SOBRE LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD EN FORMAS DIFERENCIALES

Juan Quimbayo y **John Salas**
Grupo Geometría y Física, Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Sebas2707jul@hotmail.com, jfargos@hotmail.com

El cálculo de las formas diferenciales tiene importantes ventajas sobre los métodos tradicionales que utilizan el formalismo vectorial, ya que permite develar los aspectos geométricos de la fenomenología que se va a estudiar. El presente trabajo tiene como finalidad reescribir y analizar la ecuación de continuidad en formas diferenciales para así resaltar la estructura geométrica que subyace a los fenómenos físicos, en particular, a la mecánica de fluidos.

PRESENTACIÓN

En los cursos introductorios al tema de mecánica de fluidos, por lo regular se utilizan las herramientas que brinda el cálculo vectorial para la descripción formal del fenómeno relacionado con la conservación de la masa; pero el uso de tales herramientas hace tediosa la manipulación de las ecuaciones que rigen el fenómeno en cuestión; además las nociones geométricas no son lo suficientemente explícitas. Existen otras opciones de describir los fenómenos relacionados con la mecánica de fluidos, las cuales resaltan su componente geométrico haciendo más intuitiva la correspondiente comprensión.

La expresión fundamental que describe la conservación de la masa es la ecuación de continuidad en forma diferencial, que viene dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0$$

Donde ρ es la densidad, t el tiempo y $\vec{u} = u_x \hat{i} + u_y j + u_z k$ la velocidad del fluido. Infortunadamente estas dependen del sistema de coordenadas elegido.

Ahora bien, la representación tensorial expresada antes está descrita por medio de un tensor covariante de orden 2, que permite compactar la notación y mantener invariante bajo una transformación arbitraria de coordenadas, los fenómenos descritos bajo tal ecuación.

Quimbayo, J. y Salas, J. (2013). Sobre la ecuación de continuidad en formas diferenciales. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 21º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 307-308). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Por otro lado, la imagen que brindan las formas diferenciales resaltan características geométricas de estos fenómenos, dando al estudiante la posibilidad de aprender de una manera más intuitiva; aquí la mecánica de fluidos queda descrita a través de una 1-forma, sobre el espacio vectorial dual euclídeo.

CONCLUSIONES

1. La notación tensorial deja invariante los fenómenos de la mecánica de fluidos bajo transformaciones de coordenadas arbitrarias.

2. Las formas diferenciales omiten el uso de índices, es decir, de coordenadas, y así permiten el análisis de los fenómenos en la mecánica de fluidos, sin necesidad de recurrir a las cartas coordenables.

3. El álgebra de las formas diferenciales, remplaza el conjunto de largas y tediosas identidades vectoriales, facilitando los cálculos.

4. Las formas diferenciales proveen de un modelo visual a través de tubos y cajas que representan las integrales de superficie y volumen, permitiendo entender el concepto de flujo y densidad que ayuda a los estudiantes a formalizar e interiorizar los fenómenos relacionados con la mecánica de fluidos de mejor manera.