

**UN ESQUEMA DE ACCIÓN INSTRUMENTADA EN FATHOM
ASOCIADO AL RAZONAMIENTO INFERENCIAL INFORMAL
CON INTERVALOS DE CONFIANZA**

López Cacia, Jonatan
Jonathan1290@hotmail.com
Universidad Industrial de Santander (Colombia)

Yáñez Canal, Gabriel
gyanez@uis.edu.co
Universidad Industrial de Santander (Colombia)

RESUMEN

En este documento se presenta un primer acercamiento a la utilización del marco teórico conocido como la Aproximación Instrumental para analizar los datos en una investigación dirigida a observar el papel que juegan las simulaciones computacionales en el desarrollo del Razonamiento Inferencial Informal, con estudiantes de último nivel de secundaria, asociado a los intervalos de confianza.

PALABRAS CLAVE

Intervalos de confianza, Razonamiento Inferencial Informal, Aproximación Instrumental, Fathom.

INTRODUCCIÓN

Una gran cantidad de investigaciones en Educación Estadística reportan que tanto expertos como aprendices desarrollan una serie de concepciones erradas con respecto a los intervalos de confianza (Liu & Thomsons, 2007; Yáñez & Behar, 2009; Pfankuch, Wild & Parsonage, 2012; Olivo, 2008). Estos errores aparecen aun si los sujetos logran recordar y utilizar los métodos formales, mostrando así que ese formalismo utilizado tradicionalmente no está generando los mejores resultados. Ante tal problemática la comunidad internacional respondió con un enfoque alternativo de enseñanza, incentivando en el estudiante el uso de la intuición, la experiencia y el sentido común para el establecimiento de inferencias, lejano a cualquier formalismo. Este enfoque se conoce como el Razonamiento Inferencial Informal (RII).

Las simulaciones computacionales pueden constituir una alternativa para los cálculos formales y una oportunidad para que los estudiantes comprendan las ideas tras los métodos. Es en este contexto donde tiene lugar el diseño de la investigación que aquí presentamos y que busca describir el papel de las simulaciones computacionales en el desarrollo del RII asociado a intervalos de confianza. En dicha investigación se pretende analizar el uso que el estudiante le da a las simulaciones, así como las ideas que pone en juego y los



conocimientos que emergen de dicha interacción para resolver situaciones que requieren inferir sobre algún parámetro poblacional con base en una muestra. La Teoría de la Aproximación Instrumental de Artigue (2007) permitirá observar y analizar el fenómeno de estudio.

MARCO DE REFERENCIA

Las investigaciones sobre intervalos de confianza coinciden en la identificación de algunas concepciones erróneas muy comunes: creer que un intervalo con un 95% de confianza contiene los posibles valores de la media muestral (Yáñez & Behar, 2009), asumir que al aumentar el nivel de confianza se disminuye el ancho del intervalo (Pfankuch et al., 2012), creer que aumentar el tamaño de la muestra se traducirá en un aumento del ancho del intervalo o que simplemente aumentar el tamaño de la muestra no influirá en el tamaño del intervalo (Cumming, Williams and Fidler, 2004), creer que el intervalo de confianza es una respuesta determinista, es decir, no concebir la idea de que muestras diferentes producirán intervalos diferentes (Liu & Thomsons, 2007). Adicional a estas concepciones los estudiantes también manifiestan confusiones con respecto a la precisión del intervalo, pues argumentan que si la confianza se interpreta como la probabilidad de capturar el verdadero parámetro poblacional entonces ganarán más precisión aumentando el tamaño del intervalo (Rangel, 2014).

Una posible solución a esta problemática podría ser proporcionada por un tipo de enseñanza diferente en la cual se dé menos importancia a la teoría y a los cálculos y se propicie el uso de la lógica, el sentido común y la experiencia (Zieffler, Garfield, Delmas & Reading, 2008). En esta dirección se han publicado varios trabajos en los últimos años que describen la inferencia estadística informal y el RII. Zieffler et al. (2008), presentan el RII como “la forma en que los estudiantes utilizan su conocimiento informal de estadística para dar argumentos en apoyo a las inferencias sobre poblaciones desconocidas, a partir de muestras observadas.

La literatura consultada concuerda en que una herramienta útil para el establecimiento de inferencias sin necesidad de formalismos está en las simulaciones computacionales (Chance & McGaughey, 2014), debido a que permiten que el estudiante realice y observe directamente procesos que en el enfoque formal no se evidencian. Más específicamente, se trata de procesos de generación de diversas muestras que permitan la observación y el análisis directo de las distribuciones muestrales al contrario de los análisis teóricos basados en el Teorema Central del Límite, como se acostumbra.

La Aproximación Instrumental construida sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y la Ergonomía Cognitiva permite observar y analizar cómo surgen los objetos matemáticos de la práctica social en el salón de clases a partir de las praxeologías compuestas por un tipo de tarea, una técnica, una tecnología y su teoría. Allí las dos primeras componentes, el tipo de tarea y la técnica que permite resolver eficazmente la tarea, constituyen la parte práctica, conocida como la praxis. Por lo general, la praxis debe ir acompañada de un discurso que permite comunicarla y justificarla, el cual se espera que

aparezca siempre en el ámbito escolar; este discurso se llama tecnología. El discurso de la TAD estructura y permite justificar a la tecnología, tal como lo muestra la Figura 1 la tecnología y la teoría conforman el Logos. Por lo tanto las dimensiones técnica (praxis) y conceptual (logos) son indisociables y mutuamente constitutivas.

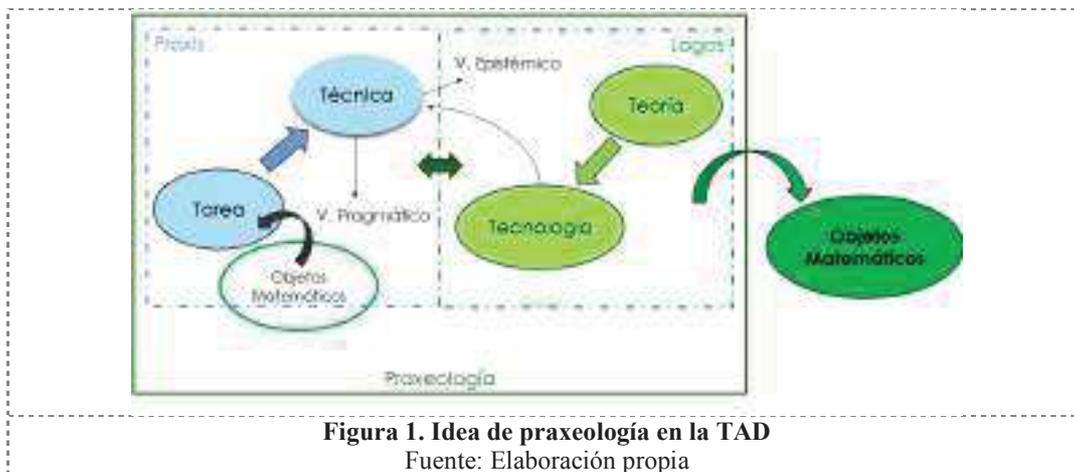
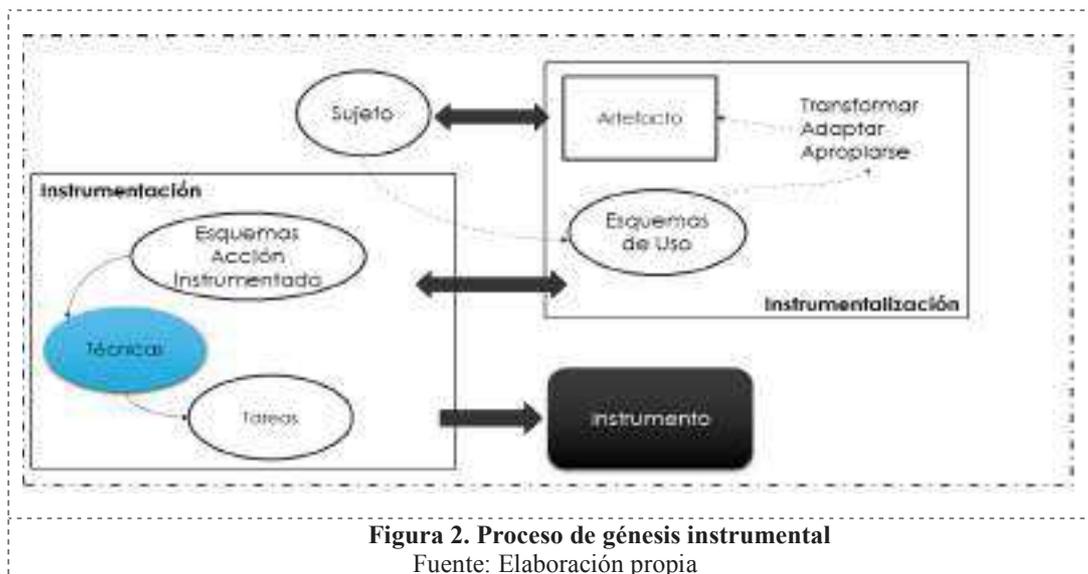


