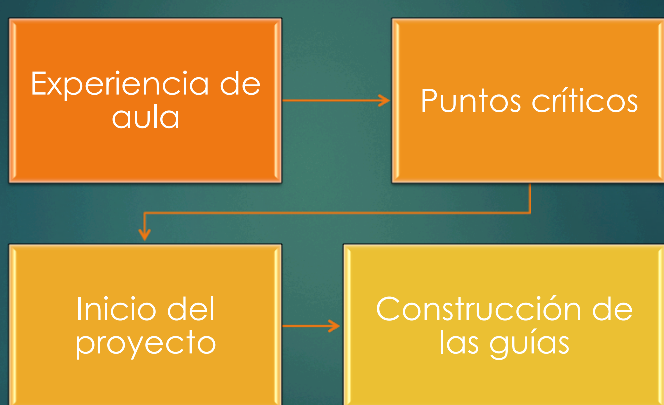
Foro EMAD 2017

Educación Matemática para ciclos de validación y Educación para adultos

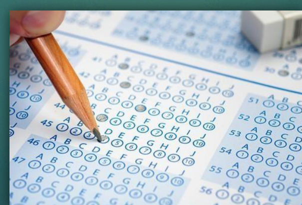
MIRYAM VÁSQUEZ SANABRIA, LEONEL CASTILLO GARCÍA

Universidad de Cundinamarca

INTRODUCCIÓN



Puntos Críticos



Que se propone hacer

Crear e implementar guías de trabajo que permitan optimizar los procesos de educación en el área de matemáticas, en los ciclos de validación para adultos, enfocadas a mejorar los resultados de las pruebas estandarizadas.

OBJETIVOS

Saber 11 y Pisa

Preparar a los estudiantes

Resolución de problemas

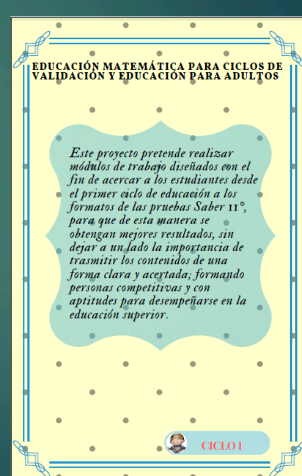
Construcción de guías

Construcción de las guías

CICLO I

MATEMÁTICAS

EDUCACIÓN MATEMÁTICA PARA CICLOS DE VALIDACIÓN Y EDUCACIÓN PARA ADULTOS

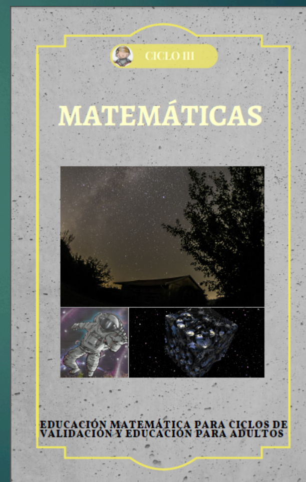


EDUCACIÓN MATEMÁTICA PARA CICLOS DE VALIDACIÓN Y EDUCACIÓN PARA ADULTOS

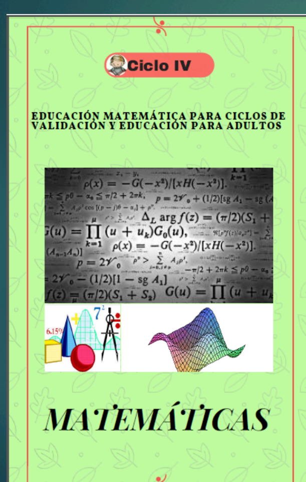
Este proyecto pretende realizar módulos de trabajo diseñados con el fin de acercar a los estudiantes desde el primer ciclo de educación a los formatos de las pruebas Saber 11°, para que de esta manera se obtengan mejores resultados, sin dejar a un lado la importancia de trasmitir los contenidos de una forma clara y acertada; formando personas competitivas y con aptitudes para desempeñarse en la educación superior.

