

El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos

Jhony Alexánder Villa O., javo@une.net.co
Carlos A. Bustamante Q., bustamantequintero@gmail.com
Mario Berrio A., marioberrioz@hotmail.com
Anibal Osorio C., anibaloc86@gmail.com
Diego A. Ocampo B., piratao388@hotmail.com
Grupo de Investigación en Educación Matemática
e Historia (UdeA-Eafit)
Universidad de Antioquia

Resumen

n este documento se presentan algunos elementos que permiten reflexionar sobre el proceso de modelación como estrategia didáctica para abordar la construcción de conceptos matemáticos en el aula de clase. Estos elementos se convierten en un avance de la investigación en curso "El proceso de modelación en las aulas escolares del suroeste antioqueño" financiado por el Comité para el desarrollo de la investigación (CODI) y la Dirección de Regionalización de la Universidad de Antioquia.

Palabras clave: Modelación matemática, proceso, modelo matemático.

Introducción

Las relaciones entre las matemáticas y sus aplicaciones a la solución de problemas del mundo real han sido uno de los temas centrales de investigación para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las últimas décadas. En este aspecto, el proceso de modelación matemática se ha venido consolidando como una herramienta que posibilita la reflexión y el diseño de situaciones que permiten materializar todas estas relaciones en el aula de clase. Al respecto, Bassanezi, (2002), Biembengut, M., Hein, N. (2004), Crouch, R. and Haines, C, (2004), Hein, N., Biembengut, M, (2006), Giordano F., Weir M., Fox W., (1997) han abordado con gran éxito al proceso de modelación como una estrategia didáctica que permite construir conceptos matemáticos de una forma más comprensiva y que al tiempo ofrecen elementos para aumentar la motivación de los estudiantes.

La inclusión de la modelación en el aula de matemáticas en Colombia se propone desde 1998 con la presentación de los Lineamientos Curriculares quienes además proponen el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la implementación de otros cuatro procesos, a saber: el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. MEN (1998, p. 18). A pesar de que estos elementos cumplen diez años de estar incluidos en los documentos oficiales del Ministerio de Educación Nacional, en esta investigación se ha encontrado que en algunas instituciones educativas no se han apropiado de estos planteamientos, y por el contrario sigue predominando una visión de las matemáticas como un área formal y abstracta constituida por definiciones, axiomas e ideas comprimidas y "exactas" cuya aplicación se encuentra en un conjunto reducido de situaciones artificiales que, en algunos casos, poco o nada tiene que ve con la realidad. Con los hallazgos parciales de esta investigación se confirma la idea de que "La brecha entre las disposiciones educativas colombianas y las prácticas del aula de matemáticas continúa creciendo a

medida que se expiden nuevas disposiciones y nuevos lineamientos curriculares. Las nuevas disposiciones y lineamientos educativos se convierten en simple retórica" Aqudelo-Valderrama (2007, p.58).

Marco de referencia

El proceso de modelización²⁴ matemática viene siendo considerado como una actividad científica en matemáticas que se involucra en la obtención de modelos propios de las demás ciencias. En los últimos años se han venido adelantando investigaciones (Bassanezi, 2002; Biembengut, M., Hein, N. 2004) que posibiliten la adaptación de esta actividad científica en la enseñanza de las matemáticas de tal manera que se convierta en estrategia didáctica para abordar conceptos matemáticos en el aula de clase.

La modelización/modelación, entendida como un proceso de obtención de un modelo matemático a partir de un problema o fenómeno del mundo real, no ocurre de manera automática ni inmediata, por el contrario, requiere de cierto periodo de tiempo en el cual el modelador pone en juego sus conocimientos matemáticos, el conocimiento del contexto y de la situación y sus habilidades para describir, establecer y representar las relaciones existentes entre las "cantidades" de tal manera que se pueda construir un nuevo objeto matemático. Como proceso, la modelización/modelación puede considerarse como un ciclo que se desarrolla a través de una serie de etapas de acuerdo con Berry, J., & Davies, A., (1996) citado en Crouch, R. & Haines, C, (2004, p. 198), se desarrolla a través de unas etapas; a saber: la declaración del problema en el mundo real; formulación de un modelo; solución matemática; interpretación de los resultados; evaluación de la solución; refinamiento del modelo y [nuevamente] la declaración del problema en el mundo real.

En la siguiente tabla, retomada de Villa (2007), se presentan algunos aspectos que diferencian al proceso de modelización matemática como actividad científica y como herramienta para construir conceptos matemáticas en el aula de clase.