Figura 1. Idea de praxeología en la TAD

Fuente: Elaboración propia

El foco principal son las técnicas utilizadas, las cuales serán producto de la forma como el estudiante logre utilizar el artefacto (en este caso el programa computacional) para dar solución a una situación poniendo en juego sus conocimientos previos al tiempo que genera nuevos, logrando transformar aquel artefacto en un instrumento. Este proceso por el cual se transforma un artefacto en instrumento recibe el nombre de génesis instrumental.

En principio el artefacto no representa algún valor instrumental para el sujeto. Por medio de la interacción el sujeto empieza a descubrir formas de utilizar el artefacto a partir de las cuales logra construir en su mente esquemas de uso. La organización de los esquemas de uso de tal manera que permitan generar una técnica eficiente, se conoce como los esquemas de acción instrumentada cuya parte ostensiva es la técnica, junto con todo lo que representa la técnica desde la TAD. Esta fase recibe el nombre de instrumentalización. En el momento en el que el sujeto logra dar solución a la tarea por sus propios medios y con la ayuda de las funciones que logro descubrir e interiorizar del artefacto, habrá transformado el artefacto en instrumento (Artigue, 2007).



ASPECTOS METODOLÓGICOS

Como una manera de presentar la utilidad de la Aproximación Instrumental en el análisis de los resultados que se puedan obtener en el contexto de esta investigación, se presenta un problema extraído de Rossman (2008) que nos permitirá ejemplificar el tipo de análisis que se puede realizar.

PROBLEMA

Se pretende estudiar la tendencia de los seres humanos a girar la cabeza hacia el lado derecho cuando besan. Para tal efecto se observaron 124 parejas besándose en sitios públicos, de las cuales 80 inclinaron su cabeza a la derecha. ¿Qué proporción de la población tiende a inclinar la cabeza hacia la derecha?

Partiendo del supuesto de que un estudiante logra dar solución a este problema por medio de una simulación en Fathom recurriendo al método de Bootstrap se hace el siguiente análisis por medio de la aproximación instrumental.

1. El estudiante genera una tabla con 80 “unos” y 44 “ceros” que representan la muestra original, desarrollando esquemas de uso para las “colecciones” y las “tablas” en Fathom, movilizando conocimientos como la relación que existe entre una muestra y la población (Imagen 1).



