



**ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS DEL
CONCEPTO DE PROBABILIDAD EN LA ENSEÑANZA
PREUNIVERSITARIA**

Burbano Pantoja, Víctor Miguel Ángel

victor.burbano@uptc.edu.co

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Colombia)

RESUMEN

En este trabajo se exponen algunos aspectos asociados al concepto de Probabilidad desde una mirada histórico-epistemológica y didáctica, con el objetivo de generar reflexión en los profesores que orientan el proceso enseñanza-aprendizaje de la Probabilidad en los diferentes niveles de la educación preuniversitaria. Estos guardan relación con la propuesta del Ministerio de Educación Nacional consignada en los estándares curriculares de Matemáticas en 2003 y los derechos básicos de aprendizaje en 2015, según esta, los docentes han de promover el desarrollo del “pensamiento aleatorio y sistema de datos” en sus estudiantes a través de contenidos de Probabilidad y Estadística. Se abordan algunas concepciones de Probabilidad: intuitiva, clásica, frecuencial y axiomática susceptibles de usarse en el aula de acuerdo con el desarrollo cognitivo del alumno; asimismo, con base en el marco teórico “Pedagogical Content Knowledge” (PCK) se indican tres categorías de conocimiento requeridas por el profesor para la enseñanza del tema.

PALABRAS CLAVE

Probabilidad, Didáctica, Pedagogical Content Knowledge

INTRODUCCIÓN

En las últimas tres décadas, de manera progresiva, el tema de Probabilidad se ha ido incluyendo en los currículos del nivel pre universitario de numerosos países, por ser una rama de las Matemáticas con potenciales aplicaciones en campos como: la investigación científica, la academia, los negocios, la política, la escuela y la vida cotidiana (Swenson, 1998). Por consiguiente, se requiere incluirla en el currículo escolar y enseñarla desde el nivel de la educación primaria y secundaria hasta el universitario (MEN, 2003; NCTM, 2000).

El profesor es un actor clave para desarrollar de forma adecuada las nuevas propuestas curriculares que incluyan mejoras en la enseñanza de las Matemáticas e incorporen el estudio de la Probabilidad (Burbano, 2015; Llinares, 2013); en esta dirección, en los últimos diez años se han producido distintos trabajos que aportan información sobre la formación de los profesores, la naturaleza y características del conocimiento que ha de poseer el docente para promover el desarrollo de competencias matemáticas y



probabilísticas en sus estudiantes (Ball, Thames & Phelps, 2008; Burbano, 2013; Pinto, 2010) e indagar sobre formas de comprender cómo el docente puede aprender con base en la reflexión sobre su propia práctica.

No obstante, tanto en el contexto internacional como nacional se han detectado diversas problemáticas en torno a la enseñanza de la Probabilidad, entre otros: algunos profesores poseen poco o ningún conocimiento sobre ésta y su didáctica (Pierce & Chick, 2011), se omite el tema o se le da poca importancia en el currículo (Arias & Cardona, 2008), el currículo de formación de profesores incluye pocos cursos sobre tratamiento de la probabilidad y su didáctica o no los incluye (Batanero, Godino & Roa, 2004; Gómez, 2014), los libros de texto están desactualizados con predominio de la concepción clásica (Sánchez, 2010; Sánchez & Monroy, 2013), los docentes poco comprenden el tema y lo consideran difícil de enseñar (Godino, Batanero, Roa & Wilhelmi, 2008; Inzunza & Guzmán, 2011).

En consecuencia, es pertinente dar respuesta a la pregunta: ¿cuáles conocimientos necesita el docente para orientar el tema de Probabilidad en los niveles de la educación pre universitaria? La respuesta no es inmediata y tanto desde el campo disciplinar como de la didáctica han de generarse diversas respuestas frente al interrogante. En principio, es necesario que los futuros profesores y los docentes en ejercicio acrecienten su base de conocimiento para la enseñanza de la Probabilidad mediante diversas estrategias. Teniendo ello en cuenta, este trabajo busca proporcionar elementos de reflexión para el profesor que ha de enseñar el tema en mención.

MARCO DE REFERENCIA

Este trabajo se ubica en el contexto de la enseñanza pre-universitaria, referida a los distintos niveles y grados en los cuales se ha de ofrecer el tema de Probabilidad: Pre-escolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Educación Media. El profesor como agente dinamizador del aprendizaje debe generar estrategias didácticas que posibiliten el desarrollo del pensamiento aleatorio en los estudiantes en concordancia con los Estándares básicos de competencias en Matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2003).

Para lograr este propósito, el docente debe poseer diversos conocimientos que le faciliten llevar a cabo su práctica en el aula, entre ellos: suficiente conocimiento de la disciplina que orientará y estrategias didácticas concordantes con las necesidades de los estudiantes. En referencia al primer tipo de conocimiento, es conveniente que el docente revise el concepto de Probabilidad desde una mirada histórico-epistemológica y no solamente desde su formulación clásica (Burbano, 2015).

Un marco teórico potencial para analizar los conocimientos requeridos por el profesor para la enseñanza del tema de Probabilidad es el denominado *Pedagogical Content Knowledge - PCK* (Shulman, 1987), en la medida que este ha posibilitado realizar investigaciones en



torno a la enseñanza de diversos tópicos en distintas áreas del conocimiento, incluidas la Matemática y la Estadística.

Finalmente, resulta necesario indicar que gran parte de esta conferencia, deriva de un artículo que se encuentra en proceso de publicación, en este escrito se hace una presentación sucinta tanto de algunos aspectos del desarrollo histórico-epistemológico del concepto de Probabilidad como del PCK, los cuales se exponen de manera más amplia en la exposición programada en el encuentro.

DESARROLLO

En la enseñanza de la Probabilidad, en principio parece razonable afirmar que un profesor al contar con conocimientos suficientes sobre el contenido probabilístico evitará la enseñanza de temas que desconoce o no domina, por lo tanto, cuando el docente no conoce bien el contenido de una lección es posible que limite las intervenciones de sus estudiantes al tratar de evitar preguntas que es incapaz de responder (Carlsen, 1987). En este sentido, es necesario revisar la categoría de conocimiento referida al concepto de Probabilidad por tratarse de un elemento fundamental en el desarrollo del pensamiento aleatorio de los estudiantes; este ha de ser abordado desde un enfoque histórico-epistemológico de modo que se constituya en una herramienta cognitiva y didáctica para el docente.

EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD, UNA MIRADA HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA

De forma intuitiva, la Probabilidad puede entenderse como la medida numérica de la posibilidad que un suceso ocurra; de manera formal, involucra experimentos aleatorios, espacios muestrales, eventos y medidas que bajo ciertos axiomas, permiten calcular la Probabilidad de que un determinado evento pueda suceder (Burbano & Valdivieso, 2015).

La evolución del concepto de Probabilidad se resume en las viñetas que se presentan a continuación, las cuales fueron elaboradas mediante el método de análisis de contenido propuesto por Bardín (1986), tal método fue aplicado a los trabajos de Pareja (1980), Hacking (1995), Del Cerro (2000), Morales (2002), Batanero y Sánchez (2005), Del Cerro y Secades (2006), Vásquez (2014), Burbano (2015), entre otros.

- **Momentos iniciales.** En la prehistoria (40.000 a.C.) pueblos primitivos: sumerios, asirios jugaban con un hueso llamado astrágalo (dado), extraído del talón de mamíferos. Las culturas: griega, egipcia y romana usaron tabas y juegos de azar (3.500 a.C). El concepto de Probabilidad estaba asociado con aspectos mitológicos, filosóficos, teológicos y de los juegos de azar. Se creía que muchos fenómenos naturales inexplicables eran obra de los dioses (Pareja, 1980; Vásquez, 2014).
- **Probabilidad filosófica.** Aristóteles (1982) en su obra Tópicos indica que los razonamientos dialécticos son hechos y proposiciones sin certeza absoluta, afectados por incertidumbre. Las cosas plausibles son aquellas que “parecen bien a todos, o a la mayoría, o a los más conocidos y reputados”. Carnéades de Cyrene, tesis: “nada puede percibirse ciertamente sino a lo sumo probablemente” indica que de la realidad, nada será aprehendido con absoluta certeza, sino por lo plausible o razonable (Del Cerro, 2000).
- **Lo probable en la edad media.** Cicerón, San Agustín, Sexto Empírico y Santo Tomás ampliaron y difundieron la concepción de Carnéades sobre lo probable. Siglo XIII, el rey Alfonso X el Sabio



ordenó traducir libros de juegos de azar, éstos generaron los primeros desarrollos sobre el cálculo de probabilidades. En el Libro de los dados, se indican técnicas de juego de azar (Hacking, 1995).

- **Antecedentes de la Probabilidad Clásica.** En los siglos XIV al XVII proliferaron los juegos de azar y surgió el problema de los puntos o de la repartición de apuestas abordados por matemáticos como Tartaglia y Cardano de modo determinista (Del Cerro y Secades, 2006). Con los trabajos de Pascal, Fermat y Huygens en la segunda mitad del siglo XVII, se logran soluciones aleatorias al problema de los puntos y se inicia con la formulación del concepto de Probabilidad Clásica.

Frecuentemente, se considera que el concepto de Probabilidad se gestó en la segunda mitad del siglo XVII con los trabajos de Pascal asociados con los juegos de azar; sin embargo, los cuadros 1, 2, 3 y 4 indican que diversas aproximaciones a este concepto se gestaron desde hace miles de años.

- **Concepto de Probabilidad Clásica.** Se acrecienta y afina con Bernoulli (1668) y De Moivre (1667) y se formaliza con Laplace (1712): “La probabilidad de un suceso que puede ocurrir en un número finito de resultados es una fracción con denominador el número de todos los casos posibles y con numerador el número de casos favorables al suceso de interés, siempre que todos los resultados posibles sean igualmente probables”
- **Concepto de Probabilidad Frecuencial.** Abordado inicialmente por Bernoulli en su libro *Ars Conjectandi* escrito en 1713. De manera formal, Mises (1952) señala que: Si un proceso se puede repetir un gran número de veces “ n ” y si algún evento de interés en ese proceso ocurre “ m ” veces, entonces la frecuencia relativa obtenida de dividir m entre n es aproximadamente la probabilidad del evento de interés.
- **Concepción intuitiva de Probabilidad.** Se evidencian a través del uso de expresiones como: presumible, posible, previsible y plausible para cuantificar la ocurrencia de sucesos inciertos, se asignan probabilidades de manera cualitativa a los sucesos con base en las creencias y preferencias individuales, se emplean expresiones como: “muy probable”, “poco probable”, “imposible que suceda” para indicar el grado de ocurrencia de un evento (Batanero & Sánchez, 2005; Gómez, 2014).
- **Teoría Axiomática de Probabilidad.** Kolmogórov (1933) establece los siguientes axiomas en su teoría de la Probabilidad:
 1. Los eventos forman un sigma álgebra S ; es decir, una clase cerrada respecto a las operaciones de unión, intersección y complemento de conjuntos numerables de eventos y del límite de sucesiones de eventos, o sea,
 - a) Si $E_j \in S$, $j = 1, 2, \dots$ entonces $\bigcup_{j=1}^{\infty} E_j \in S$
 - b) Si $E_j \in S$, $j = 1, 2, \dots$ entonces $\bigcap_{j=1}^{\infty} E_j \in S$ y $\lim_{j \rightarrow \infty} E_j \in S$
 2. $\Omega \in S$
 3. Asociado a cada evento $E \in S$, existe un número real no negativo, $P(E)$, al que se denominará probabilidad de ocurrencia del evento E
 4. La probabilidad de que ocurra al menos uno de los eventos incluidos en el espacio muestral es igual a uno, $P(\Omega) = 1$
 5. De aditividad. Sean E_1 y E_2 eventos incompatibles, es decir, tales que no pueden presentarse en forma simultánea ($E_1 \cap E_2 = \phi$), entonces se verifica que: $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$
 6. Teorema de continuidad: Dada una sucesión monótona de eventos $E_i \subset E_{i+1}$, $i = 1, 2, 3, \dots$, entonces se verificará que: $\lim_{i \rightarrow \infty} P(E_i) = P(\lim_{i \rightarrow \infty} E_i)$

De los anteriores axiomas se deduce que la Probabilidad es una medida de la posibilidad de que un evento E ocurra; esta medida corresponde a un número real que pertenece al

intervalo $[0,1]$; en consecuencia, la Probabilidad no puede ser negativa ni tomar valores mayores que 1. La probabilidad del suceso imposible identificado con el conjunto vacío es igual a cero, en tanto que la Probabilidad del espacio muestral llamado evento seguro es igual a uno; luego la Probabilidad de cualquier evento distinto a los dos anteriores es un número entre cero y uno (Blanco, 2004; Burbano & Valdivieso, 2015).

PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE

Por otro lado, el docente se aprovisionará de un buen número de estrategias didácticas para orientar el tema de Probabilidad y su aprendizaje en el estudiante de la mejor manera (Burbano & Valdivieso, 2014; Shulman, 1986, 1987). El PCK también conocido como Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) es un marco teórico conformado por tres subcategorías (Pinto, 2010), el cual, también puede usarse en la enseñanza de este tema en el nivel pre universitario (Burbano, 2015).

El PCK fue conceptualizado por Shulman (1987) como:

Una mezcla entre materia y didáctica a través de la cual se llega a una comprensión de cómo determinados temas y problemas se adaptan, se organizan y se representan a las distintas capacidades e intereses de los estudiantes, y se exponen para su enseñanza” (p. 8). “las formas más útiles de representación del contenido... las más poderosas ilustraciones, analogías, explicaciones, ejemplos y demostraciones de forma reducida, las maneras de representar y formular la materia de modo que la hagan comprensible a otros (Shulman, 1987, p. 9).

De las citas anteriores se interpreta que el PCK es el resultado de la conjugación del “contenido del tópico por enseñar y la didáctica en la mente del profesor”, este posibilita hacer enseñable el contenido en concordancia con las necesidades del estudiante. Además, hace notar que el “conocimiento sobre la materia o un tema específico es una condición necesaria pero no suficiente en los procesos de enseñanza” (Burbano, 2013; Burbano & Valdivieso, 2015). Desde su surgimiento, este constructo ha posibilitado realizar investigaciones relacionadas con diversos tópicos en áreas como: las Ciencias, Biología, Química, Matemáticas, Estadística (Pinto, 2010), por mencionar algunas.

Sobre el PCK en Probabilidad se han realizado pocos trabajos, entre ellos están: Swenson (1998), Watson (2001) y Callingham y Watson (2011). Swenson realizó una investigación referida al conocimiento de la materia y al PCK sobre este tema mediante un estudio de casos con cuatro profesores de secundaria en los Estados Unidos cuyo propósito se centró en identificar relaciones con la manera de enseñar el tema. Watson por su parte realizó un estudio en Australia para generar información sobre el “conocimiento del profesor para enseñar Probabilidad y Estadística”, soportado en el marco teórico del PCK. Callingham y Watson desarrollaron un proyecto de formación profesional llamado *StatSmart* durante los años 2007 y 2009, este permitió clasificar a los profesores en cuatro niveles jerárquicos de PCK concordantes con el modelo de Shulman.

El constructo teórico del PCK de Shulman ha posibilitado la generación de diversos modelos de conocimiento para la enseñanza de las Matemáticas, entre ellos el



Mathematical Knowledge for Teaching o MKT, el modelo de Godino, el de Schoenfeld y Kilpatrick, el de conocimiento didáctico-matemático (CDM) de Pino-Fan. Para Estadística están los modelos de: Godino, Batanero y Flores, Burgess, Lee y Hollebrands, Garfield y Ben-Zvi, entre otros (Burbano, 2015). No obstante, en el campo de la Probabilidad se están generando aproximaciones a un modelo como tal con las propuestas de Jones, Langrall, Thorton y Mogill (1997) y Even y Kvatinsky (2010).

En general, se puede interpretar que el PCK se constituye por la conjunción de las tres categorías o tipos de conocimiento requeridos por el profesor: 1) Sobre la materia por enseñar, 2) Acerca de las estrategias y representaciones específicas para enseñar ese contenido, y 3) otro acerca del estudiante que se resume en las concepciones o en las creencias que posee el alumno sobre ese contenido (Burbano, Pinto & Valdivieso, 2015).

En referencia al tema de Probabilidad en el nivel pre universitario, el profesor requiere un conocimiento del contenido probabilístico básico que involucre aspectos propios de diferentes concepciones sin abordar la teoría de la medida pero sí los axiomas de Probabilidad y el uso de la combinatoria. Además, el docente deberá generar distintas estrategias didácticas concordantes con las diversas concepciones de probabilidad a fin de acrecentar el razonamiento probabilístico en sus estudiantes (Burbano, 2015). Finalmente debe existir un desarrollo de habilidades por parte del maestro para reconocer e intervenir heurísticas como la de representatividad y de accesibilidad o el sesgo de equiprobabilidad, también presentes en el profesor (Batanero, Godino y Roa, 2004; Ortiz, Mohamed y Serrano, 2010). Estos tres elementos han de interactuar en el cerebro del docente y se han de acrecentar paulatinamente a fin de mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje del tema de probabilidad.

CONCLUSIONES

Se requiere acrecentar los conocimientos de los profesores que orientan el tema de Probabilidad, de sobremanera en tópicos de reciente incorporación en el currículo escolar o en aquellos que no recibieron instrucción previa durante su formación inicial.

Es imperativo que los futuros profesores y el docente en ejercicio amplíen su base de conocimientos mediante la auto-capacitación, la revisión de literatura sobre el tema y la investigación didáctica generada al respecto; por su parte las universidades deben proponer distintas alternativas para formar de mejor manera a los futuros profesores de Probabilidad para el nivel pre universitario (Callingham y Watson, 2011; Stohl, 2005; Swenson, 1998).

Para desarrollar aspectos del pensamiento aleatorio en concordancia con la propuesta del MEN, es conveniente desarrollar programas de actualización docente, tendientes a consolidar el conocimiento probabilístico del profesor y a incrementar su PCK en el tema de Probabilidad.

De la manera como el profesor conjugue en su cerebro las tres principales categorías del PCK, se generarán didácticas específicas para la enseñanza de tópicos relacionados con el



concepto de Probabilidad. Existen diversos modelos de conocimiento del profesor destinados a la enseñanza de diversos temas de Matemáticas y Estadística; sin embargo, para el caso de la Probabilidad aún se carece de un modelo como tal.

Es pertinente, diseñar y elaborar materiales de apoyo y libros que aborden los tópicos asociados con el tema de Probabilidad de manera que abarquen las distintas concepciones reportadas en la literatura y no solamente se focalicen en hacer un tratamiento de la concepción clásica de Probabilidad.

REFERENCIAS

- Arias, J. & Cardona, J. (2008). Estado del arte en la enseñanza de la probabilidad para la educación media en los municipios de Pereira y Dosquebradas. *Entre Ciencia e Ingeniería*, Año 2, No. 4, 179 páginas, Pereira – Colombia.
- Aristóteles (1982). *Tratados de Lógica (Organon) I: Categorías-Tópicos-Sobre las refutaciones Sofísticas*. Madrid. Gredos.
- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bardín, L. (1986). *El análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Batanero, C., Godino, J. D. & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1). On line: www.amstat.org/publications/jse/.
- Batanero, C. & Sánchez, E. (2005). What is the nature of high school student's Conceptions and misconceptions about probability?" en G. A. Jones (ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*, Nueva York, Springer, pp. 24-266
- Bernoulli, J. (1968). *Ars coniectandi*, 1713. *Reprinted in*.
- Blanco, L. (2004). *Probabilidad*. Universidad Nacional de Colombia.
- Burbano, V. (2013). Conocimientos del profesor para la enseñanza de la estadística. *II Encuentro Internacional de Matemáticas y Educación Matemática*. Uptc-Tunja, Colombia.
- Burbano, V. & Valdivieso M. (2014). Conocimientos del profesor para la enseñanza de la probabilidad en la educación media colombiana. *Primer encuentro colombiano de educación estocástica*. Memorias del evento. Bogotá. Colombia.
- Burbano, V. (2015). *Conocimiento didáctico del contenido sobre probabilidad: Estudio de casos con profesores de la educación media*. (Tesis doctoral no publicada). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Colombia.
- Burbano, V. & Valdivieso, M. (2015). *Elementos de probabilidad. Apoyo al estudio independiente*. Tunja: Editorial UPTC, 190 p.
- Burbano, V., Pinto, J. & Valdivieso, M. (2015). Formas de usar la simulación como un recurso didáctico. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 2(45), 16-37
- Callingham, R., & Watson, J. (2011). Measuring levels of statistical pedagogical content knowledge. En C. Batanero, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study* (pp. 283-293). New York: Springer.



- Carlsen, W. (1987). Why Do you Ask? The Effects of Science Teacher Subject Matter Knowledge on Teacher Questioning and Classroom Discourse, paper presented at the annual meeting of the *American Educational Research Association*.
- Del Cerro, J. (2000). Una teoría sobre la creación del concepto moderno de probabilidad: aportaciones españolas. *Llull*, 23, 431-450.
- Del Cerro, J. & Secades, M. (2006). *Historia de la probabilidad y la estadística: III*. Delta Publicaciones.
- De Moivre, A. (1967). *The doctrine of chances*. New York: Chelsea Publishing (Trabajo original publicado en 1718).
- Even, R., & Kvatinsky, T. (2010). What mathematics do teachers with contrasting teaching approaches address in probability lessons? *Educational studies in mathematics*, 74(3), 207-222.
- Godino, J., Batanero, C., Roa, R. & Wilhelmi, M. (2008). Assessing and Developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria* (Doctoral dissertation, Tesis doctoral. Universidad de Granada).
- Hacking, I. (1995). *El Surgimiento de la Probabilidad*, Editorial Gedisa, Barcelona, España.
- Inzunza, S. & Guzmán, M. (2011). Comprensión que muestran profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad: un estudio exploratorio. *Educación Matemática*, 23(1), 63-95. Grupo Santillana. México Distrito Federal, México.
- Jones, G., Langrall, C., Thornton, C. & Mogill, T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- Kolmogorov, A. (1956). *Foundations of the theory of probability*. New York: Chelsea (trabajo original publicado en 1933).
- Laplace, P. (1812). *Théorie analytique des probabilités*. Mme Ve Courcier.
- Llinares, S. (2013). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación matemática, 10.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN]. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Santafé de Bogotá: Colombia. Online: www.mineducacion.gov.co/.
- Mises, R. (1952). *Probabilidad, estadística y verdad*. Madrid, España: Espasa-Calpe (Trabajo original publicado en 1928).
- Morales, G. (2002). Historia de la probabilidad (desde sus orígenes a Laplace) y su relación con la historia de la teoría de la decisión. En *Historia de la probabilidad y de la estadística/AHEPE* (pp. 1-18).
- NCTM (2000). *Dorothy Y. White For the Editorial Panel*.



- Ortiz, J., Mohamed, N. & Serrano, L. (2010). Probabilidad frecuencial en profesores en formación. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*. Santander: SEIEM. CD ROM.
- Pareja, D. (1980). Sobre la historia de la teoría de las probabilidades. *Matemática-Enseñanza Universitaria*, 14.
- Pierce, R. & Chick, H. (2011). Teachers' beliefs about statistics education. En Batanero, Burrill y Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics- Challenges for teaching and teacher education* (pp. 151-162). New York: Springer.
- Pinto, J. (2010). *Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudio de casos con profesores de estadística de las carreras de psicología y educación*. (Tesis doctoral). Universidad de Salamanca. España.
- Sánchez, D. (2010). *Análisis de la presentación del concepto de probabilidad en los libros de textos escolares de grado octavo y noveno de la Educación Básica en la ciudad de Duitama*. (Trabajo de grado de pregrado). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Sánchez, E., & Monroy, J. (2013). La cuantificación del azar: una articulación de las definiciones subjetiva, frecuencial y clásica de probabilidad. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, 2, 39-46.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15 (2), 4-14.
- Shulman, S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reforms. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Stohl, H. (2005), "Probability and Teacher Education and Development", en G. Jones (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for the teaching and learning*, Nueva York, NY, Springer Verlag, pp. 345-366.
- Swenson, K. (1998). Middle school mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge of probability: its relations to probability instruction (Disertación Doctoral, Universidad del Estado de Oregon, 1998). *Dissertation Abstracts International*, 59(2), 440A.
- Vásquez, C. (2014). Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo.
- Watson, J. (2001). Profiling teachers' competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of data and chance. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 305-337.