

## **Un estudio comparativo sobre la proporcionalidad compuesta en libros de texto españoles de Educación Secundaria Obligatoria durante la LOGSE-LOE-LOMCE**

Sergio Martínez Juste, Universidad de Zaragoza (España)

José M. Muñoz Escolano, Universidad de Zaragoza (España)

Antonio M. Oller Marcén, Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza (España)

*Recibido el 20 de julio de 2015; aceptado el 13 de octubre de 2015*

-----

### **Un estudio comparativo sobre la proporcionalidad compuesta en libros de texto españoles de Educación Secundaria Obligatoria durante la LOGSE-LOE-LOMCE**

#### **Resumen**

*En este trabajo realizamos un estudio comparativo del tratamiento dado a la proporcionalidad compuesta en 6 colecciones completas de libros de texto españoles de Educación Secundaria Obligatoria (12-16 años). Dichas colecciones pertenecen a dos editoriales diferentes y recorren los tres últimos periodos educativos implantados en España. El estudio realizado es un análisis textual y a priori de textos escolares dentro del paradigma metodológico del análisis del contenido estructurado a través de diferentes categorías de análisis. Entre otros resultados se concluye que existe una gran variabilidad en el tratamiento de la proporcionalidad compuesta, pese a que el tipo de problemas y sus contextos son de una gran homogeneidad. Así mismo, detectamos carencias en, entre otros aspectos, las caracterizaciones y justificaciones empleadas en los textos.*

**Palabras clave.** Proporcionalidad compuesta; libros de texto; educación secundaria; métodos de resolución; clasificación de problemas.

### **Un estudo comparativo do tratamento da proporcionalidade composta em livros de texto espanhóis do ensino secundario durante LOGSE-LOE-LOMCE**

#### **Resumo**

*Neste trabalho realizamos um estudo comparativo do tratamento da proporcionalidade composta em seis coleções completas de livros espanhóis do ensino secundário (12-16 anos). Essas coleções pertencem a duas editoras diferentes e foram publicadas durante os três últimos períodos educacionais implantados na Espanha. O estudo é um análise textual a priori de livros de texto no âmbito do paradigma metodológico de análise de conteúdo e está estruturado em diferentes categorias de análise. Entre outros resultados, conclui-se que existe uma grande variabilidade no tratamento da proporcionalidade composta, embora os tipos de problemas e seus contextos são de grande*

Para citar: Martínez, S., Muñoz, J.M., & Oller, A.M. (2015). Un estudio comparativo sobre la proporcionalidad compuesta en los libros de texto españoles de Educación Secundaria Obligatoria durante la LOGSE-LOE-LOMCE. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 95 – 115.

*Un estudio comparativo sobre la proporcionalidad compuesta en libros de texto españoles de Educación Secundaria Obligatoria durante la LOGSE-LOE-LOMCE*

*homogeneidade. Da mesma forma, podemos detectar deficiências em, inter alia, as caracterizações e justificações utilizadas nos textos.*

**Palavras chave.** Proporcionalidade composta; livros de texto; escola secundária; métodos de resolução; classificação de problemas.

### **A comparative study about compound proportionality in Spanish Secondary textbooks under LOGSE-LOE-LOMCE**

#### **Abstract**

*In this work, we perform a comparative study about the treatment of compound proportionality in 6 series of Secondary Spanish textbooks (age 12-16). These series belong to two different publishing houses and were published under the last three educative periods implemented in Spain. This is an a priori textual analysis carried out under the paradigm of content analysis and structured through different categories. Among other results, we conclude that there is great variability on the treatment given to compound proportionality although the types of problems and their contexts are very homogeneous. In addition, we detect deficiencies, among other aspects, in the characterizations and justifications used in the texts.*

**Key words.** Compound proportionality; textbooks; secondary education; methods of resolution; classification of problems.

### **Une étude comparative sur la proportionnalité composée dans livres de texte espagnols d'Enseignement Secondaire sur LOGSE-LOE-LOMCE**

#### **Résumé**

*Dans cet article, nous réalisons une étude comparative sur le traitement de la proportionnalité composée dans 6 collections complètes de livres de texte espagnols d'Enseignement Secondaire (12-16 ans). Ces collections appartiennent à deux éditeurs différents et étaient publiés sur les trois dernières périodes éducatives implantés en Espagne. L'étude est une analyse textuelle a priori des manuels scolaires dans le paradigme méthodologique de l'analyse de contenu qui est structuré par différentes catégories d'analyse. Parmi des autres résultats, il est conclu qu'il existe une grande variabilité dans le traitement de la proportionnalité composée, bien que les types de problèmes et leurs contextes soient d'une grande homogénéité. De même, nous détectons défauts, entre autres choses, dans les caractérisations et justifications utilisés par les textes.*

**Paroles clés.** Proportionnalité composée; manuels scolaires; enseignement secondaire; méthodes de résolution; classification de problèmes.

## **1. Introducción**

El razonamiento proporcional es un concepto fundamental para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas escolares ya que supone la culminación de la aritmética elemental y es la piedra angular para adquirir muchos conocimientos posteriores (Lesh, Post & Berh, 1988). Además, tradicionalmente ha estado presente en los currículos de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O., 12-16 años) en las últimas leyes educativas en España (LOMCE<sup>1</sup>, LOE<sup>2</sup> y LOGSE<sup>3</sup>).

---

<sup>1</sup> Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa.

<sup>2</sup> Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.

<sup>3</sup> Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo.

Si bien no aparece citada explícitamente en los documentos curriculares antes mencionados, la Proporcionalidad Compuesta (PC, en adelante) es uno de los contenidos tradicionales asociados al estudio de la proporcionalidad en ese nivel educativo y ha recibido históricamente atención en textos destinados en mayor o menor medida a la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, en el *Liber Abaci* (publicado por primera vez en 1202) ya se plantean y se resuelven problemas de proporcionalidad compuesta tan “familiares” como el siguiente: “cinco caballos se comen seis sestarios de cebada en nueve días, ¿cuántos días tardan diez caballos en comer dieciséis sestarios” (Sigler, 2002, p. 206). En la actualidad, su presencia en el aula se justifica en parte por sus diversas aplicaciones prácticas.

Los libros de texto tienen una gran importancia en la manera en que se concretan los currículos oficiales. En este sentido, Monterrubio y Ortega (2009, p. 38) afirman que “el libro de texto es un recurso habitual en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, hasta el punto de que, en muchas ocasiones, es el propio manual el que determina el currículo real”. El objetivo de este trabajo es analizar el tratamiento recibido por la PC en distintas colecciones de libros de texto españoles de dos editoriales durante toda la etapa de Educación Secundaria Obligatoria y a través de las tres últimas leyes educativas vigentes.

A continuación describimos la estructura del trabajo. En primer lugar, en la sección 2 presentamos brevemente el marco teórico que sustenta nuestra investigación. En la sección 3 detallamos el método de investigación y presentamos la muestra seleccionada. Posteriormente, la sección 4 se dedica a presentar los resultados obtenidos a partir del análisis. Finalmente, la sección 5 está dedicada a las conclusiones que se presentan en forma discursiva relacionándolas con resultados previos de otras investigaciones.