Imagen 1. Simulación de la muestra en Fathom
Fuente: Elaboración propia

2. Toma una re-muestra de tamaño $n = 124$ con sustitución y calcula su proporción. En este momento el estudiante ha desarrollado esquemas de uso para la opción de muestreo de la colección y el cálculo de proporciones recurriendo a conocimientos de la variabilidad del muestreo (Imagen 2).
3. Simula la toma de 1000 muestras con las mismas características de la muestra del paso anterior. Para lograrlo, el estudiante ha desarrollado esquemas de uso sobre las “*measures*”, el editor de fórmulas y el inspector de la colección, y consigue simular la toma de 1000 muestras y el cálculo de 1000 proporciones demostrando conocimientos sobre la relación de las distribuciones muestral y poblacional, al tiempo que es consciente de la variabilidad del muestreo (Imagen 3).

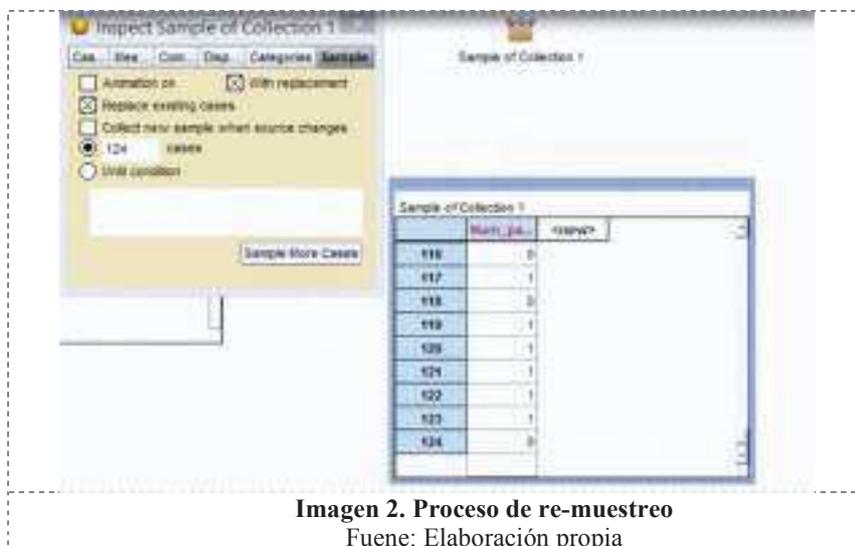


Imagen 2. Proceso de re-muestreo
Fuente: Elaboración propia

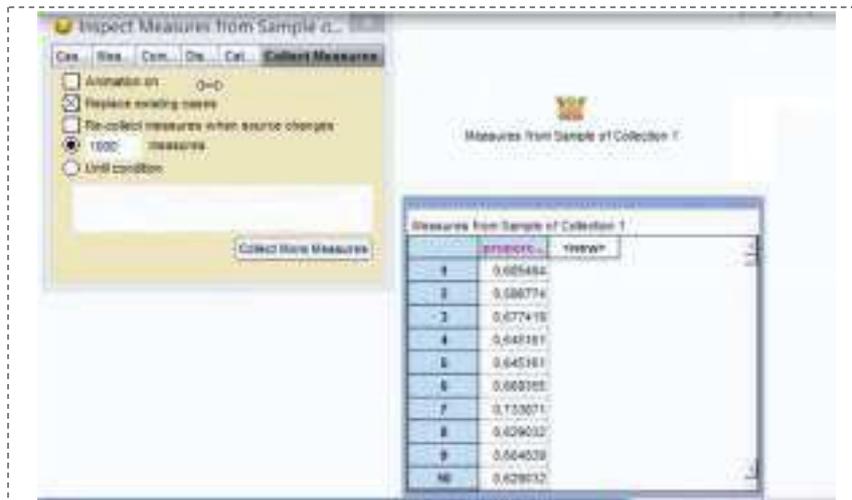


Imagen 3. Generación de 1000 re-muestras

Fuente: Elaboración propia

4. Grafica las proporciones de las 1000 muestras. De esta manera el estudiante desarrolla esquemas de uso para las gráficas de Fathom evidenciando conocimientos de distribución de la proporción muestral, variabilidad muestral e influencia del tamaño muestral (Imagen 4).