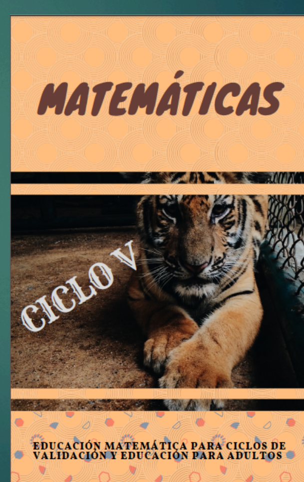
CICLO I

Construcción de las guías

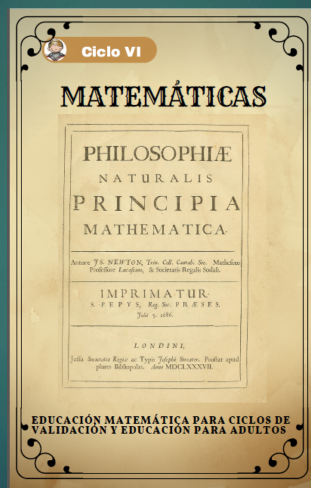


Construcción de las guías





Construcción de las guías



¿Y las pruebas Estandarizadas?

El acercamiento de las guías de trabajo con los formatos de las pruebas estandarizadas se evidencia desde los ejemplos desarrollados y los talleres evaluativos propuestos al final de las sesiones.

Ejemplos

1.3. Razones Trigonométricas

Vamos a utilizar el siguiente triángulo rectángulo para definir las seis razones trigonométricas para un ángulo θ, donde r es la hipotenusa y x, y son los dos catetos

Con respecto al ángulo θ tenemos que el cateto opuesto mide "y" y el cateto adyacente mide "x". Las razones trigonométricas se definen como:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{cateto \quad opuesto}{hipotenusa} = \frac{y}{r} \qquad \csc\theta = \frac{hipotenusa}{cateto \quad opuesto} = \frac{r}{y}$$
$$\cos\theta = \frac{cateto \quad adyacente}{hipotenusa} = \frac{x}{r} \qquad \sec\theta = \frac{hipotenusa}{cateto \quad ayacente} = \frac{r}{x}$$
$$\tan\theta = \frac{cateto \quad opuesto}{cateto \quad adyacente} = \frac{y}{x} \qquad \cot\theta = \frac{cateto \quad adyacente}{cateto \quad opuesto} = \frac{x}{y}$$

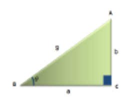
Ejemplos
Para el siguiente triangulo rectangulo se tiene que el $\sin\theta = \frac{1}{3}$. El valor del cateto a es:

A 3

B $\sqrt{27}$

C $6\sqrt{2}$

D 81



$$\text{Dado} \sin\theta = \frac{1}{3} = \frac{cateto \quad opuesto}{hipotenusa} = \frac{b}{9} \quad \text{entonces,} \quad \frac{1}{3} = \frac{b}{9} \quad \text{por tanto,} \quad b = 3$$
$$\text{Utilizando Pitágoras:} \quad a^2 + b^2 = c^2$$
$$a^2 = 81 - 9$$
$$a = \sqrt{72}$$
$$a = 6\sqrt{2}$$

Entonces, al valor correcto para a es **C)** $6\sqrt{2}$

Valores de las razones trigonométricas para ángulos notables

En trigonometría a menudo es conveniente conocer los valores de las razones trigonométricas para algunos ángulos especiales dado que los cálculos se facilitan.