Criterio	Como actividad científica	Como herramienta en el aula de clase
Propósito del modelo	El modelo se construye para solucionar un problema de otras ciencias (Naturales, Sociales, Humanas) o para avanzar en una teoría o ciencia.	El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo
Los conceptos matemáticos	Emergen de la situación a través de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno.	Deben haber sido considerados a priori con base en la preparación y selección del contexto por parte del maestro y de acuerdo con los propósitos de la clase.
Contextos	Obedecen a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente al interior de la ciencia.	Deben obedecer a problemas abordados previamente por el docente de la clase con el objeto de evaluar su pertinencia con los propósitos educativos.
Otros factores	Se presenta generalmente en un ambiente propio de la ciencia en la cual se aplica y generalmente es externo a factores educativos.	Se presenta regularmente en el aula de clase bajo una motivación propia de contextos cotidianos y de otras ciencias

Tabla 1, Algunas diferencias entre los procesos de Modelización y de Modelación en el campo de las Matemáticas.

²⁴ En Villa (2007) se presenta una diferenciación entre los términos modelización y modelación matemática. La primera entendida como un proceso propio de la investigación en aplicaciones de la matemática a las demás ciencias y la segunda propia de la investigación sobre su implementación en el contexto escolar.



Ante estos aspectos, parece pertinente hacer una diferenciación entre la implementación del proceso de modelización en el aula de clase y como actividad científica. Algunos investigadores ya se han percatado de esta necesidad, por ejemplo Hein, N., Biembengut, M (2006) plantean que:

En la enseñanza formal, algunos factores como currículo, horario de las clases, número de alumnos por curso, disponibilidad de tiempo para que el profesor efectúe un acompañamiento simultáneo de los trabajos de los alumnos, nos llevaron a efectuar algunas adaptaciones en el proceso de modelización matemática como metodología de enseñanza, estableciendo un método que denominamos Modelación Matemática. (p.3)

Esta diferencia se hace necesaria debido a que en la mayoría de los casos, el proceso de modelización matemática no se puede desarrollar en todo su sentido en el aula de clase, en parte porque algunas de las situaciones del mundo real a las que se pueden ver enfrentados los estudiantes, requieren de herramientas matemáticas que no siempre se encuentran en correspondencia con su desarrollo del pensamiento; por tanto, el docente debe realizar un proceso direccionado en dos sentidos, primero el de descontextualización y segundo el de recontextualización de tal manera que la situación, sin perder su esencia e intencionalidad, se transforme en una situación que propicie el aprendizaje de los estudiantes.

En este sentido se entiende por *modelación matemática* la actividad que se realiza en la clase de matemáticas cuya *naturaleza* se deriva de la actividad científica de la modelización matemática. La modelación matemática, más que una herramienta para construir conceptos, se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático inmerso en un "micromundo" (contexto dotado de relaciones y significados) que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntarse y abordar los problemas de un contexto real.

Entre los elementos comunes que guardarían los procesos de modelación y modelización estarían: la experimentación, la abstracción y simplificación²⁵ (en cuanto a la idea de que se trabaja con un fragmento de la realidad) el uso de representaciones²⁶, y en las diferentes fases que incluyen el recorrido desde el planteamiento del fenómeno hasta la construcción, evaluación, validación y modificación del modelo. Por esta razón cuando se habla de modelación no se trata de una "elementalización" del proceso de modelización, sino todo lo contrario, una re-significación de este proceso con fines educativos. Con seguridad que esta distinción entre ambos términos carece de sentido dentro de la narrativa al interior del aula, pero sí puede ayudar a los maestros a tomar conciencia de los elementos en los que convergen y divergen estos dos procesos cuando son observados desde la panorámica de la Educación.

Metodología utilizada

En el desarrollo de esta investigación se ha adoptado como método de investigación los *estudios casos*. Para tal efecto se asume como estudio de caso al "método empleado para estudiar a un individuo o una institución [en nuestro caso un fenómeno educativo] en un entorno o situación única y de una forma lo más intensa o detallada posible" Salkind (1999, 211). Sandoval (1996, 91) apoyado en Yin (1994) establece un estudio de caso como una indagación empírica que: "Investiga un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real de existencia, cuando los límites entre el fenómeno y el contexto no son claramente evidentes y en los cuales existen múltiples fuentes de evidencia que pueden usarse". De igual manera, Hernández et. al. (2006,223) se apoya en los trabajos Mertens (2005) para afirmar que "[un estudio de caso] constituye

²⁵ En términos de Bassanezi (2002,p 27-29) la *abstracción* es un proceso que debe llevar a la formulación de los modelos matemáticos. Dicho proceso incluye la selección de las variables, la formulación del problema en un lenguaje especializado, la formulación de hipótesis y la *simplificación* dado que en muchos casos los fenómenos son lo suficientemente complejos como para ser considerados en todos sus detalles.

