

## POLIEDROS HECHOS CON NUDOS IDEALES

**José Panqueva**

raulpanqueva@yahoo.com

A partir de nudos hechos con tiras de papel se pueden obtener poliedros que envuelven el espacio. El procedimiento teórico consiste en hacer un nudo cerrado con una tira de papel y reducir suavemente la longitud de la tira hasta obtener una configuración mínima sin que el papel se arrugue. Esta configuración, en que la longitud de la tira es mínima, se conoce como nudo ideal y en algunos casos es un poliedro que envuelve el espacio. En la práctica, primero se identifican los nudos ideales que pueden ser poliedros y previamente se hacen los pliegues necesarios para luego hacer el nudo y formar el poliedro. Este tipo de figuras son de gran importancia en la teoría de nudos, la teoría de poliedros y en el origami.

### POLIEDROS HECHOS CON NUDOS IDEALES

En teoría de nudos, un nudo ideal se obtiene al hacer un nudo cerrado con una cuerda de diámetro constante y reducir la longitud de la cuerda hasta obtener una configuración mínima. Con métodos numéricos se busca la forma y la longitud de la cuerda en los nudos ideales.

Un proceso análogo y experimentalmente más viable consiste en hacer un nudo con una tira de cinta o de papel y buscar el nudo ideal reduciendo la tira hasta obtener una configuración mínima sin que la cinta se arrugue. En algunos casos, el nudo ideal obtenido con una tira de papel es un poliedro que envuelve el espacio y surge la necesidad de investigar qué nudos pueden formar poliedros, cuál es la forma de cada poliedro y cuál sería su proceso de elaboración.

El poliedro obtenido depende del nudo, del número de vueltas que se le hagan a la tira de papel y del proceso de reducción de la longitud ya que un mismo nudo puede tener varias configuraciones ideales.

El poliedro anudado más conocido es el nudo trébol, que al hacerlo y reducir su tamaño forma un hexaedro uniforme cuyas caras son triángulos rectángulos isósceles. Las palaspas son figuras hechas con tiras de hoja de palma y entre ellas se encuentra el nudo ocho que forma un octaedro regular cuyos lados son

triángulos rectángulos isósceles y el antiprisma cuadrado también conocido como botón de cuero.

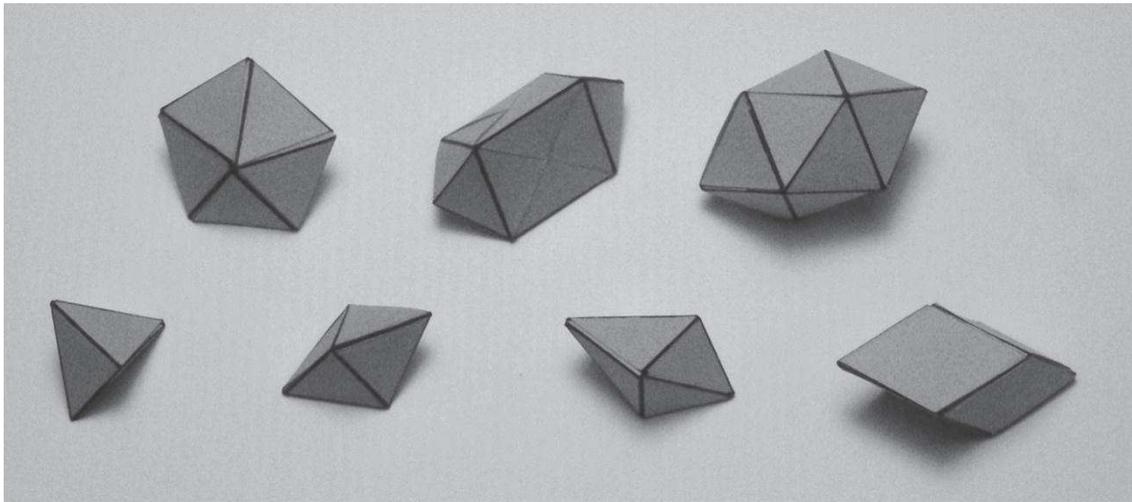


Figura 1. Algunos ejemplos de poliedros anudados, hechos cada uno con una sola tira de papel y sin pegante

En la lista de poliedros que pueden hacerse a partir de una sola tira de papel se cuentan también algunas pirámides, bipirámides, bipirámides elongadas y giroelongadas.