TABLA DE ANGULOS NOTABLES							
RADIANES	GRADOS	SENO	COSENO	TANGENTE	COTANGENTE	SECANTE	COSECANTE
0	0°	0	1	0	Indefinido	1	Indefinido
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$2\frac{\sqrt{3}}{3}$	2
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$2\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	Indefinido	0	Indefinido	1
π	180°	0	-1	0	Indefinido	-1	Indefinido
$\frac{3}{2}\pi$	270°	-1	0	Indefinido	0	Indefinido	-1
2π	360°	0	1	0	Indefinido	1	Indefinido

Ejemplo:
de acuerdo a la tabla anterior, el valor de la expresión $\csc 60° - \tan 60° cos 45°$ es:

A) -1

B) $\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}$

C) $\sqrt{2}+6$

D) $\frac{6-3\sqrt{6}}{4\sqrt{3}}$

Solución:

Reemplazando los valores de la tabla se tiene

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{6}}{6}$$

Entonces,la respuesta correcta para la expresión $\csc 60° - \tan 60° cos 45°$ es **B)** $\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}$

0.1. Taller

A continuación encontrará un taller que contiene preguntas abiertas y preguntas de selección múltiple.

1. Las bisagras de una puerta de seguridad tienen una apertura máxima de 60°. Esta cantidad al ser expresada en radianes es equivalente a

A $\frac{\pi}{6}$

B $\frac{\pi}{3}$

C 3π

D $\frac{3}{\pi}$

2. Si la bisagra tiene mayor capacidad de apertura describiendo un ángulo de $4\frac{\pi}{6}$, esta cantidad es equivalente a

A 120°

B 90°

C 60°

D 100°

3. Una terna pitágorica consiste en tres números enteros que definen las medidas de los lados de un triángulo rectángulo cumpliendo el Teorema de Pitágoras.

I $(3,4,5)$ y $(5,12,13)$

II $(7,24,25)$ y $(1,1,\sqrt{2})$

III $(8,15,17)$ y $(9,40,41)$

De los anteriores pares de ternas de números enteros cuál son ternas pitágoricas

A I únicamente

B II y III

C I y II

D I y III

4. Al expresar -90° en radianes se obtiene

A $\frac{\pi}{2}$ rad

B $-\pi$ rad

C $-\frac{\pi}{2}$ rad

D $\frac{\pi}{3}$ rad

5. El triángulo de la figura se puede clasificar como

A Isósceles, ya que tiene dos lados desiguales.

B Equilátero, ya que todos sus lados tienen la misma medida.

C Isósceles, ya que dos de sus lados tienen la misma medida.

D Rectángulo, ya que tiene un ángulo recto.

6. Si un poste de electricidad se encuentra perpendicular respecto al suelo, proyectando una sombra de $60cm$ en el suelo, y esta sujeto con una cuerda que mide $100cm$. La altura del pote sería de

A $80cm$

B $120cm$

C $80m$

D $100cm$

7. La ecuación de la circunferencia unitaria es $x^2+y^2=1$.

I $(-\frac{4}{9}, -\frac{\sqrt{65}}{9})$

II $(\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{7}}{4})$

III $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

De los anteriores puntos cual(es) punto(s) pertenecen a la circunferencia unitaria.

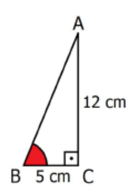
A I únicamente

B II únicamente

C I y II

D I y III

De acuerdo a la figura responda responda las preguntas 8-10.



8. Para el $\sphericalangle B$ la razon trigonométrica *coseno* es igual a

A $\cos B = \frac{12}{5}$

B $\cos B = \frac{5}{12}$

C $\cos B = \frac{5}{13}$

D $\cos B = \frac{13}{5}$

9. Para el $\sphericalangle B$ la razon trigonométrica *seno* es igual a

A $\text{sen}\, B = \frac{12}{5}$

B $\text{sen}\, B = \frac{5}{12}$

C $\text{sen}\, B = \frac{12}{13}$

D $\text{sen}\, B = \frac{13}{12}$

10. Para el $\sphericalangle B$ la razon trigonométrica *tangente* es igual a

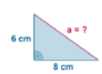
A $\tan B = \frac{12}{5}$

B $\tan B = \frac{5}{12}$

C $\tan B = \frac{5}{13}$

D $\tan B = \frac{13}{5}$

11. La medida de la hipotenusa en el siguiente triángulo es



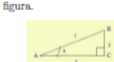
A 12

B 9

C 10

D 100

Responda las preguntas 12-15 de acuerdo a la siguiente figura.