## 2. Marco teórico

González y Gómez (2011, p. 395) caracterizan la PC entre magnitudes dentro del ámbito de la aritmética del siguiente modo: “se establece una proporcionalidad compuesta entre magnitudes cuando dos o más magnitudes están, cada una de ellas, relacionadas mediante una proporcionalidad con otra magnitud”. Otros investigadores (Bosch, 1994, p. 254) abordan la PC desde un punto de vista funcional, definiendo un “sistema proporcional y compuesto” usando un cierto tipo de funciones homogéneas.

Martínez, Muñoz, Oller y Ortega (2015), adaptando las clasificaciones de problemas de proporcionalidad simple de Cramer y Post (1993), señalan distintos tipos de problemas en un contexto de PC: *valor perdido*, *comparación cuantitativa* y *comparación cualitativa*. En el caso de los problemas de valor perdido, la clasificación se refina en función de la relación de proporcionalidad existente entre la magnitud incógnita y las otras magnitudes. Estos autores analizan los problemas presentes en doce libros de texto de 2.º de E.S.O. de distintas editoriales y observan que en su mayor parte se trata de problemas de valor perdido involucrando tres magnitudes.

Martínez, Muñoz y Oller (2014), apoyándose en las clasificaciones previas de Bosch (1994) y Oller (2012), establecen distintas estrategias o métodos de resolución de problemas de valor perdido de PC: *aplicación directa de fórmula*, *proporciones*, *amalgamación de magnitudes* y *paso a paso* (pasando por la unidad y sin pasar por la unidad). En los dos últimos casos es necesario aplicar otros métodos propios de la proporcionalidad simple. En el caso de la proporcionalidad simple directa, se

distinguen los métodos de la *reducción a la unidad*, el *factor de cambio* o el *algoritmo de productos cruzados* (Cramer & Post, 1993) y estrategias de *construcción progresiva* o *building up* (Lamon, 1993). Respecto a la proporcionalidad simple inversa, existen estrategias de resolución mecánicas como la aplicación directa de una fórmula o como el algoritmo modificado de productos cruzados y estrategias basadas en las relaciones estructurales de la proporcionalidad inversa (Lamon, 2012). Entre estas últimas, destacar las *estrategias escalares* análogas al factor de cambio (Monteiro, 2003) y las *estrategias funcionales* que consisten en el cálculo de la constante de proporcionalidad; esto es, la búsqueda de una *magnitud intermedia* (Oliveira, 2009).

El marco que consideramos para analizar el contenido expuesto en los libros de texto es el *análisis de contenido*, propuesto por Rico y colaboradores (Rico, Marín, Lupiáñez & Gómez, 2008; Rico, 2012) para analizar los significados de los contenidos de las matemáticas escolares, y que es una de las etapas del *análisis didáctico* (Rico, Lupiáñez & Molina, 2013). En él, estos autores diferencian tres dimensiones o componentes de análisis: la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación.

La *estructura conceptual* es el sistema organizado de conceptos y de procedimientos, junto con las relaciones existentes entre ellos, sus propiedades y criterios de veracidad, que dan lugar a la estructura matemática que los organiza y justifica. Asociados a la PC, distinguimos cuatro tipos de elementos: la *caracterización o definición* de la PC, el *tipo de problemas* de PC que aparecen resueltos en los textos, los *métodos de resolución* presentados en el texto y las *argumentaciones y comentarios* empleados para justificar dichos métodos de resolución.

La *fenomenología* incluye aquellas situaciones y contextos que dan origen a la estructura conceptual, y que también dotan de sentido a ésta. En su trabajo sobre números naturales, Rico et al. (2008) emplean la clasificación sobre tipos de *situaciones* del estudio PISA: *personales, educativas o laborales, públicas y científicas*. En este estudio, puesto que todos los problemas de PC estudiados son problemas de valor perdido de tres magnitudes y sus enunciados son muy similares, las situaciones que se plantean en ellos también admiten una clasificación más concreta que la establecida en el estudio PISA. Así, asociados a la PC podemos distinguir *situaciones de producción o de consumo en un marco de trabajo cooperativo* (por ejemplo, la del problema del *Liber Abaci* antes mencionado), *situaciones de costes económicos o temporales de una actividad* (por ejemplo, el coste que supone para un cierto número de personas pernoctar un determinado número de noches en un hotel) y *situaciones involucrando magnitudes de la Física* (por ejemplo, para un estado concreto de una determinada cantidad de agua, el incremento de temperatura que provoca una cierta cantidad de energía). Las dos primeras clases de situaciones son situaciones de tipo laboral en su mayoría, mientras que las situaciones de la física se corresponden con situaciones científicas.

Señalamos que, en general, este listado de situaciones asociadas a la PC no es exhaustivo puesto que hace referencia fundamentalmente a los problemas de valor perdido de tres magnitudes que hemos encontrado en nuestro estudio. Aquí cabe también destacar que en muchas ocasiones los métodos de resolución de PC son empleados en relación con la obtención de la fórmula del interés simple. Este contenido, presente en la LOE y en la LOMCE, se suele introducir habitualmente en las unidades didácticas de proporcionalidad en los textos escolares con posterioridad a la PC. Es por ello que también estudiamos el papel que tiene la PC en relación con el

interés simple puesto que las *situaciones económicas que involucran interés simple* admiten ser resueltas mediante métodos de resolución de PC.

Los *sistemas de representación* son todas aquellas expresiones, signos, símbolos o gráficos a través de los cuales se hace presente un contenido matemático, permitiendo la comunicación de ideas matemáticas. Así, Rico et al. (2008, p. 15) señalan que “conocer un contenido se sustenta en el dominio de sus sistemas de representación y de los modos de expresar una misma propiedad mediante diversos sistemas”. Valverde, Castro y Molina (2013) realizan un análisis de contenido para el diseño de una propuesta sobre la razón y la proporcionalidad para maestros en formación e identifican siete tipos de representaciones: *simbólicas*, *verbales*, *algebraicas-funcionales*, *cartesianas*, *gráficas*, *tabulares* e *icónicas*. Para este trabajo, emplearemos estas categorías con la separación de las representaciones tabulares en *tabulares numéricas*, cuando en la tabla solamente aparezcan números, y *tabulares algebraicas*, cuando en la tabla también aparezcan incógnitas.

### **3. Método y muestra**

#### **3.1. El análisis de libros de texto**

El término *libro de texto* se utiliza generalmente para designar aquellos manuales utilizados por profesores y alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de una materia determinada (González & Sierra, 2004).

El uso de la denominación *libro de texto* conlleva importantes connotaciones relacionadas, por ejemplo, con la sistematicidad en la presentación de los contenidos (Pationitis, 2006) o con la autoridad del documento dentro del área de conocimiento (Stray, 1994). Esto contribuye a que, como señala Schubring (1987, p. 41), “la práctica docente no está tan determinada por los decretos ministeriales como lo está por los libros utilizados para la enseñanza”. De hecho, los libros de texto forman parte de lo que autores como Huntley y Terrell (2014) denominan “currículo escrito” y diversos estudios ponen de manifiesto que los docentes utilizan el libro de texto para decidir qué tareas implementar con sus alumnos y también cómo hacerlo (Tarr, Chávez, Reys & Reys, 2006).

El análisis de libros de texto es, pues, un interesante tema de estudio para la Educación Matemática por diversos motivos. Desde un punto de vista histórico, Schubring (1987) apunta que el análisis de textos antiguos de matemáticas permite estudiar el modo en que se difundieron y evolucionaron ciertos saberes matemáticos en una determinada época. González (2009) señala que, entre otros aspectos, dichos estudios pueden proporcionar información sobre ventajas e inconvenientes de determinadas orientaciones y metodologías didácticas. Maz y Rico (2015, p. 54) ponen de manifiesto que “el análisis de textos escolares proporciona información sobre los contenidos, los conocimientos tratados y también sobre aspectos pedagógicos, curriculares o sociales”.

En un trabajo de revisión sistemático Fan, Zhu y Miao (2013) distinguen tres grandes tipos de trabajos relacionados con libros de texto: trabajos centrados en el análisis, en la comparación y en el uso de los libros de texto. Dentro de los trabajos orientados hacia el análisis de libros de texto, estos autores identifican cinco subcategorías. La mayoritaria es la formada por aquellos estudios en los que se analiza el tratamiento recibido por contenidos concretos en los libros de texto.

Existen en nuestro país numerosos estudios relativamente recientes de este último tipo: Maz (2005) investiga los números negativos en textos; Sierra, González y López (1999, 2003), sobre de los límites y la continuidad de funciones; Escolano (2007), respecto a los significados del número racional positivo; Picado y Rico (2011), sobre el sistema métrico decimal; Conejo, Arce y Ortega (2014), sobre las reglas de derivación o Gómez-Torres, Ortiz y Gea (2014), respecto a la probabilidad en primaria; por citar algunos ejemplos.

En lo que respecta a la proporcionalidad, Oller y Gairín (2012) analizan el tratamiento de los conceptos de razón y proporción en libros de texto españoles desde el siglo XIX. Por otro lado, Pino y Blanco (2008) realizan un interesante estudio comparativo entre textos de Chile y España referidos a los problemas de proporcionalidad y Lundberg (2011) clasifica las distintas técnicas para la resolución de problemas de proporcionalidad simple directa que ofrecen cinco libros de texto suecos para estudiantes de 16-17 años. Shield y Dole (2013) desarrollan una serie de indicadores para analizar si diversas colecciones de libros de texto promueven el conocimiento profundo de los alumnos en relación con la proporcionalidad y el razonamiento proporcional. Estos autores concluyeron que los textos analizados no servían adecuadamente ese propósito puesto que, entre otros aspectos, se centraban demasiado en los procedimientos.

Desde un punto de vista general, el análisis de textos puede hacerse a priori o a posteriori (Van Dormolen, 1986) según si el estudio se produce para evaluar el texto como herramienta didáctica sin tener en cuenta la instrucción llevada a cabo con él (a priori) o para comparar su propuesta curricular con los resultados de aprendizaje obtenidos (a posteriori). Además, Gómez (2011a) plantea que el análisis puede realizarse siguiendo dos líneas diferentes: textual, para analizar un contenido matemático en su dimensión curricular y metodológica o epistemológica, para conocer cómo se han concebido las matemáticas escolares en diferentes momentos de la historia.

Por otro lado, algunos de los trabajos citados anteriormente desarrollan metodologías de trabajo que, aunque desarrolladas específicamente para el concepto en que centran su atención, son fácilmente aplicables en otros casos. Por ejemplo, Picado y Rico (2011) consideran tres focos para el análisis: autor, estructura del texto y contenido. Los dos primeros se refinan a partir del trabajo de Maz (2005) y para el tercero se utiliza la técnica del análisis del contenido (Gómez, 2002). Martínez et al. (2014), para clasificar las distintas actuaciones propuestas por los textos, utilizan las categorías de *práctica docente* y *práctica discente* introducidas en (Gairín & Muñoz, 2005).

### **3.2. Muestra**

Para el estudio se han analizado 6 colecciones completas de textos de Secundaria con un total de 26 libros de texto. Los textos analizados pertenecen al periodo 1999-2015. Se enmarcan, por tanto, en lo que Gómez (2011b) denomina “periodo del libro escolar” y, en particular, dentro del cuarto subperiodo llamado “de las leyes educativas de la etapa de normalidad democrática”. En particular, dos de las colecciones corresponden al periodo de vigencia de la LOGSE, otras dos al de la LOE y las dos últimas a la LOMCE

La decisión de considerar colecciones completas se sustenta en el hecho de que la Proporcionalidad aritmética es un contenido que aparece en los dos ciclos en los que las leyes citadas dividen la Educación Secundaria Obligatoria. Siguiendo los criterios de Hunsader, Thompson, Zorin, Mohn, Zakrzewski et al. (2014), las colecciones seleccionadas pertenecen a dos editoriales de reconocido prestigio y ampliamente implantadas en el territorio español. Debido al calendario de implantación de la LOMCE únicamente se han podido analizar los textos correspondientes a 1.º y 3.º de las colecciones correspondientes. En la Tabla 1 se recogen los principales datos identificativos de las mismas.

Tabla 1. *Libros de texto analizados.*

| <b>Título de la colección</b>  | <b>Editorial</b> | <b>Años de la edición</b> | <b>Ley vigente</b> |
|--------------------------------|------------------|---------------------------|--------------------|
| Órbita 2000                    | Santillana       | 1999                      | LOGSE              |
| En tus manos                   | Anaya            | 2002-2003                 | LOGSE              |
| Los Caminos del Saber          | Santillana       | 2010-2011                 | LOE                |
| --                             | Anaya            | 2007-2008                 | LOE                |
| Saber hacer                    | Santillana       | 2015                      | LOMCE              |
| Aprender es crecer en conexión | Anaya            | 2015                      | LOMCE              |

### **3.3. Metodología para el análisis**

El estudio que realizamos se trata de un análisis textual y a priori de textos escolares dentro del paradigma metodológico del análisis del contenido, entendido en sentido genérico como un conjunto de instrumentos metodológicos aplicados a discursos (Bardin, 1986) y cuyas características principales son, según Zapico (2006), su corte deductivo, la sistematización y la combinación de métodos cualitativos y cuantitativos.

Las unidades de análisis son los capítulos de cada texto dedicados a la Proporcionalidad aritmética y, más concretamente, focalizaremos nuestro análisis en la práctica docente entendiendo, tal y como hacen Gairín y Muñoz (2005), que esta categoría está formada por el discurso y los ejemplos y ejercicios resueltos.

El análisis realizado se organiza en torno a cuatro focos de investigación. Para algunos de ellos (puntos 2.2, 2.3 y 4) el estudio realizado es de corte deductivo; es decir, las categorías provienen de una revisión bibliográfica previa. En otros casos, las categorías se obtienen inductivamente a partir del análisis de los datos (punto 3.1). Finalmente, algunos de los focos (puntos 1, 2.1, 2.4 y 3.2) reciben un tratamiento principalmente descriptivo. Los focos de investigación y las distintas categorías del análisis se observan en la Tabla 2:

Tabla 2. *Categorías y subcategorías utilizadas para el análisis de contenido de los textos.*

| <b>Categorías de análisis</b>  |   |
|--|---|
| <b>1. Ubicación y estructura de la proporcionalidad compuesta en el texto.</b>   |   |
| <b>2. Aspectos conceptuales.</b>   | <p><b>2.1.</b> Caracterización de la proporcionalidad compuesta.</p> <p><b>2.2.</b> Tipos de problemas (Martínez et al., 2015): Directa-Directa (D-D), Directa-Inversa (D-I), Inversa-Inversa (I-I).</p> <p><b>2.3.</b> Métodos de resolución (Martínez et al., 2014): Fórmula, Proporciones, Amalgamación de magnitudes, Paso a paso.</p> <p><b>2.4.</b> Aparición de justificaciones.</p> |
| <b>3. Aspectos fenomenológicos.</b>  | <p><b>3.1.</b> Situaciones y contextos de los problemas:<br/>Producción o consumo en un marco de trabajo cooperativo.<br/>Costes económicos o temporales de una actividad.<br/>Situaciones involucrando magnitudes de la Física.</p> <p><b>3.2.</b> Tratamiento del tópico ‘interés simple’</p>   |
| <b>4. Sistemas de representación (Valverde et al., 2013): Tabular algebraico, Simbólico, Algebraico-funcional, Gráfico, Tabular numérico, Verbal, Cartesiano, Icónico.</b> |   |

La validez y fiabilidad internas se mejoran con la presencia de tres investigadores que actúan sobre los mismos registros observacionales (Hernández, Fernández & Baptista, 2010, p. 476).

## **4. Resultados**

### **4.1. Ubicación y estructura de la proporcionalidad compuesta en el texto**

En ninguna de las colecciones analizadas se trabaja la PC en 1.º de ESO. Tampoco se trata en 4.º opción B en las colecciones correspondientes a la LOGSE y la LOE. En el primer periodo educativo, las dos editoriales coinciden presentando los contenidos relativos a la PC en los cursos 2.º, 3.º y 4.º opción A. Para la LOE disminuye la presencia a dos cursos, 3.º y 4.º opción A en Santillana y 2.º y 4.º opción A en Anaya. Para la LOMCE Santillana trabaja la PC en la opción Académica de 3.º mientras que Anaya lo hace en ambas opciones y se desconoce el tratamiento en 2.º y 4.º.

Como se observa en la Tabla 3 la posición de la unidad didáctica en la que se encuentra la PC es siempre anterior a la introducción de los temas algebraicos (Pre) en todas las colecciones de Anaya. Sin embargo, Santillana parece haber variado la posición relativa de la proporcionalidad dentro de sus manuales pasando de presentarla después del álgebra (Post) en todos los textos LOGSE a variar esta posición en los



siguientes periodos. Dentro de la unidad didáctica la extensión (en número de páginas) del tratamiento de la PC es similar en todos los libros, 1 o 2 páginas dentro de un tema que oscila entre las 8 y las 15 páginas.

Tabla 3. *Ubicación y presencia en número de páginas de la PC.*

|            | LOGSE         |               |                | LOE           |                |               | LOMCE        |               |
|------------|---------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|--------------|---------------|
|            | 2.º           | 3.º           | 4.ºA           | 2.º           | 3.º            | 4.ºA          | 3.ºAp        | 3.ºAc         |
| Santillana | Post<br>1 / 8 | Post<br>2 / 8 | Post<br>1 / 11 | --            | Post<br>1 / 10 | Pre<br>2 / 8  | --           | Pre<br>2 / 10 |
| Anaya      | Pre<br>2 / 10 | Pre<br>2 / 11 | Pre<br>1 / 9   | Pre<br>2 / 15 | --             | Pre<br>1 / 10 | Pre<br>2 / 9 | Pre<br>2 / 13 |

## 4.2. Aspectos conceptuales

### 4.2.1. Caracterización de la proporcionalidad compuesta

Salvo los dos textos correspondientes a 4.º opción A de la etapa de la LOGSE, todos los textos presentan algún tipo de caracterización de corte aritmético presentando las situaciones de PC como aquellas en las que las parejas de magnitudes involucradas tienen relaciones de proporcionalidad simple (directa o inversa). No aparecen caracterizaciones funcionales o explícitamente erróneas. No obstante estas caracterizaciones no son excesivamente rigurosas ya que ninguna hace referencia a la necesidad de mantener constante el resto de magnitudes para estudiar la relación entre dos de ellas. Salvo un texto (3.º LOGSE Santillana) que habla exclusivamente de situaciones de 3 magnitudes, los textos las presentan de forma más general hablando de situaciones con más de 2 magnitudes.

### 4.2.2. Tipos de problemas

En cuanto a los tipos de problemas empleados por los textos para ejemplificar los métodos de resolución, cabe destacar la escasa presencia de problemas de tipo Inversa-Inversa (I-I) (Martínez et al., 2015), trabajados solo en 3 textos. Este hecho provoca que solo en dos manuales se presente desarrollada toda la tipología de problemas y que solo una de las colecciones (Santillana LOGSE) presente la tipología completa a lo largo de la etapa a todos los estudiantes. Los tipos Directa-Directa (D-D) y Directa-Inversa (D-I) tienen la misma presencia en cuanto a número de textos aunque hay un mayor número de problemas de tipo D-I.

### 4.2.3. Métodos de resolución

Aunque han aparecido los cuatro métodos de resolución entre los textos analizados, los métodos predominantes son ‘Paso a Paso’ y ‘Proporciones’. El uso de una fórmula solo aparece en los textos de la opción A de 4.º de Anaya (LOGSE y LOE). Incluso en estos textos las fórmulas (particularizadas para cada tipo de problema y en las que los datos se representan por figuras geométricas) aparecen al margen y aparentemente se prioriza el método presentado dentro del discurso que es ‘Paso a Paso’. El método de amalgamación aparece en dos textos de 3.º también de la

editorial Anaya (LOGSE y LOMCE, cuyo discurso es idéntico). Sin embargo, no aparece institucionalizado sino que aparece como método alternativo en uno de los tres ejemplos resueltos que se proponen.

La mayor parte de los textos que presenta el método ‘Paso a Paso’ lo realiza pasando por la unidad y argumentando cada paso mediante factor de cambio. Solo un texto apunta un procedimiento de paso a paso sin pasar por la unidad (3.º Académicas Santillana LOMCE). Aunque el método ‘Paso a Paso’ es el de mayor presencia, la mayor parte de los textos lo presentan de forma conjunta con el método ‘Proporciones’. Cuando esto ocurre, los textos parecen dar mayor importancia al método ‘Proporciones’, destacándolo con frases como “Automatiza el proceso” o presentando únicamente este método en el repaso de la unidad.

El método ‘Proporciones’ parece ganar importancia en los textos de la etapa LOE comparados con los de la etapa anterior. En la Tabla 4 se pueden observar los métodos que aparecen en cada texto, las entradas sombreadas corresponden al método destacado por los autores.

Tabla 4. *Métodos de resolución presentados.*

|                       |            | Fórmula | Proporciones | Amalgamación | Paso a Paso |   |
|-----------------------|------------|---------|--------------|--------------|-------------|---|
| L<br>O<br>G<br>S<br>E | Santillana | 2.º     |              |              | X           |   |
|                       |            | 3.º     |              |              | X           |   |
|                       |            | 4.ºA    |              |              | X           |   |
|                       | Anaya      | 2.º     |              | X            |             | X |
|                       |            | 3.º     |              |              | X           | X |
|                       |            | 4.ºA    | X            | X            |             |   |
| L<br>O<br>E           | Santillana | 3.º     | X            |              |             |   |
|                       |            | 4.ºA    |              | X            | X           |   |
|                       | Anaya      | 2.º     |              | X            |             | X |
|                       |            | 4.ºA    | X            | X            |             |   |
| L<br>O<br>M<br>C<br>E | Santillana | 3.ºAc   | X            |              | X           |   |
|                       | Anaya      | 3.ºAp   | X            |              | X           |   |
|                       |            | 3.ºAc   |              |              | X           | X |

#### 4.2.4. Aparición de justificaciones

La tónica general al presentar los métodos de resolución es la ausencia total de justificaciones. La mayoría de los textos se limita a dar una serie de instrucciones para pautar los pasos a seguir para la construcción de la solución. En los métodos de proporciones y fórmula no se introduce ningún argumento y las justificaciones aritméticas en los métodos ‘Paso a Paso’ y ‘Amalgamación’ son anecdóticas. Tan solo encontramos alguna pequeña argumentación en los textos al trabajar las relaciones de

proporcionalidad entre las magnitudes involucradas. Los textos que argumentan lo hacen utilizando justificaciones multiplicativas (M) asociadas con el factor de cambio del tipo “a doble de una magnitud, doble de la otra” o “a doble de una magnitud, mitad de la otra”. Aunque encontramos en mayor medida justificaciones cualitativas (C) erróneas del tipo “a más de una magnitud, más de la otra”, “a más de una magnitud, menos de la otra” (ver Tabla 5).

Tabla 5. Tipos de problemas atendiendo a la clasificación de 4.2.2. y justificaciones presentes en el texto acerca de la relación de proporcionalidad.

|                       |            | Tipo de problema |                  |                  | Justificación relación |                |                |
|-----------------------|------------|------------------|------------------|------------------|------------------------|----------------|----------------|
|                       |            | D-D <sup>1</sup> | D-I <sup>1</sup> | I-I <sup>1</sup> | NO <sup>2</sup>        | M <sup>3</sup> | C <sup>4</sup> |
| L<br>O<br>G<br>S<br>E | Santillana | 2.º              | X                |                  |                        | X              |                |
|                       |            | 3.º              | X                | X(2)             | X                      | X              |                |
|                       |            | 4.ºA             | X                |                  | X                      | X              |                |
|                       | Anaya      | 2.º              | X                | X                |                        | X              |                |
|                       |            | 3.º              | X                | X(2)             |                        |                | X              |
|                       |            | 4.ºA             | X                | X                |                        | X              |                |
| L<br>O<br>E           | Santillana | 3.º              |                  | X                |                        |                | X              |
|                       |            | 4.ºA             | X                | X                |                        |                | X              |
|                       | Anaya      | 2.º              | X                | X                |                        | X              |                |
|                       |            | 4.ºA             | X                | X                |                        | X              |                |
| L<br>O<br>M<br>C<br>E | Santillana | 3.ºAc            |                  | X                |                        |                | X              |
|                       | Anaya      | 3.ºAp            | X                | X                | X                      |                | X              |
|                       |            | 3.ºAc            | X                | X(2)             |                        |                | X              |

<sup>1</sup>Presencia de problemas de tipo Directa-Directa (D-D), Directa-Inversa (D-I) e Inversa-Inversa (I-I) presentes en el discurso docente. Entre paréntesis, si la frecuencia es mayor que 1.

<sup>2</sup>Textos en los que no aparecen argumentaciones sobre proporcionalidad en el discurso docente sobre PC

<sup>3</sup>Textos en los que aparecen argumentaciones multiplicativas sobre proporcionalidad en el discurso docente sobre PC como factor de cambio

<sup>4</sup>Argumentaciones cualitativas sobre proporcionalidad en el discurso docente sobre PC.

### 4.3. Aspectos fenomenológicos

#### 4.3.1. Contextos de los problemas

Los contextos predominantes en los problemas son los de ‘Producción o consumo en un marco de trabajo cooperativo’ y ‘Costes económicos o temporales de una actividad’. Solo en dos textos de la editorial Anaya (3.º LOGSE y 3.º Académicas

LOMCE) aparecen problemas que involucran magnitudes de la Física. Concretamente estos ejemplos trabajan con aumentos de temperatura que una cierta cantidad de energía provoca en una cantidad de sustancia.

Es reseñable que mientras en los textos de la editorial Santillana son mayoritarios los problemas de ‘Producción o consumo en un marco de trabajo cooperativo’ (7 de 11), en los textos de Anaya el contexto mayoritario es el de ‘Costes económicos o temporales de una actividad’ (10 de 17). En los textos de Santillana los ejemplos más recurrentes son aquellos en los que máquinas u obreros producen un número de piezas en un tiempo determinado. Por otro lado, en los textos de Anaya aparecen habitualmente los problemas de costes temporales en los que se realiza un volumen de trabajo en un determinado número de días trabajando cierto número de horas diarias.

#### **4.3.2. Tratamiento del tópico ‘interés simple’**

La aparición del interés simple en los textos está ligada al tratamiento de la PC. De hecho, aquellos textos que no presentan PC tampoco presentan Interés Simple. De entre los textos que sí presentan PC, el interés simple se trata en todos los textos de Santillana pero solo en 3 de los 7 textos analizados de Anaya.

En la editorial Santillana el tratamiento del Interés Simple parece haber ido perdiendo importancia con la introducción de nuevas leyes educativas. Mientras que en los textos de 2.º y 3.º de LOGSE se utiliza el método visto para resolver problemas de PC (‘Paso a Paso’) para justificar la obtención de una fórmula para el Interés Simple, el resto de libros de esta editorial presenta una fórmula directamente sin relacionarla con los métodos introducidos para la PC.

Aunque como hemos dicho, en textos de Anaya el Interés Simple tiene menor presencia, el discurso sobre este tópico es coherente con el de la PC en todos aquellos textos en los que se presenta (2.º y 4.º opción A LOGSE y 2.º LOE). Se resuelven ejemplos mediante todos los métodos presentados para resolver problemas de PC y se justifica la fórmula mediante el método de ‘Proporciones’.

#### **4.4. Sistemas de representación**

En los textos analizados tan solo aparecen el sistema de representación tabular, el simbólico y el verbal (Tabla 6). Dichos sistemas de representación aparecen íntimamente ligados a métodos de resolución concretos. Así, los sistemas de representación más usados son los tabulares, bien para organizar el método ‘Paso a Paso’ (tabular numérico) o bien como paso previo a la aplicación de los métodos ‘Proporciones’ o ‘Fórmula’ (tabular algebraico). Para la aplicación de estos últimos métodos se utiliza el sistema de representación simbólico. Por último, el método de representación verbal no aparece en la institucionalización de ninguno de los métodos sino que aparece esporádicamente en alguno de los últimos ejemplos desarrollados en cada texto.

La relación mencionada entre los sistemas de representación y los métodos de resolución empleados se traduce en una mayor presencia del sistema de representación tabular numérico en el periodo LOGSE, mientras que en los siguientes periodos predominan los sistemas de representación tabulares algebraicos y simbólicos.

Tabla 6. *Sistemas de representación utilizados en los textos.*

|                       |            |       | Tabular<br>Numérico | Tabular<br>Algebraico | Simbólico | Verbal |   |
|-----------------------|------------|-------|---------------------|-----------------------|-----------|--------|---|
| L<br>O<br>G<br>S<br>E | Santillana | 2.º   | X                   |                       |           |        |   |
|                       |            | 3.º   | X                   |                       |           | X      |   |
|                       |            | 4.ºA  | X                   |                       |           |        |   |
|                       | Anaya      | 2.º   |                     |                       |           | X      | X |
|                       |            | 3.º   | X                   |                       |           |        | X |
|                       |            | 4.ºA  |                     |                       | X         | X      |   |
| L<br>O<br>E           | Santillana | 3.º   |                     | X                     | X         |        |   |
|                       |            | 4.ºA  |                     | X                     | X         | X      |   |
|                       | Anaya      | 2.º   | X                   | X                     | X         |        |   |
|                       |            | 4.ºA  |                     | X                     | X         |        |   |
| L<br>O<br>M<br>C<br>E | Santillana | 3.ºAc | X                   | X                     | X         | X      |   |
|                       | Anaya      | 3.ºAp |                     | X                     | X         | X      |   |
|                       |            | 3.ºAc | X                   |                       |           |        | X |

## 5. Conclusiones y Discusión

Ninguno de los textos analizados trabaja la PC ni en 1.º ESO, ni en la opción B de 4.º ESO, sin embargo hay investigaciones que demuestran que algunos problemas de PC pueden ser trabajados con éxito incluso sin instrucción previa desde 1.º de ESO (Martínez, Muñoz & Oller, 2015).

Hemos destacado las diferencias encontradas en cuanto al lugar dentro del texto en el que se presenta la Proporcionalidad. Así, se tiende a introducir este tópico al final del bloque de temas aritméticos y antes de los temas algebraicos (Anaya siempre y Santillana desde 4.º Opción A LOE). Este hecho casa con la visión “tradicional” de la Proporcionalidad como culminación del estudio de la Aritmética (Oller & Gairín, 2013). Sin embargo, la gran mayoría de los textos analizados emplea el lenguaje algebraico para la resolución de problemas de PC (lenguaje introducido en el primer curso).

Los textos que presentan una ubicación de la Proporcionalidad posterior al tratamiento del álgebra, que parecería conllevar el uso de métodos y lenguajes algebraicos para la resolución de PC, no siempre hacen uso de este tipo de métodos y en algunos casos emplean únicamente métodos de carácter aritmético. Esta ubicación posterior al álgebra también podría justificarse en base a la introducción de ideas funcionales y de procesos de covariación (Lamon, 2012; Lesh et al., 1988). Sin embargo, los textos analizados introducen las funciones en un bloque de contenido totalmente desconectado del bloque que incluye a la Proporcionalidad, separados por

un bloque dedicado a la geometría. Este hecho coincide con un fenómeno de “desarticulación” entre estos contenidos ya señalado por Bosch, García, Gascón y Ruiz Higuera (2006). En cualquier caso, aunque la relación de proporcionalidad reaparezca en los textos desde un punto de vista funcional, esto sólo sucede para la Proporcionalidad Simple ya que un tratamiento funcional de la PC implicaría el uso de funciones de al menos dos variables. En conclusión, se puede decir que la ubicación elegida por los autores está motivada por la visión tradicional de la proporcionalidad como contenido aritmético independientemente del tratamiento que recibe dicho contenido.

Este enfoque aritmético condiciona, cuando aparecen, las diferentes caracterizaciones de la PC, siempre de tipo aritmético basadas en la existencia de relaciones de Proporcionalidad Simple entre parejas de magnitudes. Además, no existe mucha preocupación por presentar una caracterización rigurosa, resultados que coinciden con los de Martínez et al. (2014). Por otro lado, las relaciones de Proporcionalidad Simple se justifican en pocas ocasiones y, en algunos casos, incorrectamente.

En cuanto a la tipología de los problemas resueltos que se presentan en el discurso, observamos una gran homogeneidad entre editoriales y periodos. Todos los problemas son de valor perdido e involucran 3 magnitudes. Entre ellos aparecen muy escasos ejemplos del tipo I-I (este fenómeno es extendible a los problemas fuera del discurso docente como ya señalan Martínez et al. (2014) y Martínez et al. (2015)). Solo hay dos textos (Santillana 3.º LOGSE y Anaya 3.º Aplicadas LOMCE) en los que se ejemplifique la resolución de los tres tipos de problemas de PC.

El método de resolución ‘Proporciones’, en el periodo LOE, y el método ‘Paso a Paso’, en el periodo LOGSE, son los utilizados con mayor frecuencia en ambas editoriales. Casi todos los textos presentan más de un método de resolución, aunque generalmente destacan uno de ellos. El método que se destaca con mayor frecuencia es el de ‘Proporciones’. Sin embargo, Lamon (2012) señala que es el método ‘Paso a Paso’ el que más contribuye al desarrollo del razonamiento proporcional. Además, en el discurso, no aparece ningún argumento que permita justificar el método ‘Proporciones’ y lo mismo ocurre con el método ‘Fórmula’.

En cuanto a los sistemas de representación hemos encontrado una fuerte asociación de estos con los métodos de resolución empleados. Así, son las representaciones tabulares, que aparecen en los métodos ‘Paso a Paso’, ‘Proporciones’ y ‘Fórmula’, las más habituales. Si bien un buen número de textos emplean varios sistemas de representación diferentes, existe poco trabajo de traducción de uno a otro. Este inexistente trabajo de traducción entre sistemas de representación es un elemento importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje destacado por muchos autores (Castro & Castro, 1997).

Dentro de los contextos identificados hay situaciones muy repetidas. En Santillana el contexto más repetido involucra máquinas u obreros produciendo piezas en un determinado tiempo, mientras que en Anaya, el contexto más frecuente es el de la realización de un trabajo en un determinado número de días trabajando un cierto número de horas al día, en ambos casos estos contextos se engloban dentro de situaciones laborales del marco PISA (Rico et al., 2008). El tercer contexto identificado (situaciones que involucran magnitudes de la física), y que correspondería con situaciones científicas en el marco PISA, aparece de manera testimonial. Este

hecho redunda en la homogeneidad de los problemas planteados apuntada anteriormente.

Pese a que el contenido de interés simple tiene una profunda relación con la proporcionalidad compuesta, generando situaciones de tipo público (marco PISA), y podría aprovecharse para mostrar una aplicación cercana de la PC, algunos de los textos analizados muestran una cierta incoherencia entre ambos temas. En particular, presentan métodos de resolución diferentes y desconectados de los propuestos para la PC.

En resumen, hemos observado que la PC tiene un tratamiento con mucha variabilidad entre editoriales, cursos y periodos educativos. Este hecho puede deberse, en buena medida, a que se trata de un tópico complejo y muy rico matemáticamente. Pese a ello, y coincidiendo con las observaciones de Shield y Dole (2013), se han detectado diferentes carencias en los textos analizados y cierta tendencia hacia la mecanización en el tratamiento de este contenido, hechos que no favorecen una adecuada comprensión de las situaciones de Proporcionalidad Compuesta por parte de los alumnos.

### Referencias

- Bardin, L. (1986). *El análisis de contenido*. Madrid, España: Akal.
- Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática: El caso de la proporcionalidad*. (Tesis Doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona, España). Recuperable en <http://www.atd-tad.org/documentos>.
- Bosch, M., García, F.J., Gascón, J. & Ruiz Higuera, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática*, 18(2), 37-44.
- Castro, E. & Castro, E. (1997). Representaciones y Modelización. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Barcelona, España: ICE-Horsori.
- Conejo, L., Arce, M. & Ortega, T. (2014). Justificación de las reglas de derivación en libros de texto de cuatro editoriales desde LGE hasta LOE. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau & T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 257-266). Salamanca: SEIEM.
- Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting Research to Teaching Proportional Reasoning. *Mathematics Teacher*, 86 (5), 404-407.
- Escolano, R. (2007). *Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: un estudio desde los modelos de medida y cociente*. (Tesis doctoral sin publicación). Universidad de Zaragoza, España.
- Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45, 633-646.

- Gairín Sallán, J.M. & Muñoz Escolano, J.M. (2005). El número racional en la práctica educativa: estudio de una propuesta editorial. Comunicación al grupo de Pensamiento Numérico y Algebraico. *Investigación en Educación Matemática IX* (pp.1-11). Córdoba: SEIEM. Recuperable en <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/cd/grupos/grupopna/gairinmunoz.pdf>
- Gómez, B. (2011a). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5 (2), 49-65.
- Gómez, B. (2011b). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon*, 28 (1), 9-22.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7 (3), 251-292.
- Gómez-Torres, E.; Ortiz, J.J. & Gea, M.M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en los libros de texto españoles de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 49-71.
- González, M.J. & Gómez, P. (2011). Magnitudes y medida. Medidas directas. En I. Segovia & L. Rico (coords.), *Matemáticas para maestros* (pp. 351-374). Madrid: Pirámide.
- González, M.T. (2009). La investigación en Historia de la Educación Matemática. *Educación y Ciencia*, 1 (36), 37-58.
- González, M.T. & Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de Matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (3), 389-408.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, M.P. (2010) *Metodología de la Investigación*. México: McGraw Hill Educación.
- Hunsader, P.D., Thompson, D.R., Zorin, B., Mohn, A.L., Zakrzewski, J., Karadeniz, I, Fisher, E. & MacDonald, G. (2014). Assessments accompanying published textbooks: the extent to which mathematical processes are evident. *ZDM Mathematics Education*, 45, 797-813.
- Huntley, M.A. & Terrell, M.S. (2014). One-step and multi-step linear equations: a content analysis of five textbook series. *ZDM Mathematics Education*, 46, 751-766.
- Lamon, S.J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (1), 41-61.
- Lamon, S.J. (2012). *Teaching Fractions and Ratios for understanding*. Nueva York, EE.UU.: Routledge.
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. En J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations for the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: NCTM.
- Lundberg, A. (2011). Proportion in mathematics textbooks in upper secondary school. En M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 336-345). Rzeszów, Polonia: University of Rzeszów.



- Martínez, S., Muñoz, J.M. & Oller, A.M. (2014). Tratamiento de la proporcionalidad compuesta en cuatro libros de texto españoles. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau & T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 435-444). Salamanca, España: SEIEM.
- Martínez Juste, S., Muñoz Escolano, J.M. & Oller Marcén, A.M. (2015). Estrategias utilizadas por estudiantes de distintos niveles educativos ante problemas de proporcionalidad compuesta. En C. Fernández, M. Molina & N. Planas (eds.) *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 351-359). Alicante, España: SEIEM.
- Martínez Juste, S., Muñoz Escolano, J.M., Oller Marcén, A.M. & Ortega del Rincón, T. (2015). Análisis de problemas de proporcionalidad compuesta en libros de texto de 2.º de E.S.O. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, en prensa.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Granada, España: Editorial Universidad de Granada.
- Maz, A. & Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de Matemáticas de los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18 (1), 49-76.
- Monteiro, C. (2003). Prospective elementary teachers' misunderstanding in solving ratio and proportion problems. En N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of 27<sup>th</sup>. Joint Meeting of PME and PMENA*, 3 (pp. 317-323). Honolulu, EE.UU: PME/University of Hawaii.
- Monterrubio, M.C. & Ortega, T. (2009). Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 37-53). Santander: SEIEM.
- Oliveira, I. (2009). Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resolução de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec. *Bolema*, 34, 57-80.
- Oller, A.M. (2012). *Proporcionalidad aritmética: Una propuesta didáctica para alumnos de secundaria*. (Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid, España). Recuperable en <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1118>.
- Oller, A.M. & Gairín, J.M. (2012). Análisis histórico sobre la enseñanza de la razón y la proporción. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García & L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 249-259). Jaén: SEIEM.
- Oller Marcén, A.M. & Gairín Sallán, J.M. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16 (3), 317-338.
- Pationitis, M. (2006). Textbooks at the crossroads: Scientific and philosophical textbooks in 18th century Greek education. *Science & Education*, 15(7-8), 801-822.
- Picado, M. & Rico, L. (2011). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA*, 6 (1), 11-27.

- Pino, J. & Blanco, L.J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 39-63.
- Rico, L., Lupiáñez, J.L. & Molina, M. (2013). *Análisis didáctico en Educación Matemática*. Granada: Comares.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J.L. & Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma: Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 58, 7-23.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *Learn. Math.*, 7 (3), 41-51.
- Shield, M. & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 183-199.
- Sierra, M., González, M.T. & López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y C.O.U.: 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3), 463-476.
- Sierra, M., González, M<sup>a</sup>.T. & López, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles del siglo XX. *Educación Matemática*, 15 (1), 21-51.
- Sigler, L.E. (2002). *Fibonacci's Liber Abaci. A translation into modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*. Springer Verlag, New York.
- Stray, C. (1994). Paradigms regained towards a historical sociology of the textbook. *Journal of Curriculum Studies*, 26 (1), 1-29.
- Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E. & Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school mathematics teachers in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics*, 106(4), 191-201.
- Valverde, G., Castro, E. & Molina, M. (2013). Empleo del análisis didáctico en un experimento de enseñanza con futuros maestros de Educación Primaria. En L. Rico, J.L. Lupiáñez & M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 211-230). Granada, España: Comares.
- Van Dormolen, J. (1986). Textual analysis. En B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 141-171). Dordrecht, Holanda: Reidel.
- Zapico, M.H. (2006). Interrogantes acerca de análisis de contenido y del discurso en los textos escolares. *Primer seminario internacional de textos escolares*. Santiago de Chile, Chile: Mineduc.

#### **Anexo. Libros de texto consultados**

- Almodóvar, J.A., De la Prida, C., Gaztelu, A.M., González, A., Machín, P., Pérez, C. & Sánchez, D. (2015). *Matemáticas 1 ESO Saber Hacer*. Madrid, España: Santillana.

- Almodóvar, J.A., García, P., Gil, J., Vázquez, C., Santos, D. & Nortes, A. (1999a). *Matemáticas 3.º ESO. Órbita 2000*. Madrid, España: Santillana.
- Almodóvar, J.A., García, P., Gil, J., Vázquez, C., Santos, D. & Nortes, A. (1999b). *Matemáticas 4.º ESO Opción A. Órbita 2000*. Madrid, España: Santillana.
- Almodóvar, J.A., García, P., Gil, J., Vázquez, C., Santos, D. & Nortes, A. (1999c). *Matemáticas 4.º ESO Opción B. Órbita 2000*. Madrid, España: Santillana.
- Almodóvar, J.A. & Gil, J. (1999a). *Matemáticas 1.º ESO Órbita 2000*. Madrid, España: Santillana.
- Almodóvar, J.A. & Gil, J. (1999b). *Matemáticas 2.º ESO Órbita 2000*. Madrid, España: Santillana.
- Álvarez, M.D., Gaztelu, A.M., González, A., Hernández, J., Machín, P., Miranda, A.Y, Moreno, M.R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R. Sánchez, M.T., Santos, T. & Serrano, E. (2011). *Matemáticas 4 ESO Opción A Los caminos del Saber*. Madrid, España: Santillana.
- Álvarez, M.D., Gaztelu, A.M., González, A., Hernández, J., Miranda, A.Y, Moreno, M.R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R. Sánchez, M.T., Santos, T. & Serrano, E. (2011). *Matemáticas 4 ESO Opción B Los caminos del Saber*. Madrid, España: Santillana.
- Álvarez, M.D., Hernández, J., Machín, P., Miranda, A.Y, Moreno, M.R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R. Sánchez, M.T., Santos, T. & Serrano, E. (2011). *Matemáticas 2 ESO Los caminos del Saber*. Madrid, España: Santillana.
- Álvarez, M.D., Hernández, J., Miranda, A.Y, Moreno, M.R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R. Sánchez, M.T., Santos, T. & Serrano, E. (2010a). *Matemáticas 1 ESO Los caminos del Saber*. Madrid, España: Santillana.
- Álvarez, M.D., Hernández, J., Miranda, A.Y, Moreno, M.R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R. Sánchez, M.T., Santos, T. & Serrano, E. (2010b). *Matemáticas 3 ESO Los caminos del Saber*. Madrid, España: Santillana.
- Colera, J., García, R., Gaztelu, I. & Oliveira, M.J. (2002). *Matemáticas 3 En tus manos*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J., García, R., Gaztelu, I. & Oliveira, M.J. (2007). *Matemáticas 3*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J. & Gaztelu, I. (2002). *Matemáticas 1 En tus manos*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J. & Gaztelu, I. (2003). *Matemáticas 2 En tus manos*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J. & Gaztelu, I. (2007). *Matemáticas 1*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J. & Gaztelu, I. (2008). *Matemáticas 2*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J., Gaztelu, I. & Colera, R. (2015). *ESO 1 Matemáticas Aprender es crecer en conexión*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J., Gaztelu, I., García, R., Oliveira M.J. & Martínez, M.M. (2003a). *Matemáticas 4 Opción A En tus manos*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J., Gaztelu, I., García, R., Oliveira M.J. & Martínez, M.M. (2003b). *Matemáticas 4 Opción B En tus manos*. Madrid, España: Anaya.

- Colera, J., Martínez, M.M., Gaztelu, I. & Oliveira, M.J. (2008). *Matemáticas 4 Opción A*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J., Oliveira, M.J., Gaztelu, I. & Colera, R. (2015a). *ESO 3 Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Aplicadas Aprender es crecer en conexión*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J., Oliveira, M.J., Gaztelu, I. & Colera, R. (2015b). *ESO 3 Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas Aprender es crecer en conexión*. Madrid, España: Anaya.
- Colera, J., Oliveira, M.J., Gaztelu, I. & Martínez, M.M. (2008). *Matemáticas 4 Opción B*. Madrid, España: Anaya.
- De la Prida, C., Gaztelu, A.M., González, A., Machín, P., Pérez, C. & Sánchez, D. (2015). *Matemáticas Enseñanzas Académicas 3 ESO Saber Hacer*. Madrid, España: Santillana.
- De la Prida, C., Gaztelu, A.M., González, P., Pérez, C. & Sánchez, D. (2015). *Matemáticas Enseñanzas Aplicadas 3 ESO Saber Hacer*. Madrid, España: Santillana.

### **Agradecimientos.**

Este artículo surge del trabajo desarrollado por el grupo de investigación “S119- Investigación en Educación Matemática” financiado por el Gobierno de Aragón y el Fondo Social Europeo.

### **Referencias a los autores**

Sergio Martínez Juste, Universidad de Zaragoza (España). [sergiomj@unizar.es](mailto:sergiomj@unizar.es)

José M. Muñoz Escolano, Universidad de Zaragoza (España). [jmescola@unizar.es](mailto:jmescola@unizar.es)

Antonio M. Oller Marcén, Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza (España). [oller@unizar.es](mailto:oller@unizar.es)

## **A comparative study about compound proportionality in Spanish Secondary textbooks under LOGSE-LOE-LOMCE**

Sergio Martínez Juste, Universidad de Zaragoza (España)

José M. Muñoz Escolano, Universidad de Zaragoza (España)

Antonio M. Oller Marcén, Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza (España)

Proportional reasoning is a key concept in the teaching and learning of school mathematics because it is the culmination of elementary arithmetic and it is the cornerstone to understand forthcoming concepts (Lesh, Post & Berh, 1988). In particular, compound proportionality is a traditional and important topic related to proportionality and, even if it is not explicitly mentioned in the current Spanish curriculum, it consistently appears in textbooks and is often introduced in the classroom.

Many works (Monterrubio y Ortega, 2009) point out that textbooks usually play the role of the curriculum. Hence, it makes sense the main goal of our study. Namely, to analyze the treatment of compound proportionality in different series of Spanish Secondary textbooks under the last three educative laws. In order to achieve this goal, we perform an a priori textual analysis of six series of textbooks (for a total amount of 26 books) using the technique of content analysis (Bardin, 1986). We focus on concepts, phenomenology and systems of representations (Gómez, 2002).

Regarding conceptual aspects, compound proportionality is usually considered an arithmetic topic so it is characterized (not very rigorously) in arithmetical terms. We only found missing-value problems involving three magnitudes with very few cases of inverse-inverse problems. Only two books present the three different possible types of missing-value problems with three magnitudes. Most textbooks present more than one method of resolution but one of them is given priority, usually that of 'Proportions'. Methods are never justified.

The systems of representations that we found in the analyzed textbooks are strongly associated to the methods of resolution that they present. Thus, tabular representations appearing in 'Proportions', 'Step by step' and 'Formula' are the most usual. Most books present more than one system of representation, but there is no effort to present translations between different representations.

With respect to phenomenology, we observe that there are situations that repeatedly appear in textbooks. They mainly correspond to occupational situations in PISA framework. Scientific situations are rarely found.

To sum up, we have found that there is great variability on the treatment given to compound proportionality. This might be caused by the complexity and mathematical richness of the topic. In spite of this and according to Shield and Dole (2013), we detect certain deficiencies in the analyzed textbooks and a trend towards mechanization in the treatment of compound proportionality. As a consequence, this textbooks do not promote a good understanding of this topic by the students.