NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 94, marzo de 2017, páginas 23-45

Concepciones docentes acerca de la Resolución de Problemas en la escuela secundaria

Natalia Salinas (Escuela Secundaria Club Belgrano. Argentina)
Natalia Sgreccia (Universidad Nacional de Rosario. Argentina)

Fecha de recepción: 20 de enero de 2016
Fecha de aceptación: 13 de octubre de 2016

Resumen

El presente estudio tuvo como objetivo principal indagar sobre las concepciones que docentes de matemáticas de escuelas secundarias de la ciudad de San Nicolás (Buenos Aires, Argentina) tienen respecto a la Resolución de Problemas en este nivel del sistema educativo. Este objetivo responde a los tres interrogantes que motivaron esta investigación: A qué consideran problema matemático; cuáles son las semejanzas y diferencias que señalan de una actividad matemática denominada problema de otra llamada ejercicio; cómo se caracterizan los problemas que suelen proponer a sus alumnos del nivel. Los resultados se presentan de acuerdo a las tres categorías de análisis: Concepción de problema matemático, concepción de ejercicios de matemáticas y características de los problemas con los que trabajan en clase.

Palabras clave Concepción, Problema, Ejercicio, Profesor de matemáticas, Secundaria.

Title **Teachers' conceptions about the Solving of Problems at secondary school**

Abstract

This study's main objective is to inquire into the conceptions of mathematics' teachers from secondary schools in the city of San Nicolás (Buenos Aires, Argentina) with respect to Problem Solving at this level of education. This objective answers to the three questions that motivated this research: To what they consider mathematical problem; to what are the similarities and differences that indicate of a mathematical activity denominated problem that another called exercise; to how are characterized the problems they often offer to their students of the level. The results are presented according to the three categories of analysis: Conception of mathematical problem, conception of exercises of mathematics and characteristics of the problems with what they work in class.

Keywords Conception, Problem, Exercise, Teacher of mathematics, Secondary.

1. Presentación

La Resolución de Problemas (RP) permite la construcción de conocimientos matemáticos, ya que requiere que los alumnos interpreten el texto de la situación propuesta, presentada en varios registros, identifiquen relaciones, propiedades, datos e incógnitas, lo vinculen con sus conocimientos previos, elijan la estrategia de resolución más adecuada para la situación problemática planteada, realicen su resolución, analicen la solución y, lo que es también muy importante, efectúen su transferencia a problemas similares, no solo del ámbito matemático sino también para otras disciplinas y para la vida diaria.

A partir de las innumerables ocasiones que hemos escuchado o leído sobre la RP, comenzamos a inquietarnos acerca de: a qué nos estamos refiriendo los docentes cuando la aclamamos, qué elementos del proceso de aprendizaje conlleva, a qué denominamos problema realmente, en cuánto se asemeja y diferencia de un mero ejercicio rutinario. Incluso, al preguntarle a cualquier especialista de Didáctica de las matemáticas a qué deberían apuntar las matemáticas escolares en la actualidad, no dudamos que la RP formaría parte de su respuesta. Pero qué se entiende por ello es una cuestión a develar. La permanencia y renovado fervor de la temática relativa a la RP matemáticos dentro de los tópicos de estudio de la agenda internacional de investigación en Didáctica de las matemáticas dan cuenta de ello.

Ante este panorama, ubicándonos en el contexto de las escuelas secundarias de la ciudad de San Nicolás (provincia de Buenos Aires, Argentina), en relación con sus profesores de matemáticas interesa indagar: ¿A qué consideran "problema matemático"? ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias que señalan de una actividad matemática denominada "problema" de otra llamada "ejercicio"? ¿Cómo se caracterizan los problemas que suelen proponer a sus alumnos?

Al respecto es posible advertir que en los últimos años se han presentado diversas investigaciones en Congresos y Revistas iberoamericanas de Didáctica de las matemáticas que hacen referencia a la RP (Burroni, 2004; Chamoso, Hernández y Orantia, 2010; Capote, 2012; Artigue y Messano, 2012; Petrone, Cirelli, Contreras, Ferrari y Sgreccia, 2014), pero escasamente se han tenido en cuenta las concepciones docentes si bien la mayoría reconoce la necesidad de robustecer la formación docente.

El objetivo general del presente estudio consiste en indagar acerca de las concepciones de los profesores de matemáticas en torno a la RP matemáticos en el nivel secundario de educación. Específicamente, contextualizando el estudio en los docentes que se desempeñan en el área de las matemáticas en las escuelas secundarias de la ciudad de San Nicolás, se pretende: reconocer su propia definición de problema matemático; identificar semejanzas y diferencias que señalan de una actividad matemática considerada problema con una considerada ejercicio; caracterizar los problemas que suelen proponer a sus alumnos. Creemos que este material puede resultar de interés para trabajar en la formación de profesores en Matemática, al problematizar concepciones de docentes en ejercicio acerca de la actividad de RP en el nivel secundario de educación.

2. Perspectiva teórica

Acerca de qué se entiende por problema matemático, de Guzmán (1993) dice que uno está ante la presencia de un verdadero problema cuando se encuentra en una situación desde la que quiere llegar a otra y no conoce el camino que lo puede llevar. Además, reconoce que los libros de texto suelen estar repletos de meros ejercicios y carentes de verdaderos problemas. Para que una situación sea un verdadero problema debe existir la necesidad de resolverla y su solución no ser alcanzada de manera inmediata. El estudiante tiene que discutir ideas alrededor del entendimiento de la situación o problema, usar representaciones, contraejemplos y estrategias cognitivas y metacognitivas. Así, a la RP se la relaciona no solamente con el uso y desarrollo de habilidades para acceder y utilizar diversos recursos, sino también con una forma eficiente de accionar el conocimiento ante diversas situaciones (Santos, 1994).

A continuación, se presentan las perspectivas de cinco autores (Mayer, 1983; Polya, 1962, 2001; Bertoglia, 1990; Schoenfeld, 1994; Douady, 1995) en cuanto a las características que debe poseer una actividad matemática para ser considerada un problema.

1) Mayer (1983) plantea que las actividades llevadas a cabo por los sujetos tienen por objeto operar sobre un estado inicial para transformarlo en una meta, donde la diferencia entre ambos se denomina “problema”. Reconoce cuatro componentes en los problemas:

- *Metas*: lo que se quiere lograr en una situación particular.
- *Datos*: información que se dispone para comenzar a analizar la situación.
- *Restricciones*: factores que limitan la vía para llegar a la solución.
- *Métodos u operaciones*: procedimientos utilizados para resolver el problema.

2) Para Polya (1962), tener un problema significa buscar en forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable en forma inmediata. Polya (2001) identifica cuatro etapas en el proceso de resolver un problema, cada una acompañada de una serie de preguntas y recomendaciones que ayudarían en el desarrollo de la heurística necesaria para su resolución:

- *Comprender el problema*: para tener una idea cabal acerca de qué se trata la situación y a dónde se desea llegar.
- *Trazar un plan para resolverlo*: va tomando forma poco a poco, ya que las buenas ideas se basan en experiencias pasadas y en conocimientos adquiridos previamente.
- *Poner en práctica el plan*: se concreta la ejecución de lo planteado, con eventuales saltos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.
- *Comprobar los resultados*: confrontación en contexto del resultado obtenido por el modelo del problema y su contraste con la realidad.

Es muy importante el papel que cumple el docente, ya que él debe “ayudar al alumno”. Esta ayuda debe ser la suficiente y necesaria, contribuyendo con preguntas, recomendaciones u operaciones que se les hubieran podido ocurrir a los alumnos.

3) Según Bertoglia (1990), la formulación de una situación, para que sea un verdadero problema, debe atender a cinco principios fundamentales:

- *Ajustarse a los objetivos de aprendizaje*: se espera que al encontrar la solución se logre la adquisición de un aprendizaje o conocimiento relevante. Por ello es necesario que todos los alumnos puedan encontrar la solución.
- *Reservarse para el momento oportuno*: se requiere que estén aseguradas las condiciones previas para que los estudiantes puedan aplicar los conocimientos adquiridos.
- *Tener un nivel de complejidad adecuado*: la dificultad presente en la actividad no debería exceder la posibilidad de respuesta de los alumnos.
- *Favorecer el trabajo reflexivo*: el estudiante debe tener la oportunidad de trabajar reflexivamente, pensando y analizando cuidadosamente.
- *Presentar la información en términos positivos y familiares*: se sugiere evitar elementos superfluos o contradictorios, información adicional, situaciones o conceptos desconocidos, que puedan confundir o incluso frustrar al alumno en el proceso de resolución.

4) Los trabajos de Polya tuvieron continuidad con Schoenfeld (1994), quien se dedicó a proponer actividades de RP para el aula que propiciasen situaciones semejantes a las condiciones que los matemáticos experimentan. Formula, así, cuatro componentes para el análisis del comportamiento al resolver problemas:

- *Recursos cognitivos*: conocimientos matemáticos generales con los que cuenta el resolutor. Es importante que el profesor conozca los conocimientos previos de sus alumnos y que sepa que dicha base puede contener información incorrecta.
- *Heurística*: estrategias y técnicas para resolver problemas que el estudiante conoce y está en condiciones de aplicar.
- *Control*: capacidad de utilizar lo que se sabe para lograr un objetivo, como también para monitorear y evaluar el proceso.
- *Sistema de creencias*: ideas o percepciones acerca de las matemáticas, que afectan los procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación de esta disciplina.

