objetos que en ellas se encuentran involucrados, para lo cual recurrimos a Alfonso (1997) y a Sutton (2005).

Poliedro regular convexo: Es un poliedro cuyos vértices tienen el mismo orden (i.e., en cada vértice confluye el mismo número de aristas del poliedro) y cuyas caras son polígonos regulares. Las caras del poliedro regular convexo deben ser congruentes.

Poliedro dual de un poliedro dado: Poliedro cuyos vértices son los centros de las caras del poliedro dado.

Poliedro arquimediano: Poliedro convexo cuyas caras son polígonos regulares de dos o más tipos, y para el que todos sus vértices tienen el mismo orden.

Algunas actividades

Actividad 1. Construcción del cubo y del tetraedro regular

Objetivo: Familiarizarse con algunas herramientas del entorno Cabri 3D, específicamente con las referidas a las transformaciones rígidas en el espacio.

1. Proponga dos métodos para construir un cubo partiendo de un cuadrado.

2. Proponga dos métodos para construir un tetraedro regular partiendo de un triángulo equilátero.

Actividad 2. Acerca de los poliedros duales

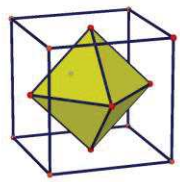
Objetivo: Identificar, mediante construcción de algunos casos, las características de un poliedro dual de un poliedro dado.

1. Determine el centro de cada cara del cubo.

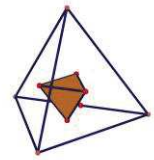
2. Determine el poliedro cuyos vértices son los puntos construidos en el ítem anterior.

3. ¿Qué relación encuentra entre el número de lados de cada cara del poliedro resultante en el ítem 2, con el orden de cada vértice del cubo?

4. Repita el ejercicio pero tomando como poliedro base el tetraedro regular.



Dual del cubo



Dual del tetraedro regular

5. Haga lo mismo tomando como base un octaedro regular.

6. ¿Qué puede concluir de los ejercicios anteriores? Establezca conjeturas.

7. ¿Qué sucederá con un icosaedro regular? ¿Qué con el dodecaedro regular?

Actividad 3. Poliedro arquimediano y poliedro de Catalán

Objetivo: Mediante construcción de casos, identificar la relación entre los poliedros arquimedianos y los poliedros de Catalán.

1. Construya un cubo. ¿Qué construcciones auxiliares le realizaría para determinar un poliedro arquimediano?

2. Determine el centro de cada cara del poliedro resultante en el ítem 1.

3. Determine el poliedro cuyos vértices son los puntos construidos en el ítem anterior. ¿Qué sucede?

REFERENCIAS

Alfonso, H. (1997). *Geometría plana y del espacio desde un punto de vista euclidiano*. Bogotá, Colombia: El autor.

Perry, P., Camargo, L., Samper, C. y Rojas, C. (2006). *La actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas.* Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Perry, P., Samper, C., Camargo, L., Echeverry, A. y Molina, Ó. (2008). Innovación en la enseñanza de la demostración en un curso de geometría para formación inicial de profesores. En *Libro electrónico del XVII Simposio Iberoamericano de Enseñanza de las Matemáticas: "Innovando la enseñanza de las matemáticas"*. Toluca, México: Universidad Autónoma del Estado de México.

Sutton, D. (2005). *Sólidos platónicos y arquimedianos*. Barcelona, España: Oniro S. A.