12.Para el $\sphericalangle\alpha$ la razon trigonométrica *seno* es igual a

A $\text{sen}\, B = \frac{3}{5}$

B $\text{sen}\, B = \frac{5}{4}$

C $\text{sen}\, B = \frac{5}{3}$

D $\text{sen}\, B = \frac{4}{5}$

13. Para el $\sphericalangle B$ la razon trigonométrica *coseno* es igual a

A $\cos B = \frac{3}{5}$

B $\cos B = \frac{5}{4}$

C $\cos B = \frac{4}{5}$

D $\cos B = \frac{3}{4}$

14. Para el $\sphericalangle B$ la razon trigonométrica *cotangente* es igual a

A $\cot B = \frac{4}{5}$

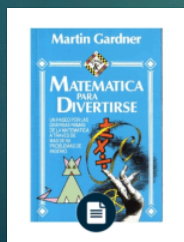
B $\cot B = \frac{3}{4}$

C $\cot B = \frac{4}{3}$

D $\cot B = \frac{3}{5}$

Aspectos Visuales y Gráficos de las Guías

Para la construcción de las guías de trabajo se busca que los contenidos sean presentados de manera atractiva y clara al lector, para ello se procuró que cada tema tuviera una gráfica de apoyo.



Ejemplos

Sesión 2

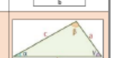
CAPÍTULO 1. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1.2. Triángulos

Las principales aplicaciones de la trigonometría se basan en la resolución de triángulos, por lo cual es importante conocer la clasificación y algunas propiedades de los triángulos.

Clasificación de triángulos

Los triángulos se pueden clasificar de acuerdo a la medida de sus lado y la medida de sus ángulos.

CLASIFICACIÓN SEGÚN LA MEDIDA DE SUS LADOS		
TRIANGULO EQUILATERO	Todos sus lados tienen la misma medida	
TRIANGULO ISÓSCELES	Dos de sus lados tienen la misma medida	
TRIANGULO ESCALENO	Ninguno de sus lados tienen la misma medida	

CLASIFICACIÓN SEGÚN LA MEDIDA DE SUS ANGULOS		
TRIANGULO ACUTANGULO	Todos sus angulos internos son agudos	
TRIANGULO RECTANGULO	Tiene un angulo recto	
TRIANGULO OBTUSANGULO	Tiene un obtuso	

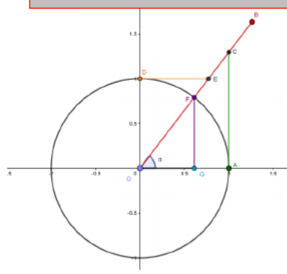
7

En la Siguiente sesión trataremos sobre las gráficas de las funciones trigonométricas, su construcción y se hará un análisis sobre el dominio y el rango de cada función teniendo en cuenta su respectiva gráfica.

1.1. Lineas Trigonométricas

En la sesión anterior se definió las funciones trigonométricas en la circunferencia unitaria, para poder definir las lineas trigonométricas debemos retomar la circunferencia unitaria, estas lineas trigonométricas permitirán construir las gráficas de las funciones trigonométricas.

Las **lineas trigonométricas** de un ángulo α en posición normal son los segmentos de recta cuyas medidas coinciden con cada uno de los valores de la funciones trigonométricas.



Para definir la linea trigonométrica correspondiente a cada función recordamos la definición de las razones trigonoétricas. Además se utilizara las criterios de proporcionalidad dado que los triángulos

$$\sec\alpha = \frac{1}{x} \qquad \csc\alpha = \frac{1}{y}$$

Se destaca que cada ángulo α define un único punto $P(x,y)$ en la circunferencia unitaria.

Para determinar el **signo de las funciones trigonométricas** se debe reconocer en que cuadrante se encuentra ubicado el punto $P(x,y)$. De esta manera, si tenemos un ángulo $\alpha = \frac{3\pi}{4} rad$ el punto de intersección con la circunferencia unitaria tiene coordenadas $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, como la Coordenada en x es negativa entonces el *coseno* de α es negativo.
En la siguiente tabla se establecen los signos de las funciones trigonométricas por cuadrantes teniendo en cuenta la posición del punto determinado por el ángulo α en posición canónica.

Cuadrante	Signos de (x, y)	Funciones positivas	Funciones negativas
I	$x > 0,\ y > 0$	$sen\alpha,\ cos\alpha, tan\alpha,\ cot\alpha$ $sec\alpha,\ csc\alpha$	Ninguna
II	$x < 0,\ y > 0$	$sen\alpha,\ csc\alpha$	$cos\alpha, tan\alpha,\ cot\alpha$ $sec\alpha,$
III	$x < 0,\ y < 0$	$tan\alpha,\ cot\alpha$	$sen\alpha,\ cos\alpha$ $sec\alpha,\ csc\alpha$
IV	$x > 0,\ y < 0$	$cos\alpha, sec\alpha$	$sen\alpha,\ tan\alpha,\ cot\alpha$ $csc\alpha$

1.3. Dominio de las Funciones Trigonométricas

El dominio de las funciones trigonométricas depende de las coordenadas del punto P determinado por el valor del ángulo α. Se tiene que:

- El dominio de las Funciones $\operatorname{sen}\alpha$ y $\cos\alpha$ se puede extender al conjunto de los números Reales ya que el ángulo α puede tomar cualquier valor.
- El dominio de las funciones $\tan\alpha$ y $\sec\alpha$ no están definidas para ángulos con valores $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{3\pi}{2}$ ya que $x = 0$, es decir el valor de la función Coseno es Cero.
- El dominio de las funciones $\cot\alpha$ y $\csc\alpha$ no están definidas para ángulos con valores 0 y π ya que $y = 0$, es decir el valor de la función seno es Cero.

Más adelante cuando se analicen las gráficas y características de cada función entonces se determinara el Dominio y Rango de las funciones.

1.4. Definición de las funciones trigonométricas para cualquier ángulo en posición normal.

como son fracciones homogeneas tenemos que

$$\frac{25}{25} = 1$$

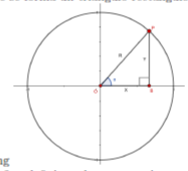
simplificando

$$1 = 1$$

Efectivamente el punto $P(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ si pertenece a la circunferencia unitaria.

1.2. Definición de las funciones Trigonométricas

Consideremos nuevamente la circunferencia unitaria donde se tiene un ángulo α en posición canónica cuyo lado final es un radio que intersecta a la circunferencia en un punto $P(x, y)$. Se puede observar que se forma un triángulo rectángulo cuyos catetos miden x e y respectivamente.



unitaria1.png

En la sesión 2 se definieron la razones trigonométricas utilizando el triángulo rectángulo, recordando esa definición se tiene que:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{cateto \quad opuesto}{hipotenusa} = \frac{y}{r} \qquad \cos\alpha = \frac{cateto \quad adyacente}{hipotenusa} = \frac{x}{r}$$

En este caso el radio de la circunferencia tiene una medida igual a 1; y los catetos opuestos y adyacentes tienen medidas x y y respectivamente, por tanto se definen las funciones trigonométricas como:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{1} = y \qquad \cos\alpha = \frac{x}{1} = x$$

De manera similar se definen las funciones *tangente*, *cotangente*, *secante* y *cosecante* así:

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} \qquad \cot\alpha = \frac{x}{y}$$

Revisemos el Material para Ciclo V

Observaciones

- La implementación de las guías de trabajo se desarrollará en el próximo año en el instituto de Validación Cencov con sede en la ciudad de Fusagasugá.
- Las Guías de trabajo se encuentran en proceso de redacción final. La participación en el foro EMAD es una fuente de retroalimentación.
- La presentación del trabajo en la Universidad de Cundinamarca se realizará en el mes de Noviembre.