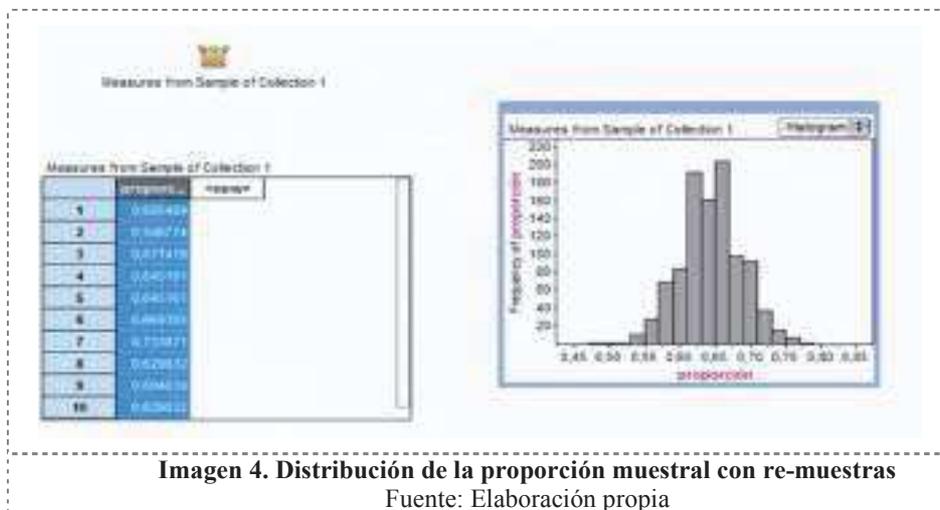


Imagen 4. Distribución de la proporción muestral con re-muestras

Fuente: Elaboración propia

5. Ubica los cuantiles 2,5 y 97,5 para construir los límites del intervalo del 95% de confianza, evidenciando esquemas de uso para los gráficos movilizando conocimientos de distribución de probabilidad, del teorema central del límite y de intervalos de confianza (Imagen 5).