5) Por su parte, Douady (1995) señala condiciones que deberían cumplir las actividades para ser consideradas problemas:

- El enunciado debe tener sentido en el campo de conocimiento del alumno.
- El alumno debe poder considerar una respuesta factible al problema, más allá de su capacidad para concebir una estrategia.
- La respuesta no debe ser evidente; es decir, no se puede responder sin desarrollar una argumentación.
- El problema debe ser rico por la red de conceptos implicados.
- El problema debe ser abierto, por la variedad de preguntas y/o de estrategias que se pueden desplegar.
- El problema debe poder formularse por lo menos en dos marcos diferentes.
- El conocimiento buscado debe ser el medio científico de responder eficazmente al problema.

A su vez, existen diferentes clasificaciones de los problemas de acuerdo a las características que estos poseen. Aquí se detallan las de cinco referentes (Polya, 1962; Bertoglia, 1990; Pozo, Del Puy, Domínguez, Gómez y Postigo, 1994; Cabañas, 2000; Stanic y Kilpatrick, 1988).

1) Para Polya (1962), los problemas se pueden clasificar en dos grupos:

- *Por resolver*: tienen por propósito descubrir cierto objeto que es la incógnita del problema. Pueden ser teóricos o prácticos, abstractos o concretos, formales o informales; sus elementos principales son la incógnita, los datos y la condición.
- *Por demostrar*: tienen como finalidad probar, de manera concluyente, la veracidad o falsedad de una afirmación; sus elementos principales son la hipótesis y la conclusión.

2) Bertoglia (1990) clasifica los problemas en dos tipos:

- *Cerrados*: la solución, única, se deduce en forma lógica a partir de la información del enunciado del problema, que resulta suficiente para encontrar la respuesta correcta.
- *Abiertos*: el resolutor necesita ir más allá de la información recibida, los recursos lógicos resultan insuficientes y se precisa de creatividad. Se aproximan a los de la vida real, pues hay que hacer consideraciones y tienen varias soluciones posibles.

3) Pozo et al (1994) establecen tres tipos de problemas:

- *Científico*: conlleva un interés personal del que pretende solucionarlo y una metodología científica de trabajo, que consiste en un modelo idealizado con las correspondientes hipótesis de origen enmarcadas en un contexto científico.

- *Docente*: el alumno se enfrenta a la búsqueda de su solución para dar respuesta a un planteamiento que le hace el profesor, sus posibilidades de formulación de hipótesis se reducen y el interrogante centra la atención en factores tratados con anterioridad.
- *Cotidiano*: es asumido por los individuos y su finalidad es obtener un resultado que no implica la comprensión ni explicación científica. Su procedimiento de resolución se fundamenta en la experiencia personal, su similitud con otras situaciones o técnicas de ensayo-error.

4) Cabañas (2000) considera que los problemas se pueden clasificar atendiendo a tres tipos de parámetros:

- *Forma* en que se ofrece la información acerca de las relaciones entre magnitudes y valores: con o sin texto.
- *Procedimientos* que se utilizan en el proceso de solución: simples o compuestos.
- *Tipo de exigencia* que se plantea a quien lo resuelve: de determinación o cálculo o de construcción o de demostración.

5) Stanic y Kilpatric (1988) proponen reunir a la RP en tres categorías:

- *Como contexto*: vehículo al servicio de otros objetivos curriculares, jugando cinco roles principales: justificación para enseñar matemáticas; especial motivación a ciertos temas; actividad recreativa; medio para desarrollar nuevas habilidades; práctica.
- *Como habilidad*: una de las tantas habilidades a ser enseñadas en el currículum, donde se resuelven problemas no rutinarios como una habilidad de nivel superior, la cual se adquiere luego de haber resuelto problemas rutinarios. Las técnicas de resolución se enseñan como un contenido, con problemas relacionados.
- *Es "hacer matemáticas"*: se basa en que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas, y que las matemáticas consisten en problemas y soluciones. Se espera que las experiencias estudiantiles con esta ciencia sean consistentes con la forma en que la misma fue y es constituida.

Además, con la intención de señalar las diferencias entre actividades consideradas problemas de aquellas consideradas ejercicios, se explicitan los aportes de tres grupos de autores (Pozo et al, 1994; D'Amore, 1997; Gaulin, 2001) y, finalmente, en la Tabla 1 se subrayan algunas de tales diferencias.

1) Pozo et al (1994) consideran que la distinción entre ejercicios y problemas no es una tarea simple ni fácil. Asimismo, afirman que los primeros constituyen tareas meramente reproductivas, en las que al alumno se le pide ejercitar una técnica o destreza ya aprendida. La difusa frontera entre ambos conceptos está asociada con el hecho de que un problema solo existe para quien se lo toma como tal. Una misma tarea puede constituir un problema para un alumno mientras que para otro es solo un ejercicio; o incluso para un mismo alumno, en dos momentos distintos, una misma tarea puede tomarse de formas diferentes. El que una tarea llegue a ser un problema dependerá no solo de los conocimientos previos con los que cuente el alumno, sino también de su actitud ante la misma. Existirá un problema si uno está dispuesto a aceptar que entre lo que se sabe y lo que se quiere saber hay una distancia y que esa distancia merece el esfuerzo de ser recorrida. Por otro lado, que una tarea se asuma como problema no dependerá solo de los alumnos sino también de cómo esa tarea sea introducida y trabajada por el profesor en el desarrollo de la clase.

2) D'Amore (1997) coincide en que los ejercicios pueden resolverse utilizando reglas ya aprendidas o en vías de consolidación y, por lo tanto, entran en la categoría de refuerzo o aplicación inmediata de conceptos.

3) Para Gaulin (2001), los ejercicios también son actividades rutinarias, donde se aplican algoritmos o fórmulas aprendidas, generalmente destinados a practicar para afianzar conocimiento y que, en algunas ocasiones, promueven la memorización y el mecanicismo.

Aspecto	Problema	Ejercicio
Comprensión	Su comprensión lleva tiempo y análisis. No se cuenta con una solución inmediata. Puede tener distintos caminos de resolución y múltiples soluciones.	Se comprende de inmediato y su resolución se concreta mediante la aplicación de una técnica o destreza ya aprendida. Su solución generalmente es única.
Objetivos	Que el alumno busque, investigue, utilice la intuición, profundice en el conjunto de conocimientos y experiencias anteriores para elaborar y poner en práctica un plan para resolverlo y posteriormente revise sus resultados; que construya nuevos conocimientos matemáticos.	Que el alumno aplique de forma mecánica conocimientos y algoritmos ya adquiridos y fáciles de identificar.
Aplicación	Abiertos a posibles variantes, generalizaciones y nuevos problemas.	Son actividades cerradas.
Motivación	Fuerte inversión de energía y afectividad. A lo largo de la resolución del problema se suelen experimentar diversos sentimientos: frustración, ansiedad, entusiasmo, alegría, confianza. Es importante que exista un interés por resolverlo.	No suele implicar la afectividad.
Tiempos	No se puede saber de antemano, no es de resolución inmediata.	Se puede determinar con antelación un tiempo estimado de resolución, el cual es relativamente breve.
Textos	Son pocos los libros escolares que cuentan con este tipo de actividad y, en los casos que sí lo tienen, su presencia es escasa.	La mayoría de la literatura escolar tiene este tipo de actividad.

Tabla 1. Diferencias entre problemas y ejercicios

Por otro lado, se entiende por concepción a una estructura mental que engloba creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales y preferencias, conscientes o inconscientes, que actúan de lentes a través de los que la persona mira (Philipp, 2007). Las concepciones suelen ser implícitas y difíciles de mostrar (Blanco y Barrantes, 2003), por lo que en estudios de este tipo se procura intentar reconocerlas a partir de ubicar a los participantes en una situación concreta. Thompson (1992) notó la importancia para los investigadores de estudiar las concepciones de los profesores de matemáticas para hacer explícitas a ellos mismos y a otros las perspectivas que sostienen acerca de la enseñanza, el aprendizaje y la naturaleza de las matemáticas.

3. Método

La metodología tuvo un enfoque mixto, combinando convenientemente las perspectivas cuali y cuantitativa (Hernández, Fernández y Baptista, 2006). Las categorías de análisis tienen una correlación directa con las preguntas iniciales que motivaron esta investigación y los objetivos específicos que la orientaron:

- *Concepción de problema matemático*: aspectos que caracterizan los problemas que los docentes utilizan en sus clases, los momentos en que son usados y el propósito que persiguen en su implementación.

- *Concepción de ejercicios en matemáticas*: particularidades de las actividades que los profesores emplean y consideran como ejercicios, así como su diferenciación con los denominados problemas.
- *Características de los problemas con los que trabajan en clase*: actividades matemáticas compartidas por los docentes y que utilizan en el aula, para contrastar con las dos categorías anteriores.

El alcance del estudio fue descriptivo y correlacional, al caracterizar cada categoría de análisis y establecer relaciones entre ellas. La investigación fue de tipo empírica, transversal y no experimental (Bravin y Pievi, 2008). Participaron en la investigación 62 docentes (D1… D62) sobre un total de 194 (es decir, el 32%), quienes representaban a 41 instituciones educativas (sobre un total de 64 que tiene la ciudad de San Nicolás). Cabe advertir que todos los profesores fueron contactados, siendo los que quedaron los que efectivamente quisieron participar. El 76% eran mujeres y el resto hombres. Las edades se distribuyeron entre los 24 y los 60 años, donde en particular 16 tienen entre 30 y 35 años y 15 entre 48 y 53 años de edad.

Respecto al tipo de gestión institucional, el 45% correspondió a escuelas públicas, el 37% a privadas y el resto a ambas. Sobre las escuelas, dentro de la gestión estatal, 3 escuelas eran de enseñanza media, 13 de educación secundaria, 7 técnicas, 1 bachillerato de adultos y 1 institución con el plan de terminalidad fines. Acerca de la cantidad de cursos representados en cada institución educativa, va de un solo curso (en 4 casos) a los seis cursos de la escolaridad secundaria (en 7 casos), siendo lo más recurrente tres cursos (11 casos); algunos cuentan con más de una división por curso. De los 62 profesores, el 44% trabaja en una sola escuela, el 31% en dos, el 11% en tres y el resto en cuatro o más.

La técnica que se empleó fue el cuestionario abierto, apto para recoger información preguntando a un grupo relevante de sujetos, con un costo viable, manteniendo un formato común en las preguntas (Rodríguez, Gil y García, 1999). Las preguntas abiertas formuladas fueron:

1) ¿Presenta a sus alumnos, durante el transcurso del año, actividades matemáticas consideradas problemas?
2) ¿En qué momento de la clase las utiliza y cuál es su propósito?
3) ¿Cómo definiría un problema matemático para el nivel secundario de educación?
4) ¿Qué es para usted un ejercicio en dicho nivel educativo?
5) ¿Podría adjuntar una actividad matemática considerada problema que haya aplicado o aplicará con sus alumnos?

La distribución de los cuestionarios se realizó de manera personal (43 participantes) y mediante correo electrónico, servicio de mensajería o redes sociales (19).

4. Resultados

4.1. Concepción de problema matemático

La gran mayoría (92%) de los encuestados manifiesta presentar a sus alumnos actividades matemáticas consideradas "problemas" durante todo el ciclo lectivo, en algunos o todos los temas trabajados o como preparación para las olimpíadas matemáticas. Casi la mitad las utilizan al comienzo de un tema nuevo (46%) y un poco más de la tercera parte (38%), al finalizar. Escasamente reconocieron emplear problemas durante el desarrollo de un tema (10%) o en cualquier momento de la clase (4%).

Además, 16 de los docentes encuestados piensan que su implementación varía según diversos factores: el grupo de alumnos (34,75%); los contenidos a desarrollar (34,75%); el tiempo con que se cuenta (17%); los conocimientos previos (4,5%); el tipo de escuela (4,5%); el grado de responsabilidad, comprensión y actitud (4,5%).

Con respecto a la actividad de RP matemáticos en la escuela secundaria, se pueden extraer 17 puntos en común (P1 a P17) de las respuestas: posibilita la puesta en juego de los conocimientos de los estudiantes (P1, 19 casos); implica la búsqueda de una solución no mecanicista que permite poner en juego procedimientos heurísticos (P2, 15); genera motivación en el alumno quien desea resolver el problema (P3, 11); genera nuevos conocimientos (P4, 7); provoca un conflicto cognitivo en el alumno (P5, 7); debe tener conexión con la realidad u otras ciencias (P6, 6); no tiene una solución inmediata (P7, 6); estimula el desarrollo del pensamiento lógico, crítico y reflexivo (P8, 5); favorece el debate entre pares y la elaboración de conclusiones (P9, 5); puede tener distintos caminos de resolución y múltiples soluciones (P10, 5); permite ampliar, reforzar o relacionar conocimientos matemáticos (P11, 4); promueve el desarrollo de estrategias personales que fortalecen actitudes del alumno (P12, 4); estimula un aprendizaje significativo (P13, 2); pone al docente en el rol de guía (P14, 2); su enunciado puede estar expresado en lenguaje coloquial o simbólico (P15, 2); debe ser accesible a todos los alumnos (P16, 1); puede no resolverse con los conocimientos previos (P17, 1).

Los propósitos que persiguen los docentes en su utilización se encuentran asociados, en algunos casos, al momento que disponen para su desarrollo y a los aspectos más relevantes de la concepción de problema adoptado por cada uno. Los resultados relativos a este punto se agruparon en la Tabla 2 teniendo en cuenta las cuatro etapas de Polya (2001) y las cuatro componentes para el análisis de la complejidad del comportamiento en la RP de Schoenfeld (1994).

Polya	Ideas de los participantes	Schoenfeld
Comprender el problema	Descubrir la necesidad de desarrollar un nuevo contenido para poder resolverlo (11)	Heurística
	Comprobar que los conocimientos previos resultan insuficientes para dar respuesta a la situación problemática planteada (11)	Recursos cognitivos
	Comprender e interpretar los problemas matemáticos (2)	Heurística
Trazar un plan para resolverlo	Conocer la aplicabilidad de las matemáticas a aspectos de la vida diaria o de otras ciencias mediante la utilización de procedimientos, propiedades y definiciones aprendidas (17)	Recursos cognitivos
	Elaborar nuevas estrategias de RP apelando a la creatividad, conocimientos y experiencias previas, procedimientos, propiedades y definiciones (13)	Control
	Participar de los espacios de debate haciendo que las clases sean más dinámicas y que la interacción entre los alumnos dé origen a nuevas ideas (5)	Heurística
	Perder el miedo hacia la materia e involucrarse más en los procesos de enseñanza y aprendizaje (1)	Sistema de creencias
Poner en práctica el plan	Ejecutar las estrategias de resolución elaboradas mediante el uso de la creatividad, análisis de contenidos previos y debate entre pares (13)	Control
Comprobar los resultados	Vincular los contenidos nuevos con los que el estudiante ya posee, es decir, lograr establecer nuevas redes de relaciones en su estructura de conocimiento (16)	Control
	Fijar el nuevo contenido (8)	Control
	Desarrollar la expresión oral y escrita, el análisis y la síntesis, la abstracción y la generalización como operaciones mentales que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico, flexible y creativo (7)	Heurística
	Reflexionar sobre las propias producciones, controlar los resultados y formular conclusiones (6)	Control
	Formalizar el nuevo contenido mediante la modelización matemática (3)	Control

Tabla 2. Propósitos perseguidos en la RP, según los participantes

También manifiestan que existen algunas situaciones que pueden considerarse como obstáculos para la implementación de la RP en la clase, como, por ejemplo:

> En general no hay tiempo, los programas secundarios son muy ambiciosos y el tiempo es escaso, o enseñamos o los alumnos "juegan horas" a resolver problemas que luego la docente los termina de hacer en el pizarrón… desde la escolaridad primaria no vienen entrenados en dichas prácticas. Nunca les dieron problemas y por eso no tienen ni idea qué deben hacer (D45).

Solo el 8% expresó no utilizar esta forma de trabajo en sus prácticas escolares, fundamentando que presentan actividades con distinto grado de dificultad que solo requieren la aplicación de los contenidos desarrollados anteriormente o la reproducción de una serie de pasos explicados por el docente, que sus educandos tienen bajo rendimiento escolar y que un problema matemático es una actividad intelectual cuyo propósito es averiguar un conocimiento nuevo (investigar) y esta no es la finalidad de las matemáticas escolares prescriptas.

4.2. Concepción de ejercicios en matemáticas

Las respuestas a la pregunta "¿qué es para usted un ejercicio en dicho nivel educativo?" tienen en común las ocho características (E1 a E8) que se presentan a continuación. Seis son completamente antagónicas a las enunciadas respecto a qué consideran problema: es una actividad mecánica que consiste en la aplicación de procedimientos, técnicas y algoritmos previamente ensayados (E1, 46); permite la fijación del contenido explicado con anterioridad y su vinculación con saberes previos (E2, 13); generalmente su solución es inmediata, única y exacta (E3, 3); se expresa en forma simbólica (E4, 3); su proceso de resolución no presenta grandes inconvenientes (E5, 2); no genera un conflicto cognitivo (E6, 1). Los restantes dos aspectos tienen la misma connotación que los denominados problemas, pero con menor frecuencia en esta ocasión: permite generar conocimientos nuevos (E7, 5); provoca curiosidad por resolverlo y favorece la reflexión (E8, 3).

Los docentes encuestados marcaron notoriamente las diferencias entre ejercicios y problemas matemáticos, de acuerdo a los aspectos por ellos espontáneamente señalados.

El 97,5% de las características de los problemas matemáticos y el 85,5% de las de los ejercicios aluden a los aspectos comparados en la Tabla 1: comprensión, objetivos, aplicación, motivación, tiempo y textos. En la Tabla 3 se detallan los porcentajes de cada uno de dichos aspectos que diferencian a estos tipos de propuestas de trabajo áulico. Entre paréntesis se indica el código (P1 a P17 ó E1 a E8) de la característica señalada por el participante que se incluyó en cada uno de estos seis aspectos.

Aspecto	Problema	Ejercicio
Comprensión	8% (P9, P13, P16)	9% (E3, E4, E7, E8)
Objetivos	61,5% (P1, P2, P5, P8, P10, P11, P12, P14, P15)	86,5% (E1, E2)
Aplicación	6% (P7)	0%
Motivación	18,5% (P3, P4, P17)	1,5% (E6)
Tiempos	6% (P6)	3% (E5)
Textos	0%	0%

Tabla 3. Aspectos distintivos entre un problema y un ejercicio, según los participantes

La mayor distinción se relaciona en función a los objetivos que persigue cada uno. De las características que identifican a la actividad de RP se hizo mayor hincapié en la búsqueda, investigación y utilización de conocimientos y experiencias anteriores en pos a elaborar y poner en práctica un plan para construir un nuevo conocimiento que dará respuesta a la situación planteada, como así también la revisión de los resultados. En los ejercicios se destacó que se deben realizar una secuencia de pasos, enseñados con antelación y que asegurarían su resolución.

4.3. Características de los problemas con los que trabajan en clase

El 85,5% de los cuestionarios entregados adjuntaron las actividades solicitadas en la pregunta 5. Cabe advertir que se ubica a los docentes en la situación de proporcionar ejemplos de actividades que ellos consideran problemas que suelen trabajar con sus alumnos de secundaria con la intención de nutrir, a partir de dichos aportes concretos, el reconocimiento de sus concepciones.

En lo que sigue se muestran 16 de dichos ejemplos y se procede a analizarlos de acuerdo a los distintos encuadres presentados en la perspectiva teórica. Se anticipa que todos ellos fueron considerados “problemas” por los participantes; asimismo las autoras, en conjunción con los referentes teóricos tenidos en cuenta, disienten en siete casos (Ejemplos 1, 3, 4, 6, 11, 14 y 15).

De acuerdo a la clasificación propuesta por Polya (1962): problemas por demostrar y problemas por resolver, cabe advertir que solo tres docentes (D1, D14 y D62) adjuntan seis problemas correspondientes a la clasificación de problemas por demostrar. El resto de las actividades presentadas se encuadran en problemas por resolver.

Ejemplo 1
Problema por demostrar (D1, 6to. año, alumnos de 17 años de edad)
Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
El punto p(0,0) pertenece a la recta R: 3x+4y=0.
S: 2x–1=0 es paralela al eje x. *(…)*
Las rectas A: 2x–3y–1=0 y B: 2x+y+2=0 no son perpendiculares.

Teniendo en cuenta a Mayer (1983), los problemas deben tener cuatro componentes: las metas (determinar la veracidad o falsedad de las enunciaciones), los datos (explícitos o implícitos, están en cada una de las afirmaciones de la actividad), las restricciones (factores que condicionan la vía para llegar a la solución, que dependen de los conocimientos, habilidades y estrategias que el educando pueda o no poner en juego) y los métodos u operaciones (que se efectúen para resolverlo).

Además, cabe señalar que el tema de funciones lineales y expresiones polinómicas se desarrolla en la escuela secundaria desde el 1er. año de manera progresiva, con lo cual esta actividad que se propone para 6to. año de secundaria no debería presentar en el alumno ningún inconveniente. Por ello, para la edad seleccionada por D1, esta actividad no sería un problema ya que: su solución se puede conseguir de manera inmediata, dado que su comprensión no debería llevar mucho tiempo; no lleva a la construcción de conocimiento nuevo, es una actividad de aplicación de conocimientos ya adquiridos; no genera en el alumno sentimientos de frustración o ansiedad; no representa un obstáculo para el alumno.

Es así que esta actividad no tiene restricciones -en el sentido de Mayer (1983)- de una envergadura tal que la ubiquen como un genuino problema matemático en 6to. año de la escolaridad secundaria.

Ejemplo 2
Problema por resolver (D9, 1er. año, alumnos de 12 años de edad)
Un DVD cuyo valor es de $450 se compra en 9 cuotas fijas de $59 cada una.
¿Cuál es el recargo que se aplicó?

A esta actividad D9 la propone para 1er. año de secundaria, año de la escolaridad donde este tema se comienza a trabajar. Dependiendo del momento, esta propuesta de trabajo puede ser un ejercicio o un problema. Si se analiza desde las cuatro etapas de Polya (1962) se tiene que:

1) Comprender el problema: aquí el estudiante debe comprender que el precio dado del DVD es el precio si se paga al contado, que el precio del producto en cuotas es superior al precio de contado, a raíz del recargo que se le efectúa, y que el recargo es un importe que se agrega al precio de contado haciendo al producto más caro.

2) Trazar un plan para resolverlo: para elaborar el concepto de porcentaje y hallar distintas maneras de resolución es relevante tener presente si el grupo de clase cuenta con ciertos contenidos ya trabajados (regla de tres simple, fracciones y expresiones decimales).

3) Poner en práctica el plan: existen distintos caminos de resolución de este problema dependiendo del eje temático desde el cual se aborde (números naturales o racionales) haciendo uso de la regla de tres simple.

4) Comprobar los resultados: se podría efectuar el proceso de averiguar el importe que le corresponde al recargo, agregárselo al importe de contado para así corroborar que coincide con el valor que se obtiene de multiplicar el importe unitario de las cuotas con la cantidad de cuotas.

Durante estas cuatro etapas es importante que el docente realice intervenciones en los momentos justos para acompañar, pero sin anticipar, frustrar, censurar o mostrar demasiado.

Finalmente estamos en condiciones de afirmar que el Ejemplo 2, utilizado como disparador para motivar y construir un nuevo conocimiento, cumple con las condiciones propuestas por Douady (1995): enunciado con sentido para el alumno (se trata de la compra de un producto electrónico que probablemente tenga en su casa o conozca); el alumno puede considerar una respuesta al problema, más allá de la estrategia (pensando, por ejemplo, en un porcentaje menor al 50% o en una cifra menor al precio de contado del producto); la respuesta no es evidente, hay que desarrollar una argumentación (el procedimiento efectuado en la resolución sirve de vía para ello); riqueza en los conceptos implicados (desde lo matemático -regla de tres simple directa, parte-todo- y desde lo extramatemático -compra de producto electrónico, forma de pago-); apertura del problema (el alumno tiene que plantear varias cuestiones y no hay una única forma de hacerlo); el problema se puede formular en, por lo menos, dos marcos diferentes (números naturales, números racionales); el conocimiento buscado (al ubicar a esta actividad como motivadora inicial) se constituye así en el medio científico para responder al problema.

De acuerdo a Bertoglia (1990), los problemas pueden ser abiertos o cerrados. La mayoría de las actividades propuestas por los profesores, excepto cuatro (D30, D37, D52 y D54), son problemas del tipo cerrados.

> ***Ejemplo 3***
> *Problema abierto (D52, 2do. año, alumnos de 13 años de edad)*
> ¿A qué distancia se encuentra el horizonte?

Para este problema D52 manifestó que hubo desorientación en la palabra “horizonte”, es decir, los estudiantes no comprendían el significado del concepto. También apreció gran interés en la búsqueda en diccionarios y en la confección de representaciones gráficas, pero se presentaron dificultades en el pasaje de unidades. Solo dos de los 30 alumnos llegaron a un resultado factible.

Analizando esta actividad desde la perspectiva de Bertoglia (1990), en cuanto a los cinco requisitos de una situación para que sea un problema, se puede deducir que esta actividad no resultó ser un verdadero problema, dado que no cumple con tres de los cinco requisitos:

1) El primer principio considera que mediante la resolución del mismo se debe llegar a la construcción de un conocimiento nuevo incluido en el Diseño Curricular y alcanzable por la mayoría de los alumnos. Esto último no sucedió en este caso (solo dos de 30 alumnos llegaron a un resultado factible).

2) En el segundo se expresa que deben estar aseguradas las condiciones previas para que los alumnos puedan aplicar los conocimientos adquiridos. Sin embargo, en la implementación hubo dificultades en el significado de conceptos clave del enunciado (horizonte) y en el pasaje de unidades (como herramienta a disposición).

3) Sobre el tercero se puede afirmar que claramente esta actividad excedió la capacidad de respuesta de los alumnos, es decir, resultó demasiado compleja para el grupo al que se le presentó.

Esta actividad descontextualizada de un grupo específico de alumnos cumpliría con todos los requisitos expuestos para ser un verdadero problema. Pero la elección no se puede realizar de esta manera, por lo cual es importante que los docentes conozcamos los conocimientos previos con los que cuentan los estudiantes para que las actividades que propongamos no generen en ellos estados de frustración, ansiedad e incluso negación.

> ***Ejemplo 4***
> *Problema cerrado (D2, 4to. año, alumnos de 15 años de edad)*
> ¿Cuál es la altura de un puente que cruza un río de 35 m de ancho, si desde uno de los extremos del puente se ve la base del mismo pero del lado opuesto con un ángulo de depresión de 15º? *(con un dibujo).*

Se estudia el Ejemplo 4 de acuerdo a las cuatro componentes que propone Schoenfeld (1994):

1) Recursos cognitivos: teniendo en cuenta los contenidos del Diseño Curricular, los estudiantes deberían haber trabajado en los cursos anteriores las características, propiedades y clasificación de triángulos, el teorema de Pitágoras, los ángulos entre dos paralelas y una transversal, y las funciones trigonométricas.

2) Heurística y control: el alumno ya cuenta con la representación gráfica de la situación y con los datos ubicados en la misma. Esto facilita el proceso de comprensión del problema y su tarea se reduce a la búsqueda del camino para alcanzar su solución. De acuerdo a los conocimientos previos con los que debería contar el alumno, puede resolverlo sin grandes inconvenientes. La mayor dificultad podría ser recordar las fórmulas trigonométricas. Es así que esta situación problemática no sería generadora de un nuevo conocimiento. Para el proceso de solución el alumno debe recordar que el ángulo dado, al ser de depresión, es igual al ángulo de elevación; o bien, que al estar comprendido entre dos rectas paralelas (bases del rectángulo) y una transversal (diagonal) es igual al ángulo derecho de la base por ser alternos internos entre paralelas y que la altura que se busca calcular corresponde al cateto opuesto respecto al ángulo mencionado.

3) Sistema de creencias: existen diversas concepciones muy arraigadas en los alumnos respecto a esta disciplina ("si el resultado es un número grande entonces está mal", "no se puede hacer de otra manera que no sea la que el profesor dice", "la solución es única y las matemáticas son solo para alumnos brillantes").

Cabañas (2000) clasifica los problemas teniendo en cuenta tres tipos de parámetros:

1º) Según la forma (problemas con texto y problemas sin texto). Casi las tres cuartas partes de los problemas presentados se encuadran en los "con texto". El resto se corresponde con problemas matemáticos "sin texto".

> ***Ejemplo 5***
> *Problema con texto (D46, 4to. año, alumnos de 15 años de edad)*
> Se dispone de un marco de madera cuadrado de 25 cm de lado. Sobre uno de los lados se considera un clavo a una cierta distancia, hacia la derecha, del vértice izquierdo del marco. De manera análoga, se toman puntos sobre los otros lados, con lo cual se determinan los vértices de un cuadrilátero que queda formado cuando unimos esos puntos con bandas elásticas.
> Si se mueve uno de los vértices de este cuadrilátero, los otros se mueven de la misma manera *(con un dibujo)*.
> a) ¿Todos los cuadrados que quedan determinados de esta manera tienen igual superficie?
> b) ¿Se puede encontrar una expresión que relacione la superficie del cuadrado interior con la distancia de desplazamiento?
> c) ¿Cuál es el cuadrado de superficie máxima que se puede construir? ¿Y el de mínima superficie?

Esta actividad, con ligeras variantes, fue seleccionada por tres docentes (D11, D45 y D46). D11 manifestó que fue muy interesante trabajarla porque permitió la construcción por parte de los alumnos del modelo matemático en estudio y, en contraposición, D45 la consideró una pérdida de tiempo al no poder resolverla con sus alumnos.

Al respecto, Bertoglia (1990) manifiesta que una situación para que sea un verdadero problema debe realizarse atendiendo a cinco principios fundamentales:

1) Ajustarse a los objetivos de aprendizaje: esta situación problemática como actividad introductoria, como ha sido manifestado en algunas de las encuestas, permite la construcción de un nuevo modelo matemático: "el modelo cuadrático". De esta manera, el objetivo principal es que todos los alumnos puedan lograr dicha construcción para poder comprender el nuevo contenido a desarrollar. En este proceso es importante que el docente monitoree y guíe a sus alumnos.

2) Reservarse para el momento oportuno: teniendo en cuenta los distintos factores expuestos en la Tabla 1, es que el docente estará en condiciones de decidir cuándo será la instancia propicia para presentarle una actividad de este estilo a sus alumnos.

3) Tener un nivel de complejidad adecuado: está estrechamente vinculado con el principio anterior. Es importante el conocimiento que el docente tiene de su grupo de clase para una elección correcta de las actividades, de manera que las mismas no sean demasiado fáciles y aburridas o tan complicadas que no puedan ser resultas y provoquen frustración.

4) Favorecer el trabajo reflexivo: esta actividad es rica por la variedad de situaciones que permite desplegar en el aula; por ejemplo: construcción de material tangible para poder dar una respuesta intuitiva al primer interrogante, trabajo en pequeños grupos, uso de computadoras con software matemático y puesta en común. Esta metodología de trabajo requiere tiempo.

5) Presentar la información en términos positivos y familiares: el enunciado es claro y entendible para la edad en la cual está pensada la actividad.

En estos cinco principios se evidencia la importancia del análisis previo que todo docente debe realizar en los problemas que quiera trabajar con sus alumnos, debido a la gran variedad de factores que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

> ***Ejemplo 6***
> *Problema sin texto (D42, 3er. año, alumnos de 14 años de edad)*
> (Consiste en resolver operaciones combinadas con fracciones).

El alumno debe ejercitar una técnica o destreza ya aprendida, constituyendo una tarea reproductiva para la edad escolar que fue seleccionada, pues en los años precedentes se trabajan las operaciones en el conjunto de los números racionales (positivos en 1er. año y negativos en 2do. año), con la calculadora, las propiedades de la potenciación y el orden de las operaciones.

2º) Según los procedimientos (problemas simples o compuestos). Por los procedimientos que se utilizan en el proceso de solución se tiene que en dos casos únicamente (D52 y D54) los problemas se encuentran dentro de la clasificación de compuestos. Es decir, prácticamente todos los problemas propuestos forman parte de la clasificación en simples.

> ***Ejemplo 7***
> *Problema compuesto (D54, 2do. año, alumnos de 13 años de edad)*
> Suponiendo que solo conocemos el área de un triángulo (su fórmula), descubre las fórmulas de las áreas de un cuadrado, rectángulo, pentágono, hexágono, etc.

Figuras geométricas constituye una unidad de 1er. año de secundaria que, por su extensión, se desarrollan solo sus clasificaciones, características, propiedades y cálculo de áreas de triángulos, rectángulos y cuadrados. Es así que esta actividad, de ser tomada como introductoria al año siguiente, podría resultar un verdadero problema -como dice de Guzmán (1993)-, porque el alumno se encontraría frente a una situación que quiere resolver pero no conoce el camino para poder hacerlo. Si se analiza desde las cuatro etapas de Polya (1962) se tiene que:

1) Comprender el problema: el estudiante debe recordar el concepto de área de una figura plana, las características y elementos constitutivos de los triángulos, la fórmula de su área y la imagen de cada una de las figuras a las cuales hace alusión la actividad.

2) Trazar un plan para resolverlo: sería conveniente que los alumnos formen pequeños grupos de trabajo, que puedan realizar representaciones gráficas, construyan herramientas tangibles que les permitan visualizar más claramente lo pedido, discutan la elección del camino más conveniente y terminen elaborando, mediante la interacción con pares, la mejor estrategia de resolución de la situación problemática planteada.

3) Poner en práctica el plan: ejecutar el plan trazado para efectivamente “descubrir” las fórmulas de cálculo de áreas de distintos polígonos a partir de la del triángulo.

4) Comprobar los resultados: una buena manera de corroborar si los grupos llegaron a las fórmulas correctas es proponer que cada uno exponga ante los demás sus resultados, y así analizar las distintas producciones, ver los errores y la forma de corregirlos.

> ***Ejemplo 8***
> *Problema simple (D34, 2do. año, alumnos de 13 años de edad)*
> La abuela Nora quiere preparar alfajorcitos de dulce de leche. En el almacén venden la harina a $2,30 el kilo, el cacao a $4,20 el kilo y a $1,45 el cuarto kilo de dulce.
> Receta para 12 alfajores: 2/5 kg de harina; 1/8 kg de cacao; 1/4 kg de azúcar; 1/4 kg de dulce de leche; 3 yemas.
> ¿Cuánto gasta en la harina, cacao y dulce de leche para preparar 24 alfajores?

Esta actividad es considerada un problema simple porque su enunciado cuenta con toda la información necesaria para resolverla y puede resultar una situación compleja (no inmediata) para los alumnos por el hecho de estar expresada con fracciones (si bien no tendrían que tener dificultades porque en 2do. año ya dispondrían de todas las herramientas necesarias para hallar su solución).

Teniendo en cuenta los cuatro componentes de Mayer (1983) se observa que la meta consiste en hallar el costo de tres de los productos que se necesitan para preparar 24 alfajores, los datos necesarios se encuentran en el enunciado (precios de la harina, del cacao y del dulce de leche así como las cantidades necesarias de cada uno para obtener una docena de alfajores), como restricción puede presentarse la idea arraigada en los alumnos de que "si tiene fracciones es difícil", en muchos casos a raíz de la ausencia de un concepto claro de las mismas y entre los métodos se pueden utilizar soportes gráficos u operaciones con fracciones. Además, esta actividad cumple con las condiciones que plantea Douady (1995) para ser considerada un problema.

3º) Según el tipo de exigencia (determinación o cálculo, construcción y demostración). El 63%, aproximadamente, de los problemas propuestos son de determinación o cálculo, el 35% refiere a problemas de construcción y el resto corresponde a problemas denominados de demostración. Este último tipo coincide con uno de los tipos de la clasificación de Polya (1962) y fue desarrollado con el Ejemplo 1.

> ***Ejemplo 9***
> *Problema de determinación o cálculo (D14, olimpíadas matemáticas, nivel 1: alumnos de 13-14 años de edad)*
> Francisco olvidó la clave de su tarjeta de banco y quiere realizar un retiro. Apenas recuerda que su clave contiene 4 dígitos y cumple lo siguiente:
> Ninguno de los dígitos es 0 ni es mayor que 5.
> No hay dígitos repetidos.
> No hay dos dígitos adyacentes que sean números consecutivos.
> La clave es un múltiplo de 4.
> Por ejemplo, *(…)* Francisco, que tiene muy mala suerte, probó todos los casos posibles y no funcionó hasta que probó la última posibilidad. ¿Cuántos casos probó Francisco?

Los alumnos de secundaria cuentan con los conocimientos necesarios para hallar la respuesta. Esta actividad requiere trabajar con muchas condiciones simultáneamente, para lo cual se necesitará atención, tiempo, constancia y dedicación, porque la solución no se podrá obtener de manera inmediata. Durante la elaboración y ejecución del plan pueden presentarse distintos sentimientos que puedan llevar al deseo de abandonarlo; para esto es importante que el alumno se sienta motivado en hallar la solución (que son 5 posibilidades: 1352, 3152, 4152, 1524 y 3524).

> ***Ejemplo 10***
> *Problema de construcción (D7, 3er. año, alumnos de 14 años de edad)*
> En un restaurante hay capacidad para cien personas. En total hay 21 mesas para 6 personas y 4 personas cada una. ¿Cuántas mesas de cada capacidad hay en el restaurante?

En los años precedentes se trabaja, de manera progresiva, la representación de los modelos lineales y cuadráticos, y la resolución de ecuaciones de primer grado. El contenido sistemas de ecuaciones lineales se comienza a abordar en 3er. año de secundaria, para lo cual esta actividad, como manifiesta el docente, puede ser motivadora si se utiliza al comienzo de la unidad a desarrollar.

Analizando la situación problemática propuesta mediante las componentes de Schoenfeld (1994), en cuanto a los recursos cognitivos se tiene que los alumnos deberían contar con los conocimientos matemáticos de representación gráfica de funciones lineales, resolución de ecuaciones de primer grado y conversión coloquial-simbólico, como herramientas a utilizar para buscar la respuesta. En términos de heurística y control, es posible advertir que al trabajar con la actividad tenderán a resolverla probando distintas cantidades posibles para las mesas de 4 y 6 personas, y probablemente luego de varios ensayos consigan la respuesta correcta. Difícilmente logren plantear las dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y, si lo lograsen, no conseguirían resolverlas al no conocer los métodos que hacen esto posible. Es aquí indispensable la intervención docente para mostrar la necesidad de desarrollar un nuevo contenido que permita hallar la solución del problema de una manera más rápida y segura. Existen dos marcos diferentes, algebraico y gráfico, a través de los cuales se puede resolver el sistema de ecuaciones que modeliza la situación ($x+y=21$; $6x+4y=100$), donde x e y representan la cantidad de mesas cuya capacidad es de 6 y 4 personas respectivamente). Ambas formas son válidas para hallar la respuesta al problema planteado pero el método gráfico, sobre todo a mano, puede arrojar resultados aproximados.

Como se presentó anteriormente, Stanic y Kilpatrick (1988) conciben a la RP en tres grandes categorías: como contexto, como habilidad y como hacer matemáticas.

1º) Resolver problemas como contexto, donde los problemas juegan cinco roles principales:

1) Como una justificación para enseñar matemáticas: la mitad de los docentes adjuntó al menos una actividad relacionada con alguna experiencia de la vida cotidiana. Entre ellas se encuentran: crecimiento de bacterias, cálculo de alturas y distancias, suministro de medicamentos, descuentos y recargos, datos históricos, claves bancarias, control de gastos, recetas de cocina, movimiento de vehículos.

Ejemplo 11
Experiencia de la vida cotidiana (D8, 6to. año, alumnos de 17 años de edad)
Para un acto escolar se ha armado un escenario en el patio del colegio. Por la forma del mismo se deben colocar las sillas en filas de manera tal que la primera tenga 15, la segunda 17 y así sucesivamente. Se sabe que concurrirán 680 personas y se quiere calcular la cantidad de filas que deben colocarse.

Esta actividad fue seleccionada como una situación de cierre para la unidad de sucesiones. El docente manifiesta que es una propuesta muy rica porque involucra varios contenidos: sucesiones, resolución de sistemas de ecuaciones lineales y el método de la resolvente. De acuerdo al Diseño Curricular de secundaria, el contenido sucesiones geométricas y aritméticas está previsto para ser desarrollado en 4to. y 5to. años dentro del bloque "Números y Operaciones", completándose en 6to. año con "series".

2) Para proveer especial motivación a ciertos temas: más del 70% de los docentes contestó que utiliza problemas al inicio del desarrollo de un nuevo tema con el propósito de motivar a los alumnos, crearles incertidumbre y despertar en ellos la necesidad de aprender dicho tema para poder darle respuesta a la situación inicial planteada.

Ejemplo 12
Problema como introducción de un tema (D8, 5to. año, alumnos de 16 años de edad)
En un zoológico, un veterinario que debe medicar a una cebra enferma prescribe las siguientes instrucciones: el medicamento debe ser suministrado durante 10 días; el primer día, la dosis debe ser de 200 ml; cada día subsiguiente, se debe suministrar 3/5 de la dosis correspondiente al día anterior.
a) ¿Cuál es la dosis para el octavo día?

b) ¿Cuántos mililitros se le habrán dado luego de 5 días?
c) Escribe la fórmula de la función que relaciona el número de días y la cantidad de medicamentos inyectados por día.
d) Graficarlo aproximadamente.

Esta actividad pertenece al contenido de función exponencial correspondiente al 5to. año de secundaria y fue utilizada como problema introductorio y de cierre. En el primer caso como generadora de un nuevo conocimiento y en el segundo como aplicación del contenido para afianzar lo aprendido. Para ambos momentos, D8 manifiesta haber obtenido buenos resultados en dos grupos de alumnos diferentes.

Teniendo en cuenta la edad de los alumnos y los contenidos del Diseño Curricular para los años anteriores, los estudiantes cuentan con los conocimientos previos necesarios para hallar las respuestas a los interrogantes, lo que no quiere decir que la actividad carezca de dificultad y no les lleve tiempo. Asimismo, los alumnos se motivan mucho con actividades de este tipo al comienzo de la unidad a desarrollar.

3) Como actividad recreativa: no se adjuntaron actividades de este tipo, pero sí una docente (D43) manifestó trabajar con juegos matemáticos, en las clases iniciales, con el propósito de que los alumnos pierdan el miedo a las matemáticas y se entusiasmen por esta asignatura. Dice que la apatía generalizada de los alumnos se debe a la forma en que se presentan los contenidos.

4) Como medio para desarrollar nuevas habilidades: únicamente el 8% (5 docentes) involucra secuencias de actividades organizadas de manera tal que permiten la adquisición de una o varias habilidades. Solo en tres casos (D1, D37 y D44) se ponen de manifiesto los propósitos que se persiguieron y los dos restantes (D61 y D62) comprenden secuencias fotocopiadas de textos escolares.

Ejemplo 13
Problema para desarrollar nuevas habilidades (D44, 1er. año, alumnos de 12 años de edad)
Actividad 1. Nicolás le pidió el número del teléfono celular a Agustina. Ella se lo dio, pero en forma un poco misteriosa. Le dijo que para obtenerlo debía encontrar el lugar faltante en las siguientes pistas:

- 3, 6, 9, 12, …
- 18, 25, 32, 39, 46, …
- 63, 65, 69, 75, 83, …
- 8, 16, 32, 64, 128, …

a) Descubran los primeros números que continúan en cada una de las secuencias y descubrirán el número del celular de Agustina: ………………
b) En la primera pista, calculen el número que corresponde en esa secuencia, según la posición que se pide a continuación:

- Novena posición: …
- Vigésima posición: …
- Escriban alguna expresión para encontrar un término en cualquier posición: ……………… *(...)*

Actividad 11. En un rectángulo la altura mide m y su base, el doble.
a) ¿Cómo pueden expresar la medida de la base? ………………
b) ¿Cuál de estas fórmulas les sirve para calcular el perímetro del rectángulo?
4.m 5.m 6.m 2.m + 2
c) ¿Cuánto mide la altura si el perímetro es de 36cm?
d) ¿Cuánto mide la base si el perímetro es de 78cm?

Se trata de una secuencia didáctica formada por 11 actividades, donde cada una tiene un mayor grado de complejidad y abstracción que la anterior. Su objetivo, expresado por el docente, es trabajar con el lenguaje simbólico para que los estudiantes comprendan su importancia y luego puedan aplicarlo en las ecuaciones de primer grado. Los contenidos forman parte del eje "Introducción al álgebra y al estudio de funciones" en el Diseño Curricular para 1er. año vinculados con algunos temas de la unidad "Geometría y Magnitudes". En el mismo se plantea que el tratamiento del álgebra se puede comenzar mediante actividades que muestren las regularidades presentes en configuraciones de embaldosados, guardas geométricas y secuencias, permitiendo descubrir términos generales para sucesiones numéricas.

5) Como práctica: más del 70% manifiesta que usa la RP con el objetivo de que los alumnos fijen, integren o conozcan la aplicabilidad del tema que fue trabajado con anterioridad.

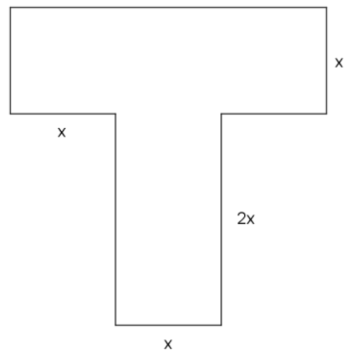
Ejemplo 14
Problema como práctica (D27, 1er. año, alumnos de 12 años de edad)
Julián tiene una caja de canicas, las que quiere colocar en bolsas que contengan la misma cantidad. Si coloca dos en cada una de las bolsas, le queda una canica suelta. Si coloca tres en cada bolsa, le sobran dos. Si coloca cuatro, le sobran tres. Finalmente, logra armar bolsas con cinco canicas cada una, sin que quede ninguna canica suelta. ¿Con cuántas canicas contaba Julián, si en la caja había más de 75 y menos de 100? ¿Cómo lo averiguaste?

Este problema corresponde a la unidad de divisibilidad dentro del eje "Números y Operaciones" del Diseño Curricular para 1er. año. Esta unidad comprende los siguientes contenidos: múltiplos y divisores, criterios de divisibilidad, números primos, compuestos y coprimos, MCM, DCM y factorización en números primos. Los alumnos contarían con los conocimientos necesarios, desarrollados con antelación, para dar respuesta al interrogante planteado.

2º) Resolver problemas como habilidad. En esta clasificación se considera que la RP debería ser un contenido propio en el Diseño Curricular. En la actualidad es considerada un proceso que debe penetrar todo el Diseño Curricular, como un contenido transversal a todos los bloques temáticos. Coinciden en considerarla una "habilidad" que se aprende, ya sea de manera transversal o como un contenido en sí mismo.

De esta manera, la RP es vista como una habilidad de nivel superior que se adquiere resolviendo problemas "no rutinarios" luego de haber resuelto problemas "rutinarios". En los problemas rutinarios, representados por el 18% de las actividades presentadas, los datos y la incógnita están claramente especificados, hay una única solución y el camino para obtenerla es fácilmente deducible. En los problemas no rutinarios, con un 82%, la información que se suministra o bien es insuficiente o hay datos que sobran, existen diferentes estrategias de resolución, pueden existir distintas soluciones o bien no tener ninguna solución posible.

Ejemplo 15
Problema rutinario (D5, 3er. año, alumnos de 14 años de edad)



a) Expresar el perímetro de la figura.
b) Si x=3 ¿cuál es el valor del perímetro?
c) ¿Si vale 5?
d) Expresar el área.

En esta actividad las respuestas a los cuatro ítems son fácilmente deducibles teniendo en claro los conceptos de perímetro y área, los datos están claramente especificados y su procedimiento de resolución es único. El docente manifiesta que es utilizada al final del tema ecuaciones, para aplicar las propiedades dadas relacionándolas con otros conceptos y propiedades. De esta manera la actividad es considerada de fijación.

Ejemplo 16

Problema no rutinario (D53, 5to. año, alumnos de 16 años de edad)

En un municipio se destinaron $250000 a la construcción de rampas para discapacitados en las esquinas que aún no las poseen.

Completa la tabla en la que se muestra cuántas rampas podrán hacerse, según el costo estimado de cada una.

Costo por rampa ($)	150	180	210	240	270	300	330
Total de rampas							

a) Si se procura construir al menos 1100 rampas, ¿cuál es el importe máximo que debe pagarse por cada una?
b) Si el menor presupuesto conseguido es de $200 por rampa, ¿cuántas podrían hacerse?

Este problema fue pensado para ser presentado a los alumnos al comienzo de un tema nuevo y D53 lo caracteriza como una actividad cuya solución exige mecanismos o principios que todavía no han aprendido. La forma de organizar la clase para la resolución de la situación planteada, expresada por el docente, es:

> Los alumnos entonces trabajan solos o en pequeños grupos para buscar una solución al problema. Poco después, ellos presentan sus respuestas y el conjunto de la clase trabaja los problemas y las soluciones buscando los conceptos matemáticos involucrados y la forma de razonamiento apropiado.

Al no tener conocimiento de un camino de resolución se pone en juego la creatividad de los alumnos y puede llevar a la elaboración de diferentes formas de hallar su solución.

3º) Resolver problemas es “hacer matemáticas”. Se espera que las experiencias de los estudiantes en la asignatura escolar matemáticas sean consistentes con la forma en que el conocimiento matemático mismo se construye. Este tipo de propuesta de trabajo no se visualizó del todo en las actividades. En la Tabla 4 se sintetizan los resultados de este apartado en cuanto a las clasificaciones que se fueron desplegando.

Clasificación	Hallazgos		
Polya (1962)	Problemas por demostrar		2%
	Problemas por resolver		98%
Bertoglia (1990)	Problemas abiertos		6,45%
	Problemas cerrados		93,55%
Pozo et al (1994)	Problemas científicos		0%
	Problemas docentes		100%
	Problemas cotidianos		0%
Cabañas (2000)	Según la forma	Problemas con texto	75%
		Problemas sin texto	25%
	Según los procedimientos	Problemas simples	96,75%
		Problemas compuestos	3,25%
	Según el tipo de exigencia	Problemas de determinación o cálculo	63%
		Problemas de construcción	35%
		Problemas de demostración	2%
Stanic y Kilpatrick (1988)	Resolver problemas como contexto	Como justificación para enseñar matemáticas	50%
		Para proveer especial motivación a ciertos temas	72,6%
		Como actividad recreativa	0%
		Como medio para desarrollar nuevas habilidades	8%
		Como práctica	71%
	Resolver problemas como habilidad	Problemas rutinarios	17,9%
		Problemas no rutinarios	82,1%
	Resolver problemas es hacer matemáticas		0%

Tabla 4. Distribución de los tipos de problemas de acuerdo a las clasificaciones

De acuerdo a la diferenciación entre problemas establecida por Pozo et al (1994) -problemas científicos, problemas docentes y problemas cotidianos-, es posible afirmar que la totalidad de las actividades presentadas corresponde a problemas docentes, seleccionados de acuerdo a las características del grupo con el que se quiere trabajar y al contenido que se quiere abordar. Las clasificaciones de problemas utilizadas para el análisis de las actividades de los docentes encuestados no son las únicas en lo que respecta a la RP, pero son las seleccionadas como más relevantes en la perspectiva teórica de este trabajo.

5. Conclusiones

A raíz de las inquietudes planteadas en el problema de investigación se formularon tres interrogantes, a los que se intentará dar respuesta.

5.1. ¿A qué consideran “problema matemático”?

Prácticamente todos los encuestados manifestaron utilizar en algún momento de sus clases la RP y expresaron aspectos que para ellos caracterizan al concepto de “problema matemático” (P1 a P17). Estos rasgos encuentran sintonía con lo planteado por el Diseño Curricular Jurisdiccional para la educación secundaria básica y superior (Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2009) y los diferentes aportes de los más destacados referentes en el tema.

Llegado este momento se elabora la siguiente definición de “problema matemático”, teniendo en cuenta las características comunes presentes en los diferentes aportes consignados. En un ámbito escolar donde el alumno tenga un papel activo en su aprendizaje y sea guiado por el docente mediante intervenciones en los momentos oportunos, evitando así frustraciones que puedan llevar al abandono de la propuesta de trabajo, una actividad matemática representará un verdadero problema cuando cumple con las siguientes particularidades: despierta en el alumno el deseo de resolverlo; no se cuenta con los conocimientos previos necesarios para darle respuesta; permite la elaboración de estrategias de resolución no mecánicas; se puede resolver desde diferentes marcos de representación (algebraico, aritmético, geométrico); no tiene una solución evidente y su hallazgo requiere tiempo; su solución se constituye en puntapié para la modelización de un nuevo concepto matemático.

5.2. ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias que señalan de una actividad matemática denominada “problema” de otra llamada “ejercicio”?

La primera característica que se desprende es que ambos tipos de actividades no presentan aspectos comunes, sino que se diferencian antagónicamente una de otra. Estas diferencias responden a los aspectos de concepción, objetivos, aplicación, motivación y tiempo (Tabla 3).

La mayor distinción se relaciona en función a los objetivos que persigue cada uno. De las características que identifican a la actividad de RP, más de la mitad hizo mayor hincapié en los aspectos referentes a la búsqueda, investigación y utilización de conocimientos y experiencias anteriores para elaborar y poner en práctica un plan para construir un nuevo conocimiento que dará respuesta a la situación planteada, como así también la revisión de los resultados. Aproximadamente la quinta parte destacó que en este tipo de actividades se ponen en juego diversos sentimientos que pueden favorecer o no el proceso, pero lo más importante es que el alumno tenga interés por resolver el problema. La comprensión del problema, sus datos y sus relaciones lleva tiempo (señalado por casi la décima parte de los encuestados), debido a que requiere de análisis y su solución no es inmediata. También aludieron, aunque en menor medida, a su faceta de aplicación (refiriéndose a las posibles variantes en las que puede derivar su puesta en marcha) y al factor tiempo (connotando que esta modalidad de trabajo no tiene una duración prefijada o estipulada para su realización).

En los ejercicios, la gran mayoría destacó que los alumnos deben realizar una secuencia de pasos, enseñados con antelación, que le asegurarían su resolución. Casi la décima parte señaló una comprensión de tipo inmediata, particularizando en algunos casos que no se requiere de mucho tiempo o esfuerzo y que su solución puede ser estipulada con antelación. Esta modalidad de trabajo no pareciera estar vinculada con aspectos emocionales, donde escasamente se mencionó a la motivación.

5.3. ¿Cómo se caracterizan los problemas que suelen proponer a sus alumnos?

Las tendencias en cuanto a los tipos de problemas propuestos estuvieron marcadas por (Tabla 4): problemas por resolver (Polyla, 1962); problemas cerrados (Bertoglia, 1990); problemas docentes (Pozo et al, 1994); problemas con texto, simples y de determinación o cálculo (Cabañas, 2000), y también problemas de construcción; problemas para proveer motivación a ciertos temas, como práctica y para enseñar matemáticas y no rutinarios (Stanic y Kilpatrick, 1988).

De la totalidad de las encuestas se seleccionaron 16 actividades de las presentadas por los docentes, como ejemplo representativo de alguna de las clasificaciones de problemas antes mencionada. De su estudio se concluye que nueve tienen las condiciones para ser consideradas "problemas matemáticos". Siete se caracterizan por haber sido presentadas como propuestas disparadoras al comienzo de un tema nuevo y dos presentan ciertas dificultades en el proceso de resolución por la cantidad de variables que se deben manipular. De las siete actividades que no fueron catalogadas como "problemas matemáticos", seis son denominadas ejercicios porque su finalidad es la mera aplicación de contenidos aprendidos con antelación y una (Ejemplo 3, problema abierto) no constituye un verdadero problema por haber resultado inaccesible para la mayoría de los alumnos.

Mediante el estudio de las respuestas de los docentes a los distintos interrogantes planteados, las actividades propuestas para sus alumnos y el año de escolaridad seleccionado, se puede afirmar que existe en casi la mitad de los casos una disociación entre los aspectos que caracterizan a una situación como problema y la actividad presentada para tal fin. Es decir, que si bien todos los aspectos planteados por estos docentes caracterizan a un problema matemático, a la hora de preparar las propuestas de clase se seleccionaron actividades que no constituyen verdaderos problemas.

Del estudio de las concepciones que tienen los docentes sobre este tema, su diferenciación con las actividades denominadas ejercicios y en relación con las propuestas de trabajo presentadas, se puede afirmar que existen situaciones puntuales sumamente importantes a tener en cuenta al momento de utilizar la RP en las clases de matemáticas, entre ellas: el docente debe tener una noción cabal de los conocimientos previos (contenidos, procedimientos y actitudes) con los que cuenta el alumno antes de resolver la actividad propuesta. De esto dependerá que se constituya o no en un verdadero problema que, a su vez, sea accesible para todos; las intervenciones oportunas del educador evitarán en el educando sentimientos negativos que pueden influir en el proceso de resolución; se debe crear un clima de trabajo donde el alumno tenga un rol activo en la construcción del nuevo conocimiento, se fomente el debate, se produzca el intercambio de ideas y se cuente con el tiempo necesario para poder realizarlo.

A modo de reflexión, deseamos cerrar subrayando que en numerosos escritos nos encontramos con la frase "hacer matemáticas es, básicamente, resolver problemas…" y es en esta premisa que nos apoyamos para sostener la idea indiscutible de que la RP debe ocupar un lugar central en la Educación y principalmente en la Didáctica de las matemáticas. En nuestro país (Argentina), mediante el Diseño Curricular de matemáticas, esta concepción es considerada la base para el desarrollo de los contenidos prescriptivos presentes en el mismo y también deducible en muchas de las respuestas de los docentes encuestados, restando fortalecerla en las actividades de clase.

Bibliografía

Artigue, V. y Messano, C. (2012). Estudio exploratorio sobre la incorporación de la Resolución de Problemas en las prácticas habituales de docentes de Matemática. *Unión*, 32, 85-104.

Bertoglia, L. (1990). *Psicología del aprendizaje*. Antofagasta: Universidad de Antofagasta.

Blanco, L. y Barrantes, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. *Relime*, 6 (2), 107-132.

Bravin, C. y Pievi, N. (2008). *Documento metodológico orientador para la investigación educativa*. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Burroni, E. (2004). Un aporte al aprendizaje permanente: la solución de problemas. *Premisa*, 23, 17-22.

Cabañas, M.G. (2000). *Los problemas… ¿Cómo enseño a resolverlos?* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Capote, M. (2012). Algunas consideraciones teóricas polémicas sobre los problemas matemáticos. *Unión*, 32, 105-122.

Chamoso, J.M., Hernández, L. y Orrantia, J. (2010). Análisis de una experiencia de resolución de problemas de matemáticas en secundaria. *Revista de Educación*, 351, 557-570.

D'Amore, B. (1997). *Problemas. Pedagogía y Psicología de la Matemática en la actividad de resolución de problemas*. Madrid: Síntesis.

Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires. (2009). *Diseño curricular para la Educación Secundaria*. Buenos Aires: Ministerio de Educación.

Douady, R. (1995). *La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento*. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (eds.) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 61-96. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Gaulin, D. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, 19, 51-63.

Guzmán, M. de (1993). Enseñanza de la Matemática. En Gil, D. y Guzmán, M. de. *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones*, 62-81. Madrid: Popular / Ministerio de Educación y Ciencia de España.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4ª ed.). México: Mc Graw Hill.

Mayer, R.E. (1983). *Thinking, problem solving and cognition*. Nueva York: Freeman.

Petrone, E., Cirelli, M., Contreras, N., Ferrari, N. y Sgreccia, N. (2014). Análisis de enunciados de problemas matemáticos para la escuela secundaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 379-388.

Philipp, R.A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. En Lester, F. (ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 257-315. Charlote: NCTM.

Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery. On understanding, learning, and teaching problem solving*. Nueva York: John Wiley and Sons.

Polya, G. (2001). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Trillas.

Pozo, J.I., Del Puy Pérez, M., Domínguez, J., Gómez, M.A. y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Aula XXI Santillana.

Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa.* Sevilla: Aljibe.

Santos, L. (1994). *La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de investigación.* México: CINVESTAV-IPN.

Schoenfeld, A. (1994). *Ideas y tendencias en la resolución de problemas*. Buenos Aires: Olimpíada Matemática Argentina.

Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. En Charles, R. y Silver, E. (eds.) *The teaching and assesing of mathematical problem solving*, 1-22. Reston: NCTM.

Thompson, A.G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 127-146. Reston: NCTM.

Natalia Salinas. Trabaja en la Escuela Secundaria Club Belgrano DIPREGEP 6799 y en la Escuela de Enfermería Cruz Roja Argentina Filial San Nicolás Dr. Pablo Ogallar DIPREGEP 4726, Argentina. Reside en San Nicolás (provincia de Buenos Aires) y nació el 7 de octubre de 1978 en San Nicolás. Posee los títulos de Profesora de matemáticas y Licenciada en enseñanza de las matemáticas.
Email: nataliaelenasalinas@hotmail.com.

Natalia Sgreccia. Trabaja en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario, Argentina. Reside en Roldán (provincia de Santa Fe) y nació el 24 de octubre de 1979 en Las Parejas. Posee los títulos de Profesora de enseñanza media y superior de matemáticas, Magíster en didácticas específicas con mención en el área de las matemáticas y Doctora en humanidades y artes con mención en ciencias de la educación.
Email: nataliasgreccia@hotmail.com.