Para hacer poliedros con esta técnica, el problema consiste en identificar los nudos que puedan formar poliedros, buscar la configuración del nudo ideal, el patrón de plegado y la forma de hacer el nudo. Experimentalmente existen tres estrategias:

- Hacer el nudo y reducir suavemente su longitud hasta identificar la configuración ideal y el patrón de plegado, para posteriormente hacer los pliegues y hacer el nudo.
- Identificar otros poliedros anudados a partir de poliedros anudados previamente conocidos.
- Armar poliedros con los métodos tradicionales de cortar y pegar, e identificar si es posible hacer con ellos poliedros anudados.

A nivel teórico y desde el punto de vista numérico se puede investigar la forma que tiene una cinta anudada a medida que se reduce su longitud. Starostin y van der Heijden (2007) identificaron la forma de una cinta de Möbius con

diferentes longitudes cuando se reduce su longitud y este procedimiento se puede aplicar a otros nudos.

## LA INVESTIGACIÓN Y SUS ANTECEDENTES

La investigación que sustenta la actividad que se realizará en este cursillo surgió de la idea de hacer adornos con tiras de cinta. La búsqueda se concentró en figuras hechas con nudos hasta que se encontró una que por su simetría y belleza se encuentra en trámite de patente que se radicó ante la Superintendencia de Industria y Comercio bajo el título “Nudo decorativo elaborado con cinta y procedimiento para elaborarlo” (Panqueva, 2008). El objeto en trámite de patente es un nudo toriodal  $T(n, n+1)$  elaborado con una tira de cinta. Algunas de las figuras producidas con nudos ideales hechos con tiras de cinta se pueden observar en la galería de Flickr, [www.flickr.com/photos/raulpanqueva/](http://www.flickr.com/photos/raulpanqueva/).

Louis Kaufman (2004) resalta la importancia del estudio de la minimización de la longitud de una cinta anudada en el espacio tridimensional y a partir de esta lectura surgió la idea de hacer poliedros anudados y al complementar con los trabajos de Heins Strolb (2006), el tema se amplió a los poliedros estrellados.

Hay algunos poliedros hechos con tiras anudadas que son conocidos en la tradición popular (e.g., palaspas, botón de cuero, pirámide pentagonal, bola de *sepak tarrow* –hecho de seis tiras anudadas).

Está considerablemente documentado el nudo pentagonal o nudo plano (Kaufman, 2004), a partir del cual se forma un pentágono y que a trasluz forma una estrella pentagonal. Con la misma técnica se pueden hacer polígonos de un número arbitrario de lados.

Es muy nombrado el trabajo de Jean Pedersen (1973) quien describió en detalle la forma de hacer los poliedros platónicos con tiras de papel, incluido el icosaedro, y la forma de dividir una tira en ángulos iguales.

En la última década, Heins Strolb ([http://www.knotology.eu/index\\_en.html](http://www.knotology.eu/index_en.html)) desarrolló la técnica de hacer figuras con tiras de papel, especialmente estrellas, a la que llamó *knotology*. Actualmente, se destaca el trabajo de Dasa Severova (<http://www.flickr.com/photos/dasssa/sets/72157614203354042>) quien en su galería de Flickr muestra una serie de poliedros de gran complejidad y algunas guías de elaboración.

## DESARROLLO DEL CURSILLO

El cursillo se desarrollará en dos sesiones. En la primera se describirá la técnica empleada para hacer poliedros anudados, la forma de plegar el papel y el método de anudarlos para hacer poliedros. En la segunda sesión se describirá la técnica para hacer poliedros estrellados y poliedros que requieren de más de una tira de cinta.

## REFERENCIAS

- Kauffman, L.H. (2004). *Minimal flat knotted ribbons*, 14. Recuperado 17/05/2011 de: [http://arxiv.org/PS\\_cache/math/pdf/0403/0403028v4.pdf](http://arxiv.org/PS_cache/math/pdf/0403/0403028v4.pdf)
- Panqueva, J.R. (2008). *Nudo decorativo elaborado con cinta y procedimiento para elaborarlo*. Patente Colombia No. 8 83114. Bogotá DC. Superintendencia de Industria y Comercio. Gaceta de Propiedad industrial. No. 598 P. 169.
- Pedersen, J. (1973). Plaited Platonic puzzles. *The Two-Year College Mathematics Journal*, 4(3), 23-37.
- Starostin, E.L. y van der Heijden, G.H.M. (2007). The shape of a Möbius strip. *Nature materials*. 6, 563-567.