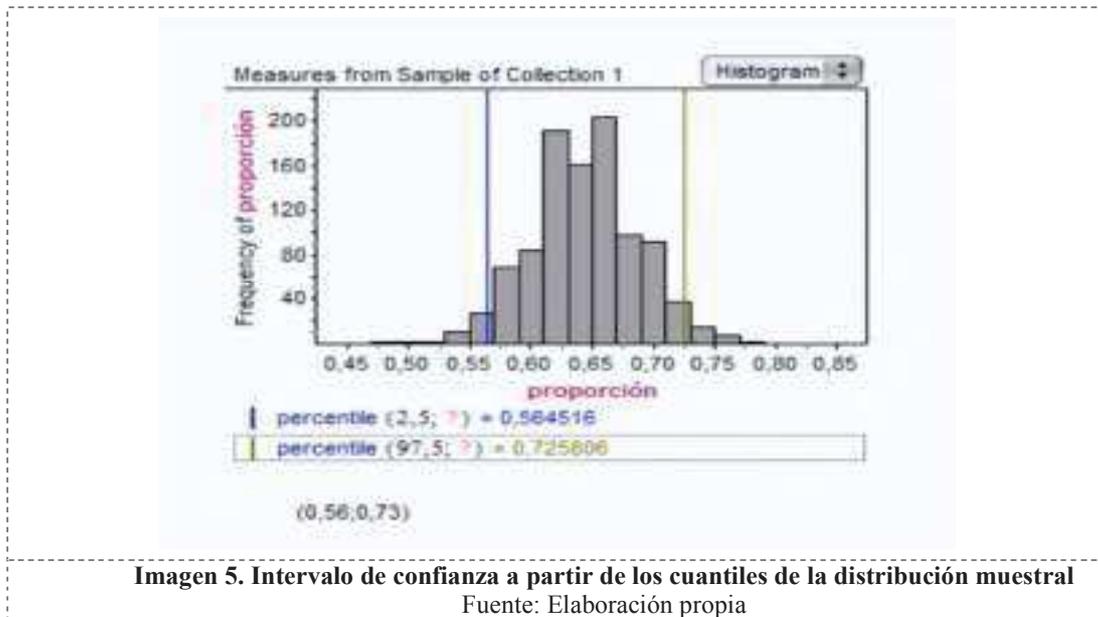


Imagen 5. Intervalo de confianza a partir de los cuantiles de la distribución muestral

Fuente: Elaboración propia

El conjunto de estos pasos visualiza los esquemas de acción instrumentada producto de la organización de los esquemas de uso que ha desarrollado el estudiante y que, como se ha mostrado, requiere de la movilización de ideas que facilitarán al estudiante la comprensión de los métodos formales cuando sea el momento.

CONCLUSIONES

Toda acción coherente que el estudiante lleva a cabo, en este caso en Fathom, es producto de su conocimiento. La aproximación instrumental permite inferir, a partir de las acciones del estudiante, aquellas ideas o conocimientos que moviliza en su mente; es una especie de ventana hacia sus procesos cognitivos. El reto de la investigación propuesta está en determinar si existe una evolución del RII de los estudiantes que los acerque al razonamiento formal institucionalizado. El trabajo de simulación adoptado tiene un carácter experimental que le permite al estudiante obtener multitud de valores para el estimador en cuestión permitiéndole obtener el intervalo que cobija cierto porcentaje de los valores generados, al contrario del enfoque formal en el que se asume que se tienen muchos valores de ese estimador y se deduce teóricamente su distribución para poder hallar un intervalo de confianza a partir de una muestra. El generar por sí mismo los diversos valores del estimador a partir de la única muestra y observar gráficamente su distribución, seguramente ayudará al estudiante a generar intuiciones que le permitirán asumir con mayor compromiso el enfoque formal de estos temas. En este sentido, el aporte de este trabajo al campo de la Educación Estadística radica en la validación del uso las simulaciones computacionales como una herramienta que realmente beneficia el aprendizaje del estudiante y reduce los problemas de comprensión reportados en la literatura respecto a los intervalos de confianza.

REFERENCIAS

- Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. En E. Mancera, C. (Eds). *Historia y Prospectiva de la Educación Matemática, Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, (pp. 9-21). Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6948/6634>
- Chance, B. & McGaughey, K. (2014). Impact of a simulation/randomization based curriculum on student understanding of p-values and confidence intervals. In K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9)*, Flagstaff, Arizona, USA. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Cumming, G., Williams, J. & Fidler, F. (2004). Replication and researchers' understanding of confidence intervals and standard error bars. *Understanding statistics*, 3(4), 299-311.
- Liu, Y., & Thompson, P. (2007). Teachers' understandings of probability. *Cognition and Instruction*, 25(2), 113-160.
- Olivo, E. (2008). Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México. (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Granada, España.
- Pfannkuch, M., Wild, C. & Parsonage, R. (2012). A conceptual pathway to confidence intervals. *ZDM*, 44(7), 899-911.
- Rangel, L. (2014) Estructuras y mecanismos mentales asociados a los intervalos de confianza: profesores de matemáticas en formación. (Tesis de maestría no publicada). Universidad industrial de Santander, Colombia.
- Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19.
- Yáñez, G. & Behar, R. (2009). Interpretaciones erradas del nivel de confianza en los intervalos de confianza y algunas explicaciones plausibles. En M. J. González; M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM*. Santander.
- Zieffler, A., Garfield, J., Delmas, R. & Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 40-58.