²⁶ Se entiende en este aspecto el término representación en el sentido Duval (1999) como una representación semiótica.



un método para aprender respecto a una instancia compleja, basado en un entendimiento comprehensivo de esta instancia como un "todo" y su contexto, mediante datos e información obtenidos por descripciones y análisis extensivos".

En la primera parte de esta investigación se identificaron las *concepciones* de los profesores frente al papel de la modelación en el aula de clase. Para ello, se utilizaron las observaciones de clase, los registros en bitácoras, los estudios de episodios y las entrevistas como instrumentos para la recolección de la información, para posteriormente realizar una triangulación de los elementos hallados. Con base en los resultados aquí obtenidos y los elementos conceptuales anteriormente planteados se han diseñado un conjunto de actividades que sirven como base para la reflexión, discusión e implementación en el aula de clases tanto por parte de los maestros como de los demás miembros de la investigación. Una de estas situaciones puede encontrarse en Villa (2007)

Consideraciones finales

Este tipo de elaboraciones ha sido motivo de una reflexión continua en los cursos de didáctica del álgebra, semillero de investigación de la licenciatura en educación básica con énfasis en matemática ofrecida por Universidad de Antioquia y del equipo investigador. En estos espacios se han podido confirmar gran parte de los elementos esgrimidos de la revisión de la literatura hecha hasta el momento en esta investigación, a saber:

- Se concibe a la Modelación como herramienta para el aprendizaje de las matemáticas ya que proporciona una mejor comprensión de los conceptos matemáticos al tiempo que permite constituirse en una herramienta motivadora en el aula de clase. A pesar de argumentos, la modelación no puede convertirse en la única estrategia para abordar los conceptos matemáticos en el aula de clase.
- La modelación matemática potencia el desarrollo de capacidades en el estudiante para posicionarse de manera crítica ante las diferentes demandas del contexto social junto con la capacidad para leer, interpretar, proponer y resolver situaciones problemas.
- La modelación matemática como proceso al interior del aula de clase, retoma su estructura de la modelización como actividad científica por tanto se espera que el estudiante alcance a desarrollar cierto grado de motivación y de destrezas frente a dicha actividad. De acuerdo con Ferrucci, B., Carter, J.(2003):

Mathematics provides one of the most powerful avenues for modelling problems across a wide range of subjects and topics. This great range of applications gives mathematical modelling the potential to improve students' motivation and attitudes related to mathematics. Societal and environmental issues are among the areas that use mathematical techniques to model situations and solve problems. (p. 665)

Bibliografía

Agudelo-Valderrama. (2007). La creciente brecha entre las disposiciones educativas colombianas, las proclamaciones oficiales y las realidades del aula de clase... *REICE. Revista electrónica iberoamenticana sobre calidad, eficacia y cambio en educación.*, 5 (001), 43-62.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.Biembengut, M.& Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafios para enseñar atemática. *Educación Matemática*, 16 (002), 105-125.



Crouch, R. and Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 35 Issue 2, 197-206.

Ferrucci, B., Carter, J. (2003). Technology-active mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34 (5), 663-670.

Giordano F., Weir M., Fox W. . (1997). *A first Course in Mathematical Modeling*. Brooks/Cole Publishing Company.

Hein, N., Biembengut, M. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. *En M. Murillo (presidente), Memorias del V festival internacional de matemática.* (págs. 1-25). Puntarenas: Colegio universitario de Puntarenas.

Hernández R., Fernández, C. Baptista P, (2006). Metodología de la Investigación, México: Mc Graw Hill

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curricularres: Matemáticas. Bogotá: Magisterio.

Sandoval, C. (1996). *Investigación Cualitativa*, Bogotá: ICFES –. ASCUN. Con acceso a través de http://www.icfes.gov.co/cont/s fom/pub/libros/ser inv soc/modulo4.pdf

Salkind, N. (1999). Métodos de Investigación. México: Prentice Hall

Villa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Logicas.* 19. 51-81