

## **PERTURBACIONES AL RESOLVER PROBLEMAS DE PROBABILIDAD**

*León, Fernando*

f.leon@udistrital.edu

Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Colombia)

### **RESUMEN**

*El conjunto de actividades del presente taller consiste en contestar cinco (5) tipos de pruebas sobre problemas de Probabilidad para analizar luego algunas perturbaciones incidentes en la toma de decisiones erróneas, donde los participantes analizarán sus propias trayectorias de búsqueda de respuestas a través de mapas conceptuales. Los contenidos tratan temas de la probabilidad conjunta, la independencia de eventos simples, la probabilidad condicional, y los niveles de subconfianza o sobreconfianza en series finitas estocásticas. La comunicación intencional a través de los enunciados de las pruebas estará cargada de falacias, ambigüedades lingüísticas y otros sesgos de razonamiento con el fin de generar riesgos en las decisiones de los participantes frente a cuestiones sencillas que involucran fenómenos aleatorios. Los resultados serán analizados desde las perspectivas teóricas de los obstáculos didácticos y de las expectativas ante situaciones de incertidumbre, para hacer parte de la investigación de una tesis doctoral en curso.*

### **PALABRAS CLAVE**

Expectativas, Falacias, Probabilidad, Mapas Conceptuales.

### **INTRODUCCIÓN**

Las perturbaciones, si bien no son propiamente obstáculos, son incidencias semánticas de los enunciados que retardan la formación de conceptos o desvían la interpretación de las situaciones en contexto.

Las falacias y las ambigüedades lingüísticas afectan las maneras de plantear los problemas de aplicación de los conceptos matemáticos y cuando se encaran las preguntas en temas de Probabilidad se potencian los métodos erróneos que conllevan decisiones equivocadas.

El razonamiento probabilístico de los niños ha sido estudiado a partir de las diversas investigaciones hechas por Piaget (1951), Inhelder (1972) y Fischbein (1975); particularmente esto ha servido para orientar a los profesores que han de enseñar la probabilidad en la Educación Primaria de España (Batanero, 2013).

Cañizares y Batanero (1997) investigaron los obstáculos para el aprendizaje de las probabilidades y encontraron que los bajos niveles de razonamiento proporcional en los niños de la escuela secundaria de España eran originados por la creencia en la imposibilidad de asignar probabilidades a los sucesos aleatorios. En particular, descubrieron que uno de los argumentos proporcionados por los alumnos para justificar sus respuestas, a modo de estrategias en la comparación de dos probabilidades, era las categorías de:

... los alumnos se niegan a tomar una decisión..., alegando que es imposible saber cuál es el suceso que ocurrirá. El razonamiento subyacente parece ajustarse a uno de los patrones del "sesgo de la equiprobabilidad" (Lecoutre, 1992) o el "*outcome approach*" (enfoque en el resultado, descrito por Konold, 1989). Los sujetos... tienden a suponer que todos los sucesos aleatorios son equiprobables por naturaleza, es decir, generalizan indebidamente la regla de Laplace (Cañizares & Batanero, 1997, p.7).

De igual manera, en futuros profesores de matemáticas de secundaria y en estudiantes de psicología se analizaron sesgos en la comprensión de la probabilidad condicional y de la probabilidad conjunta con sus implicaciones en la enseñanza (Batanero, Contreras & Díaz, 2012).

El manejo intencional de la comunicación en las aplicaciones de los conceptos sobre la probabilidad aplicada ya sea para la conjunción de eventos simples, o compuestos, de eventos independientes, así como de la probabilidad condicional, de la ponderación de expectativas y niveles de confianza en series finitas estocásticas, serán objetos de análisis de este taller desde los enfoques heurísticas y de sesgos estudiados por Kahneman, Slovic y Tversky (2005).

A cada participante, ya sea estudiante o profesor, se le darán cinco (5) pruebas sobre situaciones de Probabilidad donde deberá experimentar no solo la sensación de incertidumbre sino la necesidad de buscar algún criterio para optar por una decisión acertada. En los enunciados de los textos estarán implícitas las falacias y las ambigüedades lingüísticas para producir sesgos de razonamiento que afecten la libre escogencia de opciones en la solución de problemáticas.

La trayectoria de cada participante por las rutas sobre mapas conceptuales asociados a las situaciones de naturaleza aleatoria, revelarán la incidencia de las perturbaciones según perspectivas de la Teoría de Obstáculos Didácticos de Brousseau (1989) y de la teoría de las expectativas y heurísticas de sesgos cognitivos de Kahneman, Slovic y Tversky (2005).

Las conclusiones de este taller apuntan a la clasificación de las variedades de falacias y sesgos de razonamiento en función de las frecuencias de trayectorias registradas sobre los mapas conceptuales asociados a los contextos de los problemas.



## MARCO DE REFERENCIA

La Teoría de Obstáculos Didácticos creada por Brousseau desde 1976, ligada a la teoría de las situaciones didácticas, constituye uno de los campos de la didáctica de las matemáticas donde se estudian los cambios bruscos de conceptos y la construcción de conocimientos matemáticos (Brousseau, 1998). El triángulo didáctico cuyos vértices corresponden a la triada alumno-profesor-saber, es una creación de Brousseau (1999) donde configura las condiciones de los procesos de enseñanza, de aprendizaje, y de didáctica de contenidos para la génesis artificial de los conocimientos matemáticos, basado en que éstos no se construyen de modo espontáneo sino que son inducidos por las técnicas de enseñanza y luego estructurados según la teoría constructivista del aprendizaje, en el sentido piagetiano.

En la Teoría de Obstáculos Didácticos Brousseau (1989) hace énfasis en que los alumnos que no formulan ni plantean los problemas de matemáticas encuentran obstáculos didácticos que les impiden una clara comprensión de los nuevos conocimientos.

En su teoría establece tres clases de obstáculos:

- Ontogenéticos: derivados de las condiciones genéticas específicas e inevitables, de las estaciones de madurez mental asociada a las percepciones y al desarrollo de la inteligencia.
- Didácticos: generados por patrones en los métodos de enseñanza, son modificables por la elección estratégica de los docentes.
- Epistemológicos: producidos por la naturaleza misma de los argumentos matemáticos, se pueden presentar por los cambios bruscos de los conceptos.

Las barreras del aprendizaje de la matemática están asociadas con los obstáculos ontogenéticos causados por la inmadurez o la deficiencia para aprender un determinado concepto, o con los obstáculos didácticos que surgen del manejo de los materiales de enseñanza dado por el profesor, o con los obstáculos epistemológicos que provienen de la misma dificultad del concepto matemático que es objeto de aprendizaje (D'Amore & Fandiño, 2002).

El propósito del presente taller no es juzgar los conocimientos de los participantes, es más bien permitirles la experiencia de un juego mental donde los conceptos serán perturbados por la comunicación intencional que importa deformidades del lenguaje, desde las perspectivas teóricas y heurísticas de sesgos clasificados por Gilovich (2002), Tversky (2004), Tversky y Kahneman, (1971), Tversky y Shafir (1992), y Kahneman, Slovic y Tversky (2005).

Sin importar la experiencia que tenga un estudiante, o un profesor, en su afán de escape puede dudar de sí mismo y sentir la curiosidad por lo improbable o azaroso. Cada sesión tiene su aspecto lúdico individual sobre el texto de cuestionarios sencillos en los que ha de tomar decisiones de Probabilidad, allí se le proporcionarán mapas conceptuales para que trace sobre ellos las rutas asociadas a sus propias decisiones. Al final se le invitará a conformar pequeños grupos, no más de cuatro integrantes, donde podrá discutir y ayudar a

resumir sus actuaciones según los aspectos teóricos asociados a las decisiones de cada uno. Los resúmenes de análisis quedarán en el acopio de una investigación que se cursa a nivel de tesis doctoral.

### **DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES**

La metodología de este taller está diseñada como una práctica experimental de exploración y análisis de conceptos, y se desarrollará en dos (2) sesiones, cada una de cincuenta (50) minutos.

#### **PRIMERA SESIÓN**

##### **TÍTULO: EXPLORACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS CONCEPTOS DE PROBABILIDAD CONJUNTA, Y DE PROBABILIDAD CONDICIONAL**

Objetivo: Descubrir las trayectorias sobre mapas conceptuales de respuestas de quienes incurren en las falacias de la Probabilidad Conjunta, y del eje temporal en la Probabilidad Condicional.

Actividad Inicial: Contestación individual de dos (2) cuestionarios:

El primero, llamado “QUICES”, trata la Probabilidad Conjunta de dos eventos simples; Caso 1 (5 minutos), y Caso 2 (10 minutos).

El segundo, “DRONES”, se refiere a la comparación de Probabilidades Condicionales: Caso 1 (5 minutos), y Caso 2 (10 minutos).

Actividad Final: en grupos de máximo 4 personas realizarán el análisis argumentativo de las trayectorias de respuestas sobre los mapas conceptuales de los mismos participantes desde las perspectivas de la teoría científica de la didáctica (20 minutos).

#### **SEGUNDA SESIÓN**

##### **TÍTULO: EXPLORACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS CONCEPTOS DE PROBABILIDAD DE EVENTOS INDEPENDIENTES, DEL VALOR ESPERADO, Y DEL NIVEL DE CONFIANZA PARA MUESTRAS FINITAS ESTOCÁSTICAS**

Objetivo: Descubrir las trayectorias de respuestas sobre mapas conceptuales de quienes incurren en las falacias de la Probabilidad de eventos compuestos, sesgos en las expectativas ante incertidumbres futuras, y de la ambigüedad por creencias subjetivas en los niveles de confianza de muestras estocásticas.

Actividad Inicial: Contestación individual de tres cuestionarios:

El primero, “GUAYABITA”, trata simultáneamente la Probabilidad de eventos compuestos y los sesgos en las expectativas ante incertidumbres futuras. Caso 1 (5 minutos). Caso 2 (5 minutos).

El segundo, “APUESTA”, se refiere a la comparación de Valores Esperados:



Caso 1 (5 minutos), y Caso 2 (5 minutos).

El tercero, “CLIMA”, consiste en tomar decisiones sobre los niveles de confianza de muestras estocásticas.

Caso 1 (5 minutos), y Caso 2 (5 minutos).

Actividad Final: en grupos de máximo 4 personas, realizarán el análisis argumentativo de las trayectorias de respuestas sobre los mapas conceptuales de los participantes desde las perspectivas de la teoría científica de la didáctica.

### **CONCLUSIONES**

Los resultados que se han de derivar de estas experiencias son potenciales respecto de las perturbaciones de falacias, ambigüedades lingüísticas, y otros sesgos de razonamiento en las decisiones frente a problemas de probabilidad básica.

La aparición de diversas trayectorias de respuestas quedará registrada según los trazos de rutas sobre mapas conceptuales, los cuales darán cuenta de la existencia del fenómeno de la probabilidad como una expectación de la mente humana, y de la necesidad psicológica de evitar el riesgo de tomar decisiones erróneas.

El análisis de los resultados revelará que la intuición humana pretende escapar de los dilemas probabilísticos pero se rinde ante las evidencias científicas.

Se concluirá que la subjetividad ante una situación hipotética puede ser engañosa o falaz de acuerdo a la intención de quien formula la pregunta y esconde tras de sí las respuestas vedadas a los problemas, que la didáctica de la probabilidad no solo deberá hacerse a partir de los conceptos formales con técnicas determinísticas o bayesianas, sino también con la intuición laplaciana, y de otras visiones para conformar un eclecticismo inhibitorio de las perturbaciones semánticas.

### **REFERENCIAS**

- Batanero C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación? Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/1Batanero.pdf>
- Batanero, C., Contreras, J. M. & Díaz, C. (2012). Sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza. *Revista digital Matemática, Educación e Internet* 12 (2). Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Revistadigital.pdf>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (1999). Educación y Didáctica de las matemáticas, *Educación Matemática*, México, Nov. 1999. pp. 1-39.
- Brousseau, G. (1989). *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques*. Nadine Bednarz, Catherine Garnier. *Construction des savoirs Obstacles et Conflicts*, CIRADE Les éditions Agence d'Arc inc., pp. 41-63, 1989.

- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. (Tesis doctoral), Universidad de Granada, Granada.
- D'Amore, B. & Fandiño, M. (2002). Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”. *Educación Matemática*, 14, 1.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, (Netherlands). (ISBN: 9027706263)
- Gilovich, T. (2002). *Heuristics and biases the psychology of intuitive judgment*. Cambridge University Press. (ISBN: 0521792606)
- Inhelder, B. (1972). *De la lógica del adolescente. Ensayo sobre la construcción de las estructuras operatorias formales*. Barcelona. Editorial Paidós.
- Kahneman, D. (2003). *Choices, values, and frames*. New York.
- Kahneman, D., Slovic, P. & Tversky, A. (2005). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. 21st. printing. Cambridge University Press. N. Y. (ISBN: 0521-28414-7)
- Piaget, J. (1951). *La genéese de lidée de hasard chez lénfant*. Paris. Presses Universitaires de France.
- Tversky, A. (2004). *Preference, belief, and similarity selected writings*. Massachusets. MIT. (ISBN: 0262201445)
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological Bulletin*, 76, 105–110.
- Tversky, A. & Shafir E. (1992). *Choice under conflict: The Dynamics of Deferred Decision*. En American Psychological Society. Vol. 3, No. 6, November 1992, Pgs. 358-361. (ISSN: 0003-066X).

## ANEXO 1: PRUEBA: QUIZ

### CONTEXTO

La siguiente prueba sirve para mejorar sus conceptos sobre Probabilidad Conjunta y probabilidad de eventos no Excluyentes.

La presente prueba consta de varios casos. Inicie cada caso activando su decisión entre las opciones de respuesta al Problema indicadas en el texto. Después de activar una solución inicial podrá observar un mapa conceptual que contiene aspectos teóricos de los conceptos que pueden servir a la solución del Problema. Además, comprenderá mejor acerca de su decisión tomada inicialmente. Si se sostiene en ella pulse la misma opción dentro del mapa, pero si desea cambiarla pulse otro botón del mapa y regrese al texto para cambiar la opción inicial.

Después, podrá pulsar el botón de Sugerencia ubicado en la parte final del mapa y analizar una vez más la aplicación de los conceptos y la posibilidad de cambiar nuevamente su decisión. La decisión final sobre el mapa debe coincidir con la opción activada en el texto de entrada. Termine el caso pulsando el botón *Continuar*.

### SITUACIÓN

Un curso semestral de Probabilidad se desarrolla semanalmente en dos sesiones de Clase. La asistencia de los estudiantes a la segunda Clase semanal no es obligatoria. En cada primera sesión el profesor hace un Quiz sobre el tema visto en la semana anterior el cual es reforzado con una Tarea propuesta para el fin de semana. Cada Quiz dura treinta minutos. El Monitor del curso se encarga de calificarlos con uno de dos resultados posibles: Aprobado, o Reprobado. El profesor selecciona un Quiz al azar e intenta predecir con la mayor probabilidad la actitud previa del estudiante que lo ha contestado. La actitud es en cuanto a la asistencia a Clase en la semana anterior y a la realización de la Tarea propuesta como refuerzo para el fin de semana.

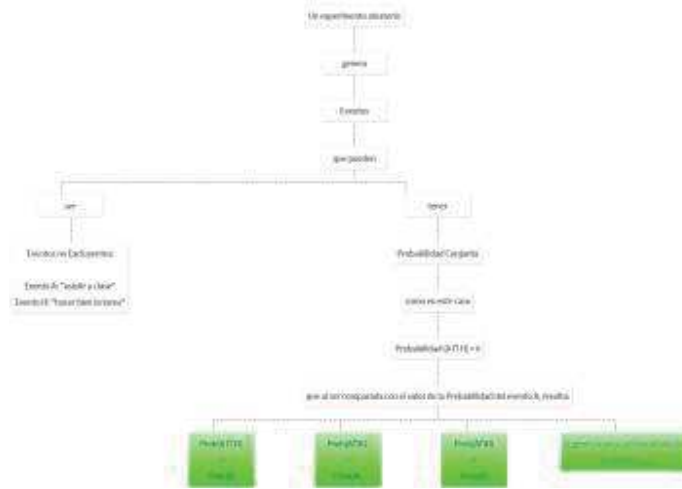
### CASO 1

Si un Quiz de un estudiante es Aprobado, la causa más probable por la cual ese estudiante saca ese resultado es:

- a - Haber asistido a la segunda sesión de Clase
- b - Haber asistido a la segunda sesión de Clase y haber hecho bien la Tarea
- c - Las dos anteriores ocurren con la misma probabilidad

### Mapa

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.



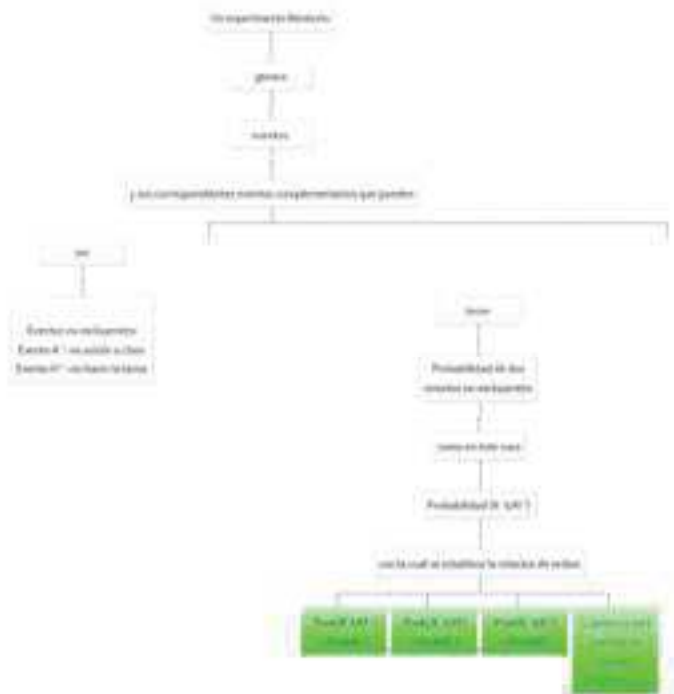
## CASO 2

Si un Quiz de un estudiante es Reprobado, la causa más probable por la cual ese estudiante saca ese resultado es:

- a - no haber asistido a la segunda sesión de Clase
- b - no haber asistido a la segunda sesión de Clase o no haber hecho la Tarea
- c - ambas anteriores con igual probabilidad

## Mapa

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la **Sugerencia**. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.





## **ANEXO 2: PRUEBA: DRONES**

### **CONTEXTO**

La siguiente prueba sirve para mejorar sus conceptos sobre *Probabilidad Condicional*.

La presente prueba consta de varios casos. Inicie cada caso activando su decisión entre las opciones de respuesta al Problema indicadas en el texto. Después de activar una solución inicial podrá observar un mapa conceptual que contiene aspectos teóricos de los conceptos que pueden servir a la solución del Problema. Además, comprenderá mejor acerca de su decisión tomada inicialmente. Si se sostiene en ella pulse la misma opción dentro del mapa, pero si desea cambiarla pulse otro botón del mapa y regrese al texto para cambiar la opción inicial. Después, podrá pulsar el botón de Sugerencia ubicado en la parte final del mapa y analizar una vez más la aplicación de los conceptos y la posibilidad de cambiar nuevamente su decisión. La decisión final sobre el mapa debe coincidir con la opción activada en el texto de entrada. Termine el caso pulsando el botón *Continuar*.

### **SITUACIÓN**

Los *drones* están de moda. El término *dron* es inglés y al español se traduce como 'zángano' -un tipo de abeja macho-. A un *dron* se le denota VANT – Vehículo Aéreo No Tripulado- y entre sus funciones están desde la toma de fotografías aéreas hasta la de mensajería de objetos livianos. En pleno vuelo, un *dron* puede ser Detectado (evento D) por el radar de algún pirata terrestre capaz de interferir en su programa de vuelo y desviarlo hacia un destino distinto al de su plan programado, pero el *dron* siempre avisa de estos hechos a su torre de control.

Cuando un "radar pirata" asedia a un *dron*, éste activa una señal de alerta e inicia una maniobra acrobática para evadir las ondas del intruso. Tras cada ataque tiene tres posibilidades: escapar y continuar su plan, obligarse a un aterrizaje brusco, o quedar derribado e inservible totalmente. Cuando ha aterrizado bruscamente puede quedar apagado o reactivar sus señales para despegar nuevamente y continuar su plan de vuelo. En el momento en que el *dron* queda inservible, o cuando aterriza en otro lugar distinto de su plan emite una señal de misión inicial Abortada (evento A). La energía con la que un *dron* emite sus señales e inicia el despegue proviene de sus baterías de polonio y litio, pero también acumula energía en los paneles solares de su estructura. Cuando culmina su plan emite una señal de 'misión exitosa'. A veces, la energía acumulada en un VANT no es suficiente para ejercer maniobras que le permitan atravesar fuertes turbulencias de aire y terminar emitiendo su señal de misión Abortada (evento A). Esta es otra causa distinta para terminar derribado.

### **CASO 1**

**Suponga que es mayor la probabilidad de que un *dron* pueda ser Detectado (evento D) que la probabilidad de emitir su señal de misión Abortada (evento A). De las siguientes frases condicionales ¿cuál tiene mayor probabilidad de que ocurra?**



- a - Abortar la misión si a la torre de control llega la señal de que el *dron* fue Detectado por un 'radar pirata'
- b - haber sido Detectado por un 'radar pirata' cuando a la torre de control llega la señal de misión Abortada
- c - las dos anteriores ocurren con la misma probabilidad

**Mapa**

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.



**CASO 2**

Suponga que es mayor la probabilidad de que un *dron* pueda ser Detectado (evento D) que la probabilidad de emitir su señal de misión Abortada (evento A). Los eventos complementarios se representan con D' para el evento de NO ser Detectado y con A' al evento de NO tener que emitir su señal de misión Abortada, es decir que la misión tenga éxito. De las siguientes dos relaciones condicionales ¿cuál tiene mayor probabilidad de que ocurra?

- a - No haber sido Detectado por un 'radar pirata' sabiendo que a la torre de control llega la señal de 'misión exitosa'
- b - Culminar con 'misión exitosa' cuando a la torre de control no llega la señal de ser Detectado por un 'radar pirata'
- c - Las dos anteriores ocurren con la misma probabilidad

**Mapa**

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el



contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.

### **ANEXO 3: PRUEBA: GUAYABITA**

#### **CONTEXTO**

La siguiente prueba sirve para mejorar sus conceptos sobre Probabilidad de eventos Simples y de eventos Compuestos.

La presente prueba consta de varios casos. Inicie cada caso activando su decisión entre las opciones de respuesta al Problema indicadas en el texto. Después de activar una solución inicial podrá observar un mapa conceptual que contiene aspectos teóricos de los conceptos que pueden servir a la solución del Problema. Además, comprenderá mejor acerca de su decisión tomada inicialmente. Si se sostiene en ella pulse la misma opción dentro del mapa, pero si desea cambiarla pulse otro botón del mapa y regrese al texto para cambiar la opción inicial. Después, podrá pulsar el botón de *Sugerencia* ubicado en la parte final del mapa y analizar una vez más la aplicación de los conceptos y la posibilidad de cambiar nuevamente su decisión. La decisión final sobre el mapa debe coincidir con la opción activada en el texto de entrada. Termine el caso pulsando el botón *Continuar*.

#### **SITUACIÓN**

El juego de La Guayabita se realiza entre dos o hasta 5 jugadores. El juego consiste en sacar un número mayor en la segunda tirada de un dado para llevarse parte de las apuestas o el total acumulado. Este evento de Ganar se denota con la letra G. Los turnos siguen el orden en la posición de un círculo donde se ubican los jugadores. En el centro depositan su apuesta de valor común o 'Case' cada vez que alguien juega su turno. Si en una primera tirada un jugador saca algún número como el 1, el 5, o el 6, no podrá hacer la segunda tirada y como penitencia debe agregar un nuevo *Case* al centro el círculo además de Ceder el Turno, evento que se denota con la letra T. Cuando en su primera tirada un jugador saca alguno de los números como el 2, el 3 o el 4 debe advertir si le apuesta 'a una parte' o 'a todo' el acumulado que hay en el centro del círculo. Si en su segunda tirada el dado saca un número menor o igual al que ha sacado antes deberá agregar la cantidad apostada al centro del círculo aumentando el acumulado. Este evento de Perder se denota con la letra P. El juego termina cuando se acaba el acumulado.

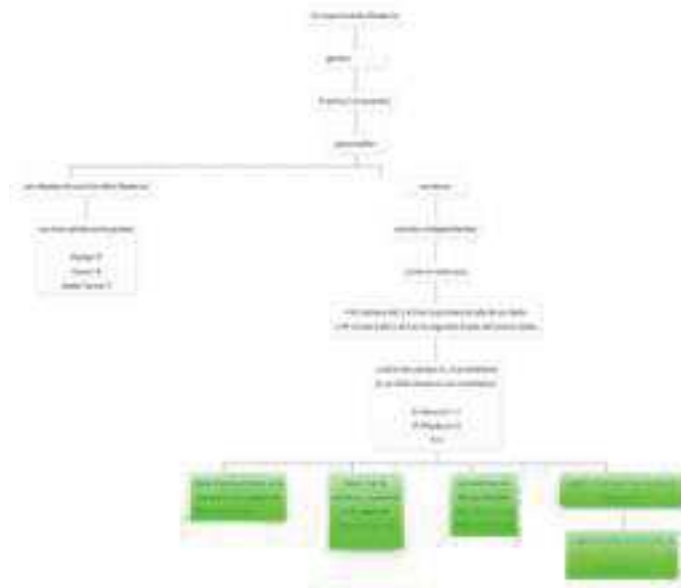
#### **CASO 1**

##### **Seleccione la opción más probable**

- a - Pierde, habiendo sacado 4 en la primera tirada
- b - Gana, habiendo sacado 2 en la primera tirada
- c - Las dos anteriores ocurren con igual probabilidad

#### **Mapa**

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.



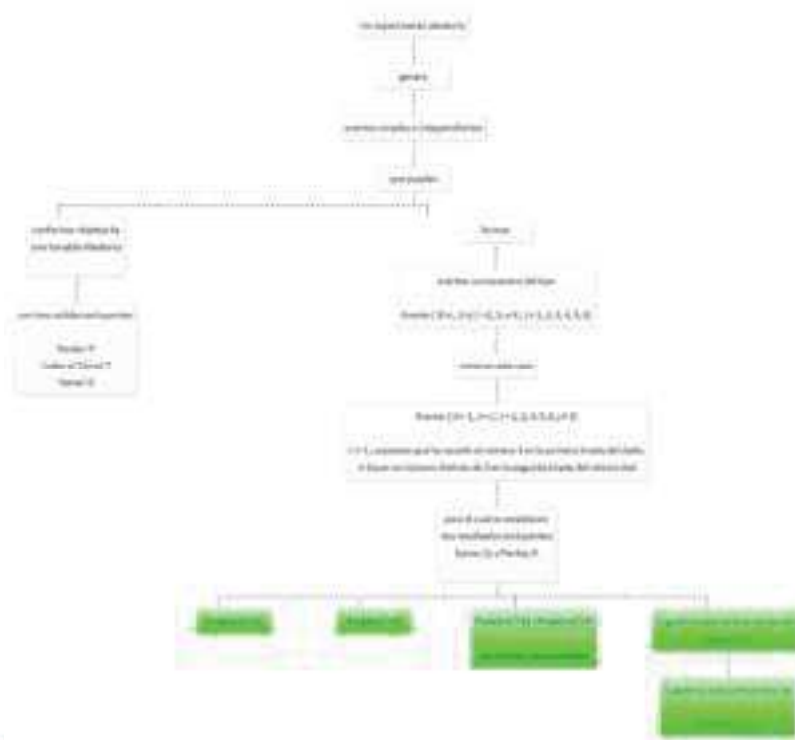
**CASO 2**

Suponga que el juego lleva diez rondas sin que alguien haya podido ganar parte de las apuestas. Si un jugador saca 3 en la primera tirada la opción más probable después de su segunda tirada es

- a - Lanza su segunda tirada y con un número mayor que 3, gana
- b - Lanza su segunda tirada y con un número menor que 3, pierde
- c - Las dos anteriores ocurren con igual probabilidad

**Mapa**

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la





*Sugerencia.* Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.

#### **ANEXO 4: PRUEBA: JUGADORES DE FÚTBOL**

##### **CONTEXTO**

El propósito de esta prueba es el de analizar sus conceptos sobre *probabilidad teórica discreta y eventos equiprobables*.

La presente prueba consta de varios casos. Inicie cada caso activando su decisión entre las opciones de respuesta al Problema indicadas en el texto. Después de activar una solución inicial podrá observar un mapa conceptual que contiene aspectos teóricos de los conceptos que pueden servir a la solución del Problema. Además, comprenderá mejor acerca de su decisión tomada inicialmente. Si se sostiene en ella pulse la misma opción dentro del mapa, pero si desea cambiarla pulse otro botón del mapa y regrese al texto para cambiar la opción inicial. Después, podrá pulsar el botón de Sugerencia ubicado en la parte final del mapa y analizar una vez más la aplicación de los conceptos y la posibilidad de cambiar nuevamente su decisión. La decisión final sobre el mapa debe coincidir con la opción activada en el texto de entrada.

Termine el caso pulsando el botón *Continuar*.

##### **SITUACIÓN**

El equipo de fútbol español Real Madrid debía enfrentar al equipo Granada Fútbol Club en el estadio Santiago Bernabéu. El técnico *Rafa Benitez* anunciaba la sustitución de su volante central James Rodríguez debido a una leve lesión durante su entrenamiento. Un Asistente del técnico sabía quién debía sustituirlo. Entre los candidatos estaban tres jugadores: Isco, Casemiro y Jessé. Pero el secreto no podía revelarse a los medios de comunicación. Un periodista le preguntó al Asistente si sabía el nombre del jugador que reemplazaría al crack colombiano. Éste le respondió:

- "uno de los tres convocados puede ser Isco, Casemiro, o Jessé. Le apuesto Cien Euros si me adivina cuál de ellos".

El periodista le nombró a uno de los tres jugadores. El Asistente le hace una nueva propuesta al intrigado periodista:

"-O mantenéis la decisión ya tomada, o la podeís cambiar cuando os diga quién de los otros dos jugadores no jugará como reemplazo".

##### **CASO 1**

**Suponga que el Asistente sabía que Isco era el jugador que iba a sustituir al crack James y que además, el periodista ha apostado en favor de Isco.**

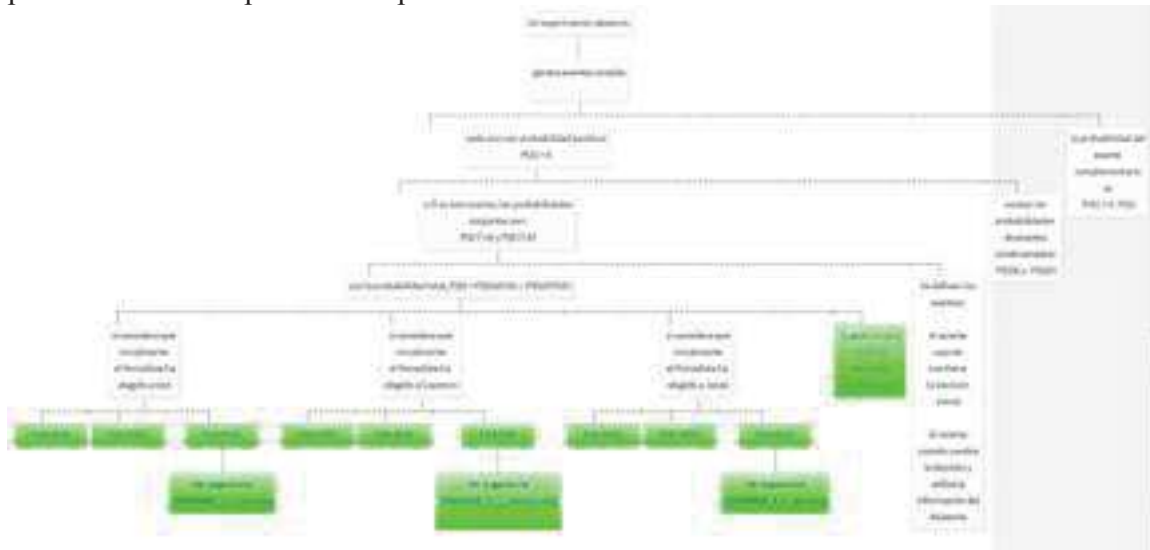


Entre la dos opciones del periodista, mantener su decisión inicial o aceptar la segunda propuesta del Asistente, la de mayor probabilidad es:

- a - Mantener la decisión sobre el que ha elegido inicialmente
- b - Cambiar la decisión y elegir al tercer jugador
- c - Las dos anteriores ocurren con igual probabilidad

### Mapa

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.



### CASO 2

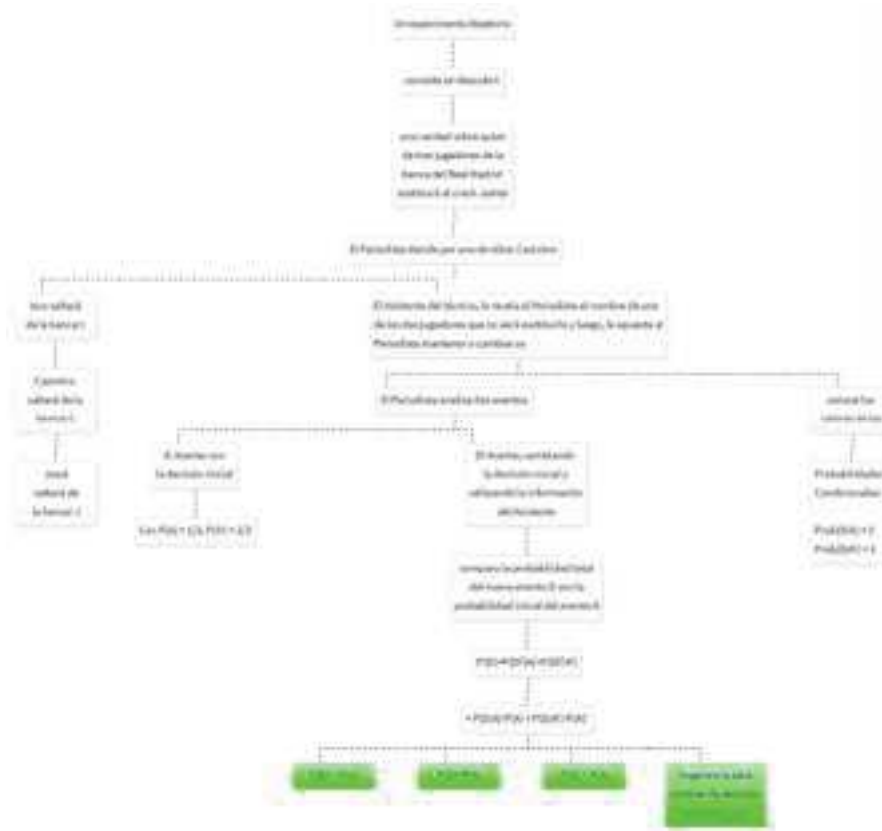
Ahora, si el Asistente sabe que Isco sustituirá a James, considere el caso en el cual el Periodista selecciona primero a Casimiro. Ahora, cuando el Asistente le proponga mantener o cambiar su decisión, la opción de mayor probabilidad para el Periodista es:

- a - No cambiar al elegido y desatender la revelación de los dos que si jugarán el partido
- b - Cambiar al elegido por conocer luego a dos de ellos que jugarán el partido
- c - Las dos anteriores ocurren con igual probabilidad

### Mapa

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*.

Desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.



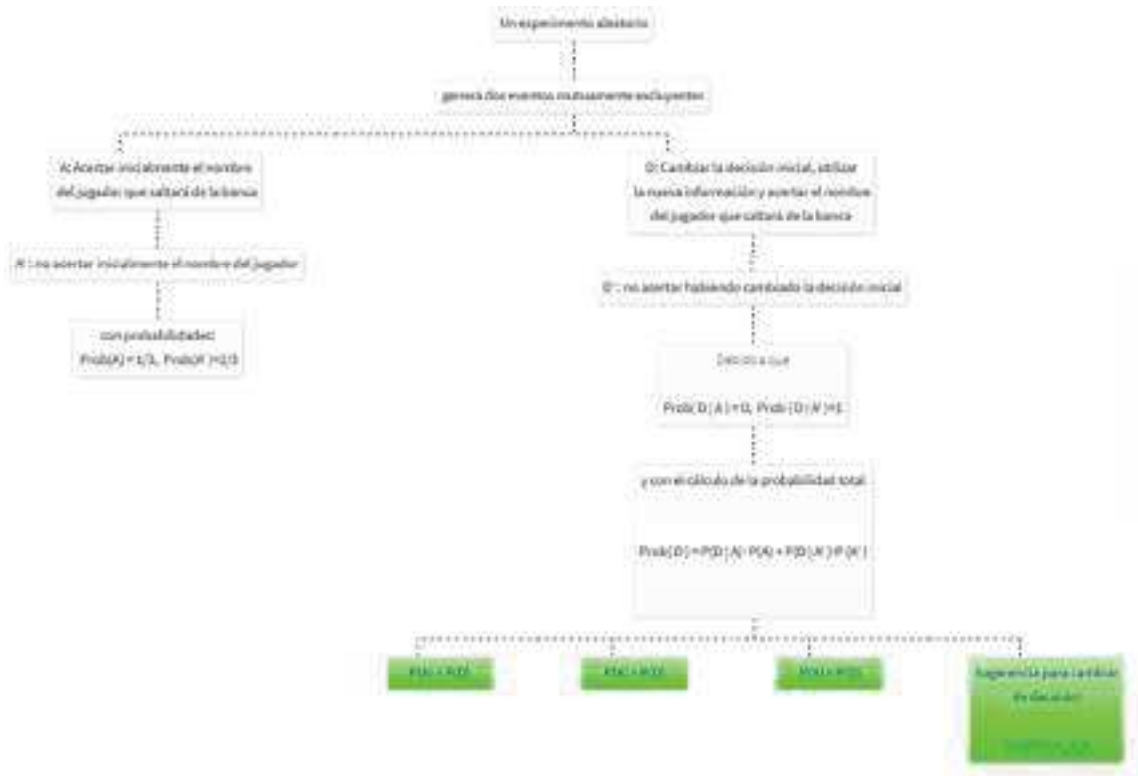
**CASO 3**

Finalmente, suponga que el Asistente sabe que Isco sustituirá a James y que el Periodista ha seleccionado a Jessé. Si el Asistente le proponga mantener o cambiar su decisión la opción de mayor probabilidad para el Periodista es:

- a - Mantener la decisión inicial, del jugador ya elegido
- b - Cambiar la decisión inicial, y elegir al tercer jugador
- c - Las dos anteriores ocurren con igual probabilidad

**Mapa**

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.



## ANEXO 5: PRUEBA: CLIMA

### CONTEXTO

Esta prueba analizará su comprensión acerca de los conceptos sobre *dispersión*, y *confiabilidad* de las series estocásticas, mejor, de secuencias finitas de estados de una variable aleatoria discreta; la secuencia se ordena según las apariciones de los estados de modo cronológico. En esta categoría la función de cambio de estados no mantiene una regularidad, no es determinista. A veces se dice que los estados aparecen "de repente, sin explicación de su origen o causa". Las series estocásticas finitas consideradas como muestras de distintos tamaños, extraídas de una población de datos, se estudian a partir de las distribuciones de frecuencias sobre los estados de la variable aleatoria. La presente prueba consta de varios casos. Inicie cada caso activando su decisión entre las opciones de respuesta al Problema indicadas en el texto. Después de activar una solución inicial podrá observar un mapa conceptual que contiene aspectos teóricos de los conceptos que pueden servir a la solución del Problema. Además, comprenderá mejor acerca de su decisión tomada inicialmente. Si se sostiene en ella pulse la misma opción dentro del mapa, pero si desea cambiarla pulse otro botón del mapa y regrese al texto para cambiar la opción inicial.

Después, podrá pulsar el botón de Sugerencia ubicado en la parte final del mapa y analizar una vez más la aplicación de los conceptos y la posibilidad de cambiar nuevamente su decisión. La decisión final sobre el mapa debe coincidir con la opción activada en el texto de entrada. Termine el caso pulsando el botón *Continuar*.



### SITUACIÓN

En cierta región tropical los promedios anuales de los estados de la variable aleatoria sobre la intensidad de lluvias fue la siguiente: 40% de días con lluvia normal, 40 % de días lluviosos, y 20% de días secos o soleados. Un pronóstico estima el cambio climático del presente año de manera que la proporción de días lluviosos alcanzará el 30% por efecto del fenómeno de la niña, y también que los días secos llegarán al 30% debido al fenómeno del niño. El restante 40% será de días con lluvia normal.

### CASO 1

Un meteorólogo parte de la base de los promedios históricos y del pronóstico para este, es decir que la variación de los promedios tanto de días lluviosos como de días secos será del 30% cada una. Una primera serie ha registrado 90 días de los cuales 40 son de lluvia normal, 30 de días secos, y 20 de días lluviosos; una segunda serie de 9 días está compuesta por 4 días de lluvia normal, 3 días secos y 2 días lluviosos.

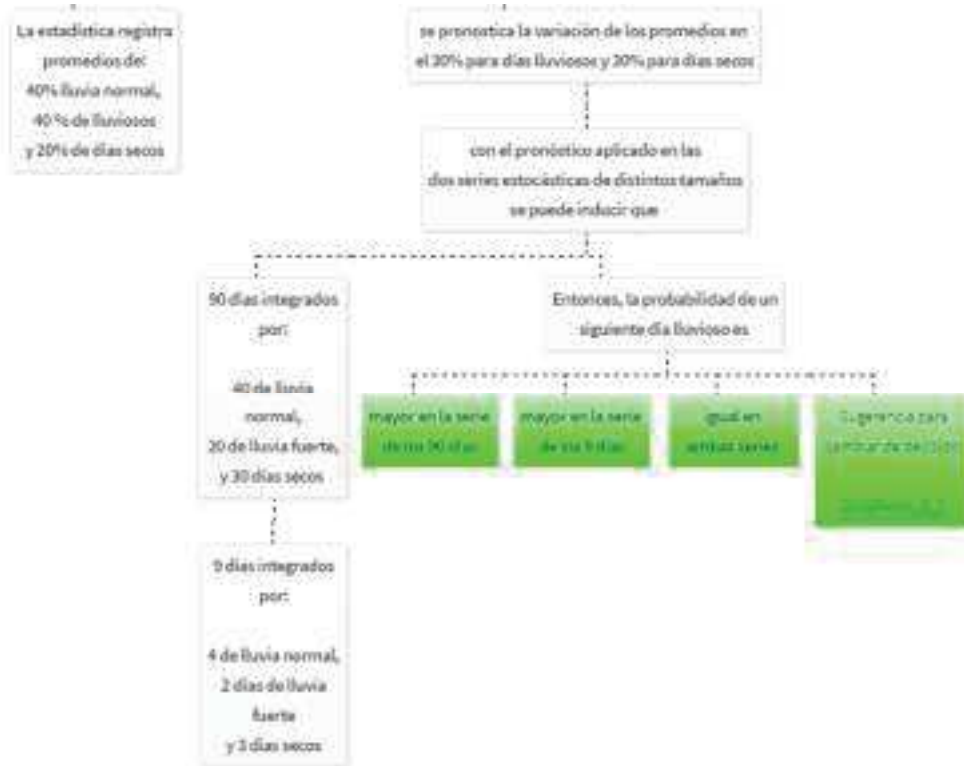
Teniendo en cuenta el pronóstico, en cuál de las dos series hay mayor probabilidad de que el siguiente día sea un día lluvioso?

- a - Es más probable en la serie de 90 días
- b - Es más probable en la serie de 9 días
- c - En ambas series el día lluvioso ocurrirá con igual probabilidad

### Mapa

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.





**CASO 2**

Con base en los promedios históricos y en el pronóstico de que el clima seco y los días de lluvia fuerte serán cada uno del 30%, una meteoróloga evalúa el nivel de confianza para pronosticar un día soleado al final de cada una de estas dos series estocásticas: la primera de 99 días con 40 de lluvia normal, 30 de lluvia fuerte, y 29 días secos; la segunda de 9 días con 4 de lluvia normal, 3 de lluvia fuerte, y 2 días secos.

La pregunta es: ¿en cuál de las dos series ocurrirá con mayor nivel de confianza el siguiente día seco?

- a - La serie de 99 días
- b - La serie de 9 días
- c - Las dos series anteriores tiene igual nivel de confianza

**Mapa**

En la parte final del mapa conceptual hay tres botones para que pulse el que corresponde a su elección. Después, con el cuarto botón, podrá conocer el contenido de la *Sugerencia*. Si desea modificar su decisión pulse de nuevo otro botón del mapa y regrese al texto inicial para cambiar a la opción correspondiente.

