Revista digital
Matemática, Educación e Internet
(http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/).
Vol 17, No 1. Setiembre − Febrero 2017. ISSN 1659 -0643

Pierre Laurent Wantzel:El matemático relegado por la historia

Vernor Arguedas
vernor.arguedas@ucr.ac.cr
Escuela de Matemática
Universidad de Costa Rica

Recibido: Agosto 9, 2016 Aceptado: Agosto 26, 2016

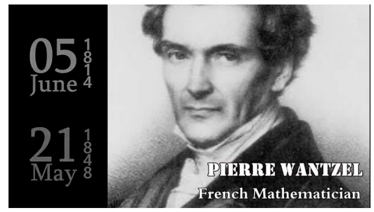
Resumen. Un matemático brillante casi olvidado. El siglo XIX tiene nombres que resuenan y brillan como: Niels Abel (1802,1829), Carl Gauss (1777-1855) ,Paolo Ruffini (1765-1822), Giuseppe Luigi Lagrange (1736-1813), Agoustin Cauchy (1789-1857), Liouville (1809-1882), y leyendas como Évariste Galois (1811-1832) y otra serie de luminarias que haría esta lista muy larga , quienes se ocuparon de alguna manera de las soluciones de polinomios por medio de radicales; el gran ausente Pierre Laurent Wantzel quien demostró de manera correcta la imposibilidad de duplicar el cubo y trisecar el ángulo por medio de regla y compás.
Recordemos que en la geometría griega hay tres problemas que llegaron hasta el siglo diecinueve de nuestra era sin resolver: la duplicación del cubo, la trisección de un ángulo y la cuadratura del círculo. Estos problemas debían ser resueltos de acuerdo a los métodos constructivos que definían una demostración en la tradición geométrica griega: una regla infinita sin marcas y un compás que se cierra si se levanta.

Palabras clave: Wantzel, números primos de Fermat, solución de ecuaciones por radicales, construcciones con regla y compás

Abstract. A brilliant mathematician almost forgotten. The nineteenth century have names that resonate and shine like Niels Abel (1802.1829), Carl Gauss (1777-1855), Paolo Ruffini (1765-1822), Giuseppe Luigi Lagrange (1736-1813), Agoustin Cauchy (1789-1857), Liouville (1809-1882), also legends as Evariste Galois (1811-1832) and a series of bright people that would make this a very long list. They somehow struggled with solutions of polynomials by radicals; notably absent is Pierre Laurent Wantzel who correctly showed the impossibility of doubling the cube and trisection the angle by ruler and compass.
Let´s remember that there are three Greek geometry problems that came to the nineteenth century unresolved: the doubling cube, the trisection of an angle and squaring the circle.
These problems should be resolved according to the construction methods defining a demonstration in the Greek geometrical tradition: an infinite ruler unmarked and a compass that collapses when lifted.

KeyWords: Wantzel, Fermat prime numbers, solution of equations by radicals, construction with rule and compass

1.1 Biografía



Pierre Laurent Wantzel nace el 5 de junio de 1814 y muere el 21 de mayo de 1848. Su colega, con quien publicó varios trabajos sobre fluidos Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant (1797-1886) escribió sobre Wantzel una detallada biografía que es la fuente de prácticamente todas las biografías de Wantzel, una parte relevantes es la siguiente:

> "Usualmente el trabajaba en las tardes y se acostaba avanzada la noