

LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA Y LA EDUCACIÓN CRÍTICA

Campos, Celso Ribeiro

crcampos@pucsp.br

Pontificia Universidade Católica de São Paulo (Brasil)

RESUMEN

Los fundamentos teóricos de la Educación Estadística se basan principalmente en el desarrollo de tres competencias: la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico. Así, la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística están estrechamente relacionados con un ambiente educativo propicio para el desarrollo de estas competencias. Por otro lado, la Educación Crítica se ha desarrollado y encontró soporte en muchas fuentes de investigaciones pedagógicas, especialmente en la Educación Matemática, pero también en la Educación Estadística. Por lo tanto, se ha definido la conjugación de objetivos de la Educación Estadística con la Educación Crítica. En este trabajo, pretende mostrarse que esta conjunción tiene lugar con la ayuda de la Matemática y se presentan algunas experiencias de proyectos pedagógicos que buscan esa interacción, que incorporan las tres competencias citadas y una cuarta competencia, que es la competencia crítica, para formar la base de la Educación Estadística Crítica.

PALABRAS CLAVE

Educación Estadística, Educación Crítica, Educación Estadística Crítica, Modelación Matemática.

INTRODUCCIÓN

Desarrollada principalmente desde principios de los años 1990, la Educación Estadística fue concebida en un contexto de inquietud y cuestionamiento, buscando reflexionar sobre los problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. El primer desafío que este nuevo frente de investigación enfrentó fue el desvincularse de la Educación Matemática, haciendo la distinción entre los problemas pedagógicos enfrentados por la Estadística y los referentes a la Matemática.

Con el avance de la informatización de los medios de comunicación y la difusión cada vez mayor de informaciones basadas en datos e investigaciones; la comprensión, interpretación y análisis de esas informaciones estadísticas se han hecho cada vez más importantes, al punto de aconsejarse la introducción de conceptos fundamentales de la Estadística desde los primeros años de la Educación Básica. El desarrollo de la Educación Estadística llevó a muchos investigadores, tales como Gal (2000), Chance (2002), Garfield (2002), entre otros, a converger en la idea de que la enseñanza de la Estadística debe centrarse en el desarrollo de algunas competencias específicas.

Por otro lado, la concientización política y la discusión de los problemas sociales relacionados con la realidad del estudiante forman los principales objetivos de la Educación Crítica en cualquier nivel educativo. Se comparte la opinión de con los principales expositores de la teoría crítica de la Educación, como Freire (1983, 2005), Giroux (1988), Skovsmose (2011, 2014), etc., acerca de que estos objetivos pueden y deben ser perseguidos independientemente de los contenidos de las disciplinas.

En este contexto, se entiende que los educadores pueden construir adaptaciones para abarcar temas que faciliten la discusión de problemas socio-políticos que son pertinentes con la realidad de los estudiantes. Así, puede entenderse que, en general, cualquier disciplina de la escuela, en cualquier nivel, puede materializar los objetivos de la Educación Crítica. Siendo la Estadística pródiga en abordar situaciones que incluyen datos reales, ella puede (y debe) ser trabajada dentro de la perspectiva crítica de la Educación. Dicho eso, cabe entonces la siguiente pregunta:

¿Cómo es posible combinar los objetivos de la Educación Estadística con los de la Educación Crítica en el ambiente del aula?

La búsqueda de respuestas a esa pregunta llevó a una estrategia pedagógica llamada Modelación Matemática. Así, el objetivo en este trabajo es mostrar las posibilidades de integración de la Educación Estadística con la Educación Crítica a través de la Modelación Matemática en el contexto del aula. Por lo tanto, se ilustran algunos proyectos pedagógicos que buscan exponer las estrategias utilizadas y los resultados obtenidos. Sin embargo, es necesario aclarar de antemano que los enfoques teóricos y prácticos que se presentan no están configurados como una metodología o un conjunto de reglas. En ese contexto, cabe citar a Giroux (1988) quien dice que los “Educadores deberían disuadir a los individuos que reducen la enseñanza a una implementación de métodos, de entrar en la profesión de maestro” (p. 8).

MARCO DE REFERENCIA

LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA

El desarrollo de la Educación Estadística buscó orientarse por la diferenciación entre los problemas de enseñanza y aprendizaje de esa disciplina que difieren o se desvían de los que enfrenta la Matemática. En esta línea, los investigadores identificaron tres competencias a desarrollar en los estudiantes para que el aprendizaje de la Estadística pueda considerarse eficiente. Los investigadores entienden que la enseñanza de esta disciplina debe ser pensada teniendo como meta el desarrollo de la Alfabetización, del Razonamiento y del Pensamiento estadístico.

La Alfabetización refiere a la competencia de discutir, argumentar y comunicar interpretaciones de las informaciones estadísticas referentes a datos presentados en diferentes contextos, exponiendo comentarios, evaluaciones y comprensiones, utilizando como base los conceptos estadísticos. Estas habilidades no deben ser tratadas aisladamente y no constituyen un fin en sí mismo, pero están correlacionadas entre sí con una serie de



conocimientos estadísticos y con actitudes que deben ser desarrolladas y valoradas en los estudiantes.

En este sentido, la idea de alfabetización puede ser entendida como la competencia que confiere al ciudadano una alfabetización funcional en la disciplina, lo que significa ser capaz de comprender, interpretar y comunicar las informaciones estadísticas. Por lo tanto, la comprensión e interpretación de la información estadística requieren que el estudiante tenga conocimientos estadísticos y matemáticos, además del conocimiento del contexto del problema. Sin embargo, la evaluación crítica de la información depende de elementos adicionales, tales como la actitud de hacer cuestionamientos, no tratando pasivamente las informaciones disponibles y los resultados que son obtenidos.

El pensamiento estadístico está ligado a la idea de evaluar globalmente un problema estadístico, comprendiendo cómo y por qué el análisis estadístico es importante. Ser capaz de pensar estadísticamente significa saber identificar los conceptos estadísticos envueltos en las investigaciones y en los problemas, incluyendo la variabilidad, la incertidumbre y cómo y cuándo usar apropiadamente los métodos de análisis y de investigación. De esa forma, esta competencia está ligada a la habilidad de explorar los datos, cuestionando sus orígenes y aplicaciones, extrapolando las informaciones dadas y planteando nuevos cuestionamientos además de los indicados en la investigación o en el problema.

La enseñanza tradicional de la Estadística centrada en procedimientos de cálculo y análisis, falla y no desarrolla la habilidad de pensar estadísticamente. Mallows (1998), sobre esta forma de enseñanza dice que "... por lo general, las personas aprenden métodos, pero no cómo se aplican ellos o cómo interpretar los resultados" (p. 2). Así, se ha configurado un importante desafío para que los educadores y los investigadores desarrollen una teoría para explicar cómo pensar desde la Estadística aplicada.

El pensamiento estadístico implica una forma de pensamiento que incluye razonamiento lógico y analítico. Él permite identificar las ideas que subyacen en las investigaciones estadísticas, incluyendo la naturaleza de la variabilidad y cuándo y cómo utilizar correctamente los métodos de análisis de datos, tales como resúmenes numéricos y presentación visual de los datos. Por lo tanto, el pensamiento estadístico incluye un entendimiento de cómo los modelos son utilizados para simular los fenómenos, cómo los datos son producidos para estimar probabilidades y cómo, cuándo y por qué las herramientas existentes pueden ser utilizadas para auxiliar un proceso investigativo. También incluye la competencia de entender y utilizar el contexto de un problema en una investigación, sacar conclusiones y poder criticar y evaluar los resultados obtenidos. Para desarrollar este tipo de pensamiento Falk y Konold (1992) creen que los estudiantes deben ser llevados a hacer una revolución interna en sus maneras de pensar, renunciando a contemplar el mundo de forma determinista y adoptando una visión en la cual las ideas de la variabilidad e incertidumbre son centrales e indispensables.

Sobre el razonamiento estadístico, este se liga a la idea de resumir y representar adecuadamente los datos, hacer conexiones entre diferentes conceptos involucrados en un problema, además de combinar ideas que implican variabilidad, incertidumbre y probabilidad. Esta competencia provee al estudiante la habilidad para comprender, interpretar y explicar un proceso estadístico por completo. De manera más genérica, el razonamiento estadístico puede ser definido como la manera por la cual las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística.

De acuerdo con delMas (2004) el desarrollo del razonamiento estadístico debe configurar un objetivo explícito en la enseñanza de Estadística. Sin embargo, Sedlmeier (1999) afirma que el razonamiento estadístico es raramente enseñado y cuando lo es, difícilmente logra éxito.

Consecuentemente, delMas (2004) indica que hay necesidad de más investigaciones tanto para detallar y describir los procesos cognitivos y las estructuras mentales que los estudiantes desarrollan durante la instrucción, como para determinar qué actitudes se deben valorar para un mejor desarrollo del razonamiento estadístico. A pesar de eso, Moore (1998) argumenta que para promover el razonamiento estadístico los estudiantes deben realizar recolección de datos y explorar su variabilidad. Actividades como esta deben incluir la posibilidad de que los estudiantes se cuestionen por qué y cómo los datos son producidos, por qué y cómo las conclusiones son construidas (delMAS, 2002).

En las investigaciones realizadas en el GPEE (Grupo de Pesquisa en Educación Estadística, UNESP, campus de Rio Claro/SP), se han observado que las tres competencias (alfabetización, pensamiento y razonamiento estadístico) no pueden ser enseñadas a los estudiantes mediante una instrucción directa, sin embargo ellas pueden ser desarrolladas si ciertas acciones son implementadas en el aula. En este sentido, con el objetivo de ayudar al profesor a proporcionar al alumno el desarrollo de esas competencias, a continuación se resumen algunas acciones (Campos, 2007):

- Trabajar con datos reales.
- Relacionar los datos al contexto en que están inmersos.
- Orientar a los alumnos para que interpreten los resultados.
- Permitir que los estudiantes trabajen juntos (en grupo) y que critiquen las interpretaciones de los otros, esto es, favorecer el debate de ideas entre los alumnos.
- Promover argumentos sobre la validez de las conclusiones, es decir, compartir con los colegas las conclusiones y las justificaciones presentadas.

Sin embargo, hay que decir que estas acciones no constituyen una garantía de que las competencias serán favorecidas o desarrolladas, ya que esto solo puede ser constatado mediante la observación de las actitudes de los estudiantes frente a los problemas estadísticos a los cuales ellos son enfrentados.



LA EDUCACIÓN CRÍTICA

La Educación Crítica emergió del trabajo de diversos autores, tales como Karl Marx (1867), Theodor Adorno (1970), Herbert Marcuse (1978) y Jürgen Habermas (1962), entre otros, y posteriormente fue profundizada y discutida por diversos educadores e investigadores, como Paulo Freire (1983, 2005), Henri Giroux (1988) y Ole Skovsmose (2011, 2014). Inspirada en la Teoría Crítica de la Sociedad, la Educación Crítica surgió como contestación al tradicionalismo en el sistema educacional. Mientras la escuela tradicional sustenta un discurso positivista, en el cual las preocupaciones más importantes se relacionan con técnicas pedagógicas y con la transmisión del conocimiento, los teóricos educacionales críticos afirman “con base en argumentos teóricos y en muchas evidencias empíricas, que las escuelas son, en verdad, agencias de reproducción social, económica y cultural” (Giroux, 1988, p. 111). D’Ambrosio (2002) enfatizó que la educación debe llevar el estudiante a aprender y usar instrumentos comunicativos y analíticos, que son esenciales para que ellos puedan ejercer todos los derechos y deberes de ciudadanos. Según D’Ambrosio (2002, 2005), el mayor desafío de la educación es promover la ciudadanía y la creatividad.

Paulo Freire (1983, 2005) concentró su trabajo en el desarrollo de una educación para la conciencia crítica dirigida a una práctica social. Para él, la Educación Crítica tiene mucho que ver con cuestiones sociales fruto de la profundización de las desigualdades en el mundo, con discusiones sobre libertad, participación política, con el problema del preconceito y con contrastes educacionales. En resumen, la Educación Crítica para Freire tiene que ver con una democracia plena que lucha contra relaciones autoritarias y es basada en el diálogo. Su trabajo fue marcado por las condiciones específicas de Latinoamérica en las décadas de 1960 y 1970, pero su esfuerzo educacional ciertamente es válido en otras regiones y en otros tiempos.

El trabajo de Freire, que propone formas emancipadoras de conocimiento, inspiró a Giroux (1988), quien extendió la idea de democratización y politización de la educación, en una visión del profesor como un intelectual transformador. “Central para la categoría de intelectual transformador es la necesidad de hacer el pedagógico más político y el político más pedagógico” (p. 127). En esa perspectiva:

Reflexión y acción críticas pasan a ser parte de un proyecto social fundamental para ayudar los estudiantes para desarrollar una fe profunda y constante en la lucha por superar las injusticias económicas, políticas y sociales, y para humanizarse aún más a sí mismos como parte de esta lucha (Giroux, 1988, p. 127).

Skovsmose (2011, 2014), a su vez, incorporó esos conceptos y avanzó en el desarrollo de la Educación Crítica. Para él, la relación entre profesor y alumnos es de fundamental importancia, derrumbando la figura del profesor-dueño-del-conocimiento y emergiendo la presencia de aquel que enseña y es enseñado, en una relación dialéctica con los estudiantes, que se convierten en corresponsables del proceso educativo en lo cual ambos crecen. “Las ideas que se refieren al diálogo y a la relación profesor-alumnos son desarrolladas con base



en el punto de vista de que la educación debe pertenecer a un proceso de democratización” (Skovsmose, 2014, p. 350).

Skovsmose considera que el primer aspecto importante de la Educación Crítica es la participación de los estudiantes en la organización del proceso educacional, por lo cual es atribuido a ambos, profesor y alumnos, una competencia crítica. De acuerdo con él, otro aspecto importante de la Educación Crítica es la orientación de los problemas del proceso de enseñanza-aprendizaje. Así, Skovsmose (2014) afirma que “es esencial que los problemas tengan que ver con situaciones y conflictos sociales fundamentales y es importante que los estudiantes puedan simultáneamente reconocer esos problemas como sus propios problemas” (p. 353). Centrado en la cuestión de la democracia, Skovsmose avanzó en dirección a una Educación Matemática Crítica, en la cual el trabajo con proyectos de modelación es valorado.

EDUCACIÓN ESTADÍSTICA CRÍTICA

Principalmente en Campos (2007, 2016), pero también en Campos, Wodewotzki y Jacobini (2011), se hizo una aproximación de la Educación Crítica con la Educación Estadística, componiendo así lo que se llama la Educación Estadística Crítica. El objetivo del abordaje crítico en la Educación Estadística fue agregar a las tres competencias ya mencionadas la competencia crítica, como es definida por Skovsmose (2011, 2014), centrando el trabajo pedagógico en actitudes democráticas y valorizando el diálogo, conforme propuso Freire (1983, 2005), agregando lo político a lo pedagógico y viceversa, y haciendo del profesor un intelectual transformador, en acuerdo con las ideas de Giroux (1988).

Así, una Educación Estadística que se proponga a agregar los principios de la Educación Crítica debe asumir las siguientes características (Campos et al., 2011):

- problematizar la enseñanza, trabajar la Estadística por medio de proyectos, valiéndose de los principios de la modelación matemática;
- permitir a los alumnos que trabajen individualmente y en grupos;
- utilizar ejemplos reales, trabajar con datos reales, siempre contextualizados dentro de una realidad consistente con la realidad del alumno;
- favorecer e incentivar el debate y el diálogo entre los alumnos y con el profesor;
- buscar la democratización de la enseñanza tanto con el debate de principios democráticos como con la adopción de actitudes democráticas en el aula, para promover la ruptura de la jerarquía entre educandos y educadores, posibilitando así, la convivencia de todos los actores del proceso educacional en un ambiente en el cual no hay un dueño del saber y, sí, un compartir de experiencias que buscan un bien común de desarrollo de la intelectualidad de todos, desmitificando, como consecuencia, el papel manipulador tradicional de la figura del profesor;
- incentivar los alumnos a analizar e interpretar los resultados, valorar lo escrito;
- tematizar la enseñanza, o sea, privilegiar actividades que posibiliten el debate de cuestiones sociales y políticas relacionadas al contexto real de vida de los alumnos;



- promover argumentos sobre la validez de las ideas y de las conclusiones, fomentar la criticidad y toma de posturas de los alumnos ante los cuestionamientos planteados en los debates, compartiendo con la clase sus justificaciones y conclusiones;
- preparar el alumno para interpretar el mundo, practicar el discurso de la responsabilidad social, incentivar la libertad individual y la justicia social, involucrar a los alumnos en la misión de perfeccionar la sociedad en que la viven;
- utilizar bases tecnológicas en la enseñanza, valorando el desarrollo de competencias de carácter instrumental para el alumno que vive en una sociedad eminentemente tecnológica;
- valorar el conocimiento reflexivo en conjunto con el conocimiento tecnológico para el desarrollo de una conciencia crítica sobre el papel de la Estadística en el contexto social y político en lo cual el estudiante se encuentra inmerso;
- adoptar un ritmo propio, un *timing* flexible para el desarrollo de los temas;
- combinar el conocimiento productivo y directivo;
- evidenciar el currículo oculto (Giroux, 1988) respecto a las normas, valores y creencias no explícitas que son transmitidas a los estudiantes por medio de la estructura subyacente a una determinada aula), debatir con los estudiantes, permitiendo que ellos participen de las decisiones tomadas y del proceso educativo;
- evaluar constantemente el desarrollo del razonamiento, del pensamiento y de la alfabetización estadística;
- desmitificar el proceso de evaluación del alumno, permitiendo que él participe de las decisiones y asuma responsabilidades sobre dicho proceso.

En resumen, esas características componen tres principios básicos que, si fueren tenidos en cuenta, posibilitarán la inmersión del profesor en esa práctica de educación que se está proponiendo:

- contextualizar los datos de un problema estadístico, preferencialmente utilizando datos reales;
- incentivar la interpretación y análisis de los resultados obtenidos;
- socializar el tema, o sea, insertarlo en un contexto político/social y promover debates sobre las cuestiones planteadas.

Con esto queda claro que se defiende la idea de que el objetivo de enseñar Estadística debe siempre estar acompañado del objetivo de desarrollar la criticidad y la inmersión de los estudiantes en las cuestiones políticas y sociales relevantes para su realidad como ciudadanos que viven en una sociedad democrática y que luchan por justicia social en un ambiente humanizado y desalienado.

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

La aproximación de la Estadística con la Matemática abre la posibilidad de usar algunos aspectos de la Educación Matemática en el diseño y análisis de actividades estadísticas para el aula. En ese contexto, se defiende (Campos, 2007, 2016) que el trabajo por medio de



proyectos de Modelación Matemática comprende una estrategia pedagógica adecuada para desarrollar la Educación Estadística Crítica, en la medida en que ello consiste en una forma eficiente de articular teoría y práctica y aporta a la ruptura de fronteras arbitrarias entre las disciplinas, favoreciendo un alcance más amplio y eficaz.

La construcción de modelos o la presencia de la Modelación Matemática en el contexto de la Educación Matemática surgen principalmente en situaciones en las cuales se requiere representar y estudiar matemáticamente un problema proveniente del mundo real, cuya solución debe ser acompañada de análisis, reflexión, concientización, discusión y validación.

No es difícil entender que la Modelación Matemática se alinea con las premisas de la Educación Estadística en la medida en que combina la idea de aprender Estadística por medio del estudio, investigación, análisis, interpretación, crítica y discusión de situaciones reales, preferiblemente originadas en una realidad consistente con la de los estudiantes. De esa forma, Estadística y realidad pueden ser conectadas por medio de actividades de modelación que tienden a ampliar el interés de los alumnos por la disciplina, en la medida en que ellos tienen la oportunidad de estudiar, a través de indagaciones, problemas y situaciones que están vinculados a aplicaciones prácticas y que valoran su sentido crítico.

Así, se considera el trabajo con proyectos de Modelación Matemática como una importante estrategia pedagógica que abre camino para la construcción de un aula crítica de Estadística, centrada en el desarrollo de las cuatro competencias aquí consideradas. De este modo, los alumnos, por medio de actitudes dirigidas hacia la praxis social, se envuelven con la comunidad, transformando reflexiones en acciones.

DESARROLLO

En la secuencia de este texto, se presentan algunas experiencias pedagógicas desarrolladas en la última década, cuyo interés está en ilustrar la convergencia de objetivos citados, que compone el centro de la Educación Estadística Crítica.

PROYECTO 1: EL CALENTAMIENTO GLOBAL

El objetivo de este proyecto fue abordar el problema del calentamiento global insertado en el contexto de la enseñanza de correlación y regresión en el ámbito de la disciplina de Estadística. La idea fue incitar a los estudiantes para investigar si el calentamiento global es un hecho o apenas una hipótesis y si hay evidencias estadísticamente comprobables de su ocurrencia en Brasil.

Los estudiantes fueron invitados a organizarse en grupos para elegir temas relacionados con el problema mencionado. La participación en el proyecto era voluntaria, los encuentros ocurrieron en horarios extra clase y la comunicación con el profesor también podía llevarse a cabo vía internet. Los grupos debían preparar un reporte con los resultados alcanzados y hacer una presentación para la clase.



En el primer encuentro, los estudiantes se organizaron en cuatro grupos y eligieron investigar los siguientes temas: temperatura en la ciudad de São Paulo, precipitación en la ciudad de São Paulo, temperatura en la ciudad do Rio de Janeiro, y precipitación en la ciudad do Rio de Janeiro. La idea de realizar una investigación sobre la precipitación en las ciudades mencionadas se derivó del hecho de que una posible consecuencia del calentamiento global era el cambio en el régimen de lluvias. Así, la observación de alteraciones en el patrón de lluvias podría ser una evidencia indirecta del calentamiento global. Las ciudades fueron elegidas por conveniencia, porque era más difícil obtener datos relacionados con regiones menos pobladas.

Como algunos alumnos prefirieron no participar del proyecto, ellos formaron un grupo que fue invitado a hacer una presentación de un tema libre. Después del primer encuentro, los estudiantes iniciaron la búsqueda de los datos. Las informaciones sobre temperatura pudieron ser obtenidas en el *website* del Instituto Nacional de Meteorología (INMET). Los grupos que investigaron la precipitación de las lluvias obtuvieron los datos en la Agencia Nacional de Administración Aeronáutica y Espacial (NASA). La serie histórica de precipitación comprendió el período 1979-2009 y la serie de temperatura abarcó el período 1979-2010.

Con la temperatura organizada en una serie temporal de promedios mensuales, los estudiantes realizaron una regresión con los datos adaptados a las variaciones estacionales, usando el tiempo como variable explicativa ($x = 1, 2, 3, \text{etc.}$). Con las informaciones de precipitación, los alumnos debieron componer un gráfico con el apoyo de Excel y verificar si la variancia de los datos se mantenía constante al largo de la serie o si había aumentado la volatilidad.

Al largo de la ejecución del proyecto, fueron realizados algunos encuentros para dirimir dudas sobre los procedimientos de ejecución de las tareas y sobre los análisis. En la fecha acordada, los alumnos hicieron las presentaciones, empezando por el grupo que no participó directamente del proyecto. Ellos mostraron imágenes relacionadas con el calentamiento global y algunos pasajes de la película documental *An Inconvenient Truth* (Guggenheim, Bender, Burns & David, 2006), presentada por Al Gore. Sin un estudio empírico, el grupo reprodujo el discurso de Gore, argumentando en favor de la existencia del problema del calentamiento global.

A continuación, los grupos que estudiaron la precipitación hicieron sus presentaciones. Ellos mostraron los Gráficos 1 y 2 y también expusieron sus cálculos, que apuntaban a la inexistencia de cambio en el patrón de lluvias.



Gráfico 1. Datos de precipitación, *output* del Excel
Fuente: Datos reportados por los alumnos

Aunque la variabilidad de los datos referentes a Rio de Janeiro parezca ser más intensa, en ambos casos los alumnos hicieron test de heterocedasticidad (violación del presupuesto de homocedasticidad del Método de los Mínimos Cuadrados Ordinarios, es decir, los términos de error de la regresión no tienen variancia constante, de acuerdo con Gujarati (2004)) y constataron que la variancia de ambas series era constante.

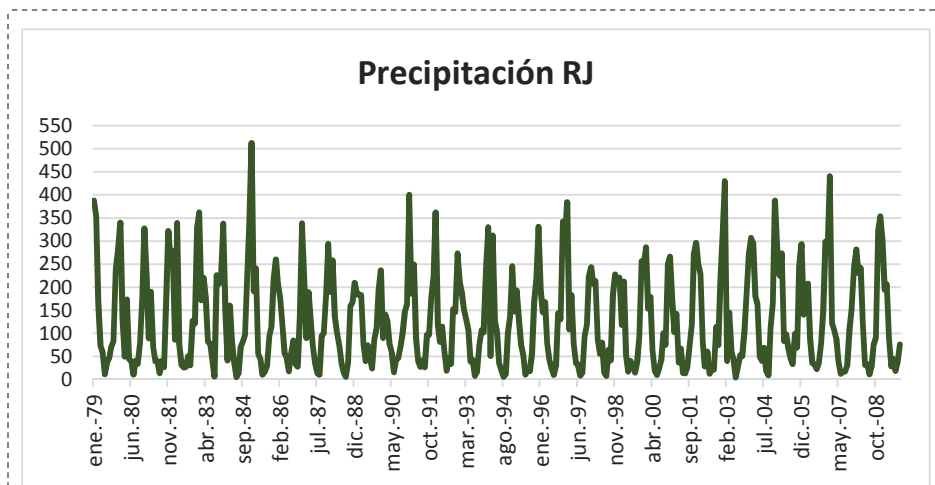


Gráfico 2. Datos de precipitación, *output* del Excel
Fuente: Datos reportados por los alumnos

Los grupos que estudiaron las temperaturas también presentaron gráficos y cálculos. El Gráfico 3 muestra una ligera tendencia al alza en el período considerado, sin embargo los análisis hechos por el grupo mostraron resultados sorprendentes.

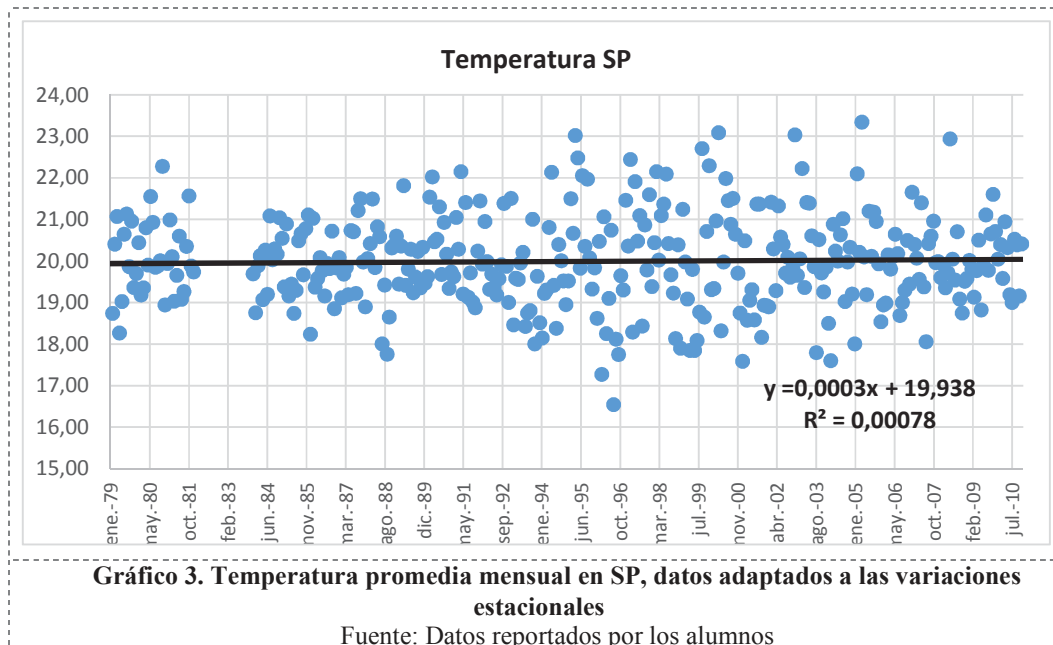


Gráfico 3. Temperatura promedio mensual en SP, datos adaptados a las variaciones estacionales

Fuente: Datos reportados por los alumnos

El grupo reveló que faltaban datos referentes a los años de 1982 y 1983, sin embargo ellos entendieron que esa brecha no afectaba seriamente los resultados, porque aún tenían 360 datos de promedios mensuales adaptados a las variaciones estacionales de temperatura para el período. El parámetro de la variable explicativa ($x = \text{tiempo}$) era positivo, lo que indicaba tendencia alcista, pero muy próximo de cero. Así, ellos mostraron un resumen del *output* del Excel para la regresión:

RESUMO DOS RESULTADOS					
<i>Estadística de regressão</i>					
R-Quadrado	0,000781				
Erro padrão	1,112527				
Observações	360				
ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de sig.</i>
Regressão	1	0,34623	0,34623	0,2797	0,597204
Resíduo	358	443,1024	1,237716		
Total	359	443,4486			
	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	
Interseção	19,9381516	0,117515	169,6642	0	
Variável X1	0,000298	0,000564	0,528898	0,597204	

Tabla 1. Regresión de las temperaturas de SP – *output* del Excel
Fuente: Datos reportados por los alumnos

Como el valor-P del parámetro de la variable explicativa es muy alto, el test t (de Student) indica que su valor es estadísticamente nulo. Por ello, el coeficiente de determinación (R^2) muy bajo indica un bajo ajuste de los datos a la línea de regresión. Esos resultados, conforme explicó el grupo, no corroboraron la idea de que hay un aumento de la temperatura promedio en la ciudad de São Paulo a lo largo del período investigado. El último grupo presentó los resultados de la investigación sobre las temperaturas en Rio de Janeiro.

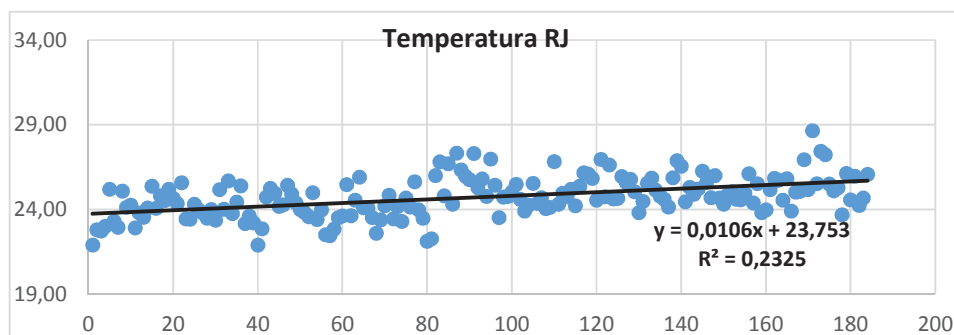


Gráfico 4. Temperatura promedio mensual en RJ, datos adaptados a las variaciones estacionales
Fuente: Datos reportados por los alumnos

Diferente al grupo anterior, los datos representados en un gráfico de puntos revelaban una tendencia alcista más firme. El grupo también mostró un resumen de los resultados de la regresión exportados del Excel:

RESUMOS DOS RESULTADOS					
<i>Estatística de regressão</i>					
R-Quadrado		0,232518			
Erro padrão		1,025505			
Observações		184			
ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de sig.</i>
Regressão	1	57,98772	57,98772	55,13916	4,19E-12
Resíduo	182	191,4024	1,051661		
Total	183	249,3901			
	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	
Interseção	23,75299	0,151821	156,4539	5,9E-196	
Variável X1	0,010569	0,001423	7,425575	4,19E-12	

Tabla 2. Regresión de las temperaturas de RJ – output del Excel

Fuente: Datos reportados por los alumnos

Esa regresión mostró resultados francamente distintos de los anteriormente presentados. El coeficiente de determinación (R^2) fue notablemente más alto, indicando mejor ajuste de los



datos a la línea de regresión. El parámetro de la variable explicativa fue positivo y drásticamente más alto que el de la regresión anterior, con valor-p bastante próximo de cero. El grupo afirmó que los resultados eran contundentes y que había un claro aumento de la temperatura media mensual durante el período, hecho que podría demostrar el efecto del calentamiento global. Sin embargo, el grupo reveló un problema. Había muchas brechas en la serie temporal analizada, haciendo que el número de observaciones quedara próximo de la mitad del obtenido por el grupo anterior ($n = 184$). Así, aunque el resultado pareciera firme, habría que considerarse esa advertencia que podría comprometer la calidad de los resultados.

En relación con las presentaciones, los alumnos discutieron, conjuntamente con el profesor, los resultados obtenidos. Los propios alumnos mencionaron las limitaciones de los resultados, observando que ellos no refutaban la hipótesis del calentamiento global, principalmente por el hecho de que solamente dos regiones fueron analizadas y las series históricas obtenidas tal vez no eran tan extensas como sería necesario para observar las tendencias. En ese debate también fueron abordadas cuestiones relativas al comportamiento de las personas y cuáles actitudes ellos deberían tener para no agravar el problema del calentamiento global. Otra cuestión que emergió del debate fue relativa a las políticas públicas adoptadas por los gobiernos en relación con la problemática del calentamiento global. En ese sentido, los alumnos hicieron críticas al gobierno brasileño y también a otros países que no adoptaban políticas convenientes para combatir el problema.

En este proyecto, los contenidos de la Estadística trabajados fueron la regresión, la variancia y los test de hipótesis. Los alumnos se dieron cuenta de la importancia del uso de la tecnología para tener acceso a resultados confiables (los datos fueron obtenidos vía internet y los gráficos y cálculos fueron hechos con la hoja de cálculo de Excel) y pudieron notar la importancia de trabajar con datos reales. También fue destacada la relevancia de los contenidos de la disciplina para modelar problemas reales. Fue evidente que el proyecto permitió la profundización de los conocimientos de los alumnos al respecto de los contenidos estadísticos implicados.

En relación a las tres competencias citadas por los fundamentos teóricos de la Educación Estadística, se observa que el proceso que se inició con la obtención de datos reales por los propios alumnos y avanzó a cálculos, interpretaciones, análisis y validación, y permitió una visión global del problema. Los estudiantes se pudieron dar cuenta de las dificultades que rodean la complejidad del tema y vivenciaron el uso de algunas herramientas estadísticas usadas en el universo de las regresiones. De esa forma el proyecto tiende a ayudar en el desarrollo del pensamiento y del razonamiento estadístico sobre datos y sobre medidas. En cuanto a la alfabetización, es posible afirmar que el trabajo de elaboración de los reportes, el uso de expresiones y de terminologías típicas de la Estadística, la elaboración de gráficos y tablas, los test de hipótesis realizados, así como las discusiones que implican la temática de las regresiones, tiende a apoyar el desarrollo de esa competencia.

En relación a la competencia crítica, los debates que se dieron durante las presentaciones, mostraron una participación substancial de los estudiantes en la problemática trabajada en el proyecto. Aunque las críticas hayan sido direccionadas al poder público, fueron también mencionadas y debatidas las actitudes de las personas frente al problema presentado, discutiendo la necesidad de una fuerte concientización de los ciudadanos para poder enfrentar y resolver el problema o al menos minimizarlo.

Otro asunto cosa que vale la pena mencionar es la diferencia del discurso de los alumnos que participaron del proyecto, en relación al primero grupo. Mientras las argumentaciones del grupo inicial fueron basadas solamente en el discurso de terceros, los grupos subsecuentes fundamentaron sus ideas en resultados empíricos, lo que les daba mucho más confianza y consistencia para discutir el asunto.

PROYECTO 2: EL ÍNDICE DE DESARROLLO HUMANO

En la disciplina de Estadística, enseñada en un curso de graduación en Ciencias Económicas de una universidad privada de la ciudad de São Paulo, uno de los contenidos del programa es Índices Económicos. Ese tópico incluye índices socioeconómicos, tales como Producto Interno Bruto *per cápita* (PIBpc), mortalidad infantil, índice de desempleo, expectativa de vida, etc. En ese contexto, también fue abordado el Índice de Desarrollo Humano (IDH), que es calculado por las Naciones Unidas o, más específicamente, por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD).

El IDH supuestamente enfatiza en que la calidad de vida debe ser el principal criterio para la evaluación del desarrollo de un país. Por eso, el IDH debe ser usado para cuestionar las opciones políticas nacionales y estimular debates sobre las prioridades de los gobiernos. Para atender ese objetivo, el IDH es una medida que resume algunas dimensiones clave para el desarrollo humano: la esperanza de vida (una vida larga y saludable, medida por la expectativa de vida al nacer), el índice de educación (acceso al conocimiento, tasa de alfabetización y tasa de matrícula en las escuelas) y nivel de vida digna (UNDP, 2014a). Durante esa clase, se discutió la amplitud de ese índice y se criticó el hecho de que este no incluía indicadores que podrían evaluar cuestiones como libertad de religión, de prensa (comunicación), seguridad y democracia. Los estudiantes observaron el hecho de que el IDH tampoco incluye un índice ambiental que pudiera medir el nivel de preservación de la naturaleza de los países. Como ese asunto generó bastante debate, la sugerencia fue un proyecto para que los estudiantes realizaran actividades relacionadas con el tema, organizándose en grupos y escogiendo temas para que cada grupo hiciera una presentación y elaborara un reporte.

La esperanza de vida del IDH está compuesta por el índice de expectativa de vida al nacer y es calculada por la UNDESA (*United Nations Department of Economic and Social Affairs*). La dimensión de educación tiene dos componentes: años de escolaridad de adultos con 25 años de edad o más y expectativa de años de escolaridad para niños que entran en la escuela. Esos indicadores son producidos por la UNESCO y son combinados en un índice de educación usando el promedio aritmético. La dimensión de nivel de vida digno es dada

por el PIBpc por paridad de poder de compra, calculado por el Banco Mundial (hasta 2012) y por el Fondo Monetario Internacional (desde 2013).

Valores mínimos y máximos son determinados para cada sub-índice, con el objetivo de transformar los indicadores expresados en diferentes unidades en índices entre 0 y 1. Esos valores representan los ceros naturales y las metas de aspiración, respectivamente, y son mostrados en la Tabla 3:

Dimensión	Indicador	Mínimo	Máximo
Salud	Expectativa de vida (años)	20	85
Educación	Expectativa de años de escolaridad	0	18
	Promedio de años de escolaridad	0	15
Riqueza	PIB per capita (PPP 2011 USD)	100	75.000

Tabla 3. Valores mínimos y máximos para los sub-índices del IDH
Fuente: UNDP, 2014b, p. 2

La fórmula básica para cada sub-índice es:

$$I_i = \frac{X_i - MIN(X_i)}{MAX(X_i) - MIN(X_i)} \quad (1)$$

En la cual:

I_i = índice de la variable que está siendo medida

X_i = valor observado de la variable

MIN (X_i) y MAX (X_i) son los valores indicados en la tabla 1.

El IDH es, entonces, dado por el promedio geométrico de los índices normalizados de las tres dimensiones:

$$IDH = (I_{salud} \cdot I_{educación} \cdot I_{renda})^{1/3}$$

Después de que los alumnos se organizaron en grupos, fueron discutidos algunos tópicos que ellos podrían estudiar e investigar. Así, ellos seleccionaron los siguientes temas:

- Reciclaje y reutilización
- Ciudades sustentables
- Consecuencias económicas del calentamiento global
- Responsabilidad socio-ambiental de las empresas
- Economía verde
- Índice ambiental

Cada grupo quedó responsable de un tema y debía hacer una presentación y un reporte en un plazo de dos semanas. Los primeros cinco grupos presentaron sus temas en la fecha acordada y cada presentación fue seguida de un debate, en el cual todos los alumnos participaron con gran entusiasmo. A pesar de que los temas no se relacionaron directamente con la Estadística, los grupos presentaron datos reales resumidos en gráficos y tablas, que

fueron insertados en las presentaciones y en los reportes. Como ellos no estaban habituados a producir reportes escritos, presentaron algunas dificultades que fueron sanadas con ayuda del profesor. Una semana después de esas presentaciones, el último grupo presentó su trabajo. Ellos solicitaron ayuda del profesor para componer el índice y un encuentro fuera del horario de aula fue realizado para resolver dudas (algunas consultas también fueron hechas por e-mail). Ellos propusieron un índice ambiental compuesto por diversos sub-índices:

- I₁) índice de tratamiento de alcantarilla;
- I₂) índice de lanzamiento de gases que causan el efecto estufa;
- I₃) índice de polución atmosférica en las grandes ciudades;
- I₄) índice de preservación de la cobertura vegetal nativa;
- I₅) índice de playas propicias para el baño;
- I₆) índice de reciclaje;
- I₇) índice de energía oriunda de fuentes limpias o renovables;
- I₈) índice de preservación de las especies animales de la fauna nativa local.

El grupo explicó que el índice de preservación ambiental debería ser calculado por el promedio aritmético simple de los sub-índices, normalizados por la fórmula (1). Cuanto más próximo de 1 esté el índice, más comprometido con la preservación ambiental es el país.

En los debates que se sucedieron, los alumnos se mostraron indignados con el hecho de que la ONU no promueve el cálculo de ese tipo de índice. Las principales preguntas planteadas por los estudiantes fueron: ¿por qué la ONU no considera la preservación ambiental como medida del desarrollo de un país? Países como Japón, Alemania, China y Estados Unidos, ¿tendrían sus IDH disminuidos en caso que fuera considerada la dimensión ambiental en el cálculo del índice?

Los contenidos trabajados en ese proyecto fueron el promedio aritmético, el promedio geométrico y los números índices.

La alfabetización estuvo presente en la confección de los reportes y en el resumen de las informaciones en gráficos y tablas. El razonamiento estadístico fue observado principalmente cuando los alumnos tuvieron que establecer las estrategias para los cálculos de los sub-índices. Y el pensamiento estadístico estuvo presente en la medida en que los alumnos encararon el problema de la creación de un índice agregado, definiendo sus medidas y su fórmula de cálculo, así como interpretando los posibles resultados, o sea, componiendo una visión global del problema.

La competencia crítica quedó en evidencia en los debates y discusiones acerca de la problemática de la preservación ambiental. Los alumnos cuestionaron las políticas públicas, los intereses económicos involucrados, así como las actitudes de las personas en el sentido de promover la preservación ambiental. También es importante resaltar el carácter



democrático del desarrollo del proyecto. El tema emergió de los alumnos, ellos eligieron los tópicos y se organizaron en grupos. El profesor actuó como mediador, tomando parte y fomentando los debates, contribuyendo para la profundización de los temas y promoviendo la participación de los estudiantes animándolos a hablar y exponer sus puntos de vista.

CONCLUSIONES

La enseñanza y el aprendizaje de la Estadística en Brasil, y en muchos otros países, enfrenta dificultades que pueden constatarse con la experiencia o bien por medio de reportes encontrados en publicaciones sobre el tema. Sin embargo, el trabajo de investigador y de profesor permite creer que esas dificultades pueden ser superadas con apoyo de los educadores. Así, uno de los objetivos de este trabajo es mostrar cómo este objetivo se logra con la combinación de las teorías didácticas y la vida cotidiana del aula.

Para eso, se abordaron algunas ideas que al principio parecían aisladas, con una nueva visión integradora. Así, se presentaron las competencias que deben ser desarrolladas en los alumnos aprendices de Estadística, de acuerdo con las teorías didácticas de la Educación Estadística para construir estrategias pedagógicas centradas en el desarrollo de esas competencias, y la base fueron los presupuestos de la Modelación Matemática, que es orientada por el trabajo con proyectos. Al mismo tiempo, la observación de las principales ideas de la Educación Crítica complementaron las referidas estrategias, construyendo así una práctica integradora que conlleva el desarrollo de cuatro las competencias: la alfabetización, el pensamiento y el razonamiento estadísticos, conjuntamente con la competencia crítica.

La Educación Estadística Crítica es entonces formulada como una estrategia integradora que tiene por objetivo desarrollar esas competencias, valiéndose de la Modelación Matemática. Los dos proyectos presentados muestran la dinámica de ese proceso y demuestran cómo las cuatro competencias son estimuladas. Es importante destacar que los principios básicos recomendados fueron observados en todos los proyectos:

- los problemas utilizaron datos reales, contextualizados;
- fueron incentivados la interpretación y análisis de los resultados obtenidos;
- los temas fueron insertados en un contexto político/social, promoviendo debates y discusiones sobre las cuestiones planteadas.

Por ello vale la pena resaltar el aspecto democrático de las actividades, la participación de los alumnos en la elección de los temas y el papel del profesor como mediador. Los alumnos trabajaron en grupos, fueron incentivados a hacer uso de tecnología, practicaron el discurso de la responsabilidad social y se han posicionado frente a los problemas discutidos de una manera creativa y atractiva, asumiendo su papel como corresponsables del proceso educativo.

Así, con base en los resultados alcanzados, es posible creer que cualquier contenido de Estadística puede ser abordado por medio de esa estrategia observando los presupuestos indicados en el marco teórico.

Para finalizar, cabe decir que los proyectos aquí presentados buscan abrir camino para nuevos enfrentamientos, nuevos abordajes, nuevos desafíos. A pesar de que todos han sido aplicados en cursos de graduación, la idea integradora de la Educación Estadística Crítica es válida también para el desarrollo de actividades en otros niveles escolares.

REFERENCIAS

- Adorno, T. (1970). *Negative dialectics*. Frankfurt: Verlag.
- Campos, C. (2007). *A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação*. (Tesis doctorado). Rio Claro: UNESP-IGCE.
- Campos, C. (2016). *Towards Critical Statistics Education: theory and practice*. Saarbrücken, Alemania: Lambert Academic Publishing.
- Campos, C., Wodewotzki, M. & Jacobini, O. (2011). *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Disponible en: www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática: elo entre tradições e modernidade*. Autêntica, Belo Horizonte, 2002.
- D'ambrosio, U. (2005). Armadilha da mesmice em Educação Matemática. *BOLEMA*, 24, 95-109. Rio Claro: UNESP-IGCE.
- delMAS, R. (2002). Statistical literacy, reasoning and thinking: a commentary. *Journal of Statistics Education*, 3(10). Disponible en: <http://www.amstat.org/publications/jse/>
- delMas, R. (2004). A Comparison of Mathematical and Statistical Reasoning. In: D. BEN-ZVI; J. GARFIELD (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and thinking*, 79-95. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Falk, R. & Konold, C. (1992). The psychology of learning probability. In: F. & S. Gordon (Eds.). *Statistics for the twenty-first century*, 29, 151-164. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Freire, P. (1983). *Pedagogia do Oprimido*. 12ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Freire, P. (2005). *Educação como prática da liberdade*. 28ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Gal, I. (2000). *Adult numeracy development: theory, research, practice*. Cresskill, NJ: Hampton Press, 2000.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Disponible en: www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html
- Giroux, H. A. (1988). *Teachers as intellectuals – toward a critical pedagogy of learning*. Westport/USA: Bergin & Garvey.



- Guggenheim, D., Bender, L., Burns, S. & David, L. (2006). *An inconvenient truth*. [Película]. Dirigido por Davis Guggenheim y producido por Lawrence Bender, Scott Z. Burns and Laurie David. USA, 94 min.
- Gujarati, D. (2004). *Basic Econometrics*. 4th ed. New York: McGraw-Hill.
- Habermas, J. (1962). *The Structural Transformation of the Public Sphere*. Cambridge: Polity Press.
- Mallows, C. (1998). The zeroth problem. *The American Statistician*, 52, 1-9.
- Marcuse, H. (1978). *Razão e revolução*. Rio de Janeiro: Paz e terra.
- Marx, K. (1867). *Das kapital*. Hamburg: Meissner.
- Moore, D. (1998). Statistics among the liberal arts. *Journal of the American Statistical Association*, 444(93), 1253-1259, Disponible en: <http://www.stat.purdue.edu/~dsmoore/articles/LibArts.pdf>
- Sedlmeier, P. (1999). *Improving Statistical Reasoning: Theoretical Models and Practical Implication*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Skovsmose, O. (2014). *Critique as uncertainty*. Charlotte: Information Age Publishing.
- UNDP (2014a). *Human development report: reducing vulnerabilities and building resilience*. New York: UNDP.
- UNDP (2014b). *Human development report: technical notes*. New York: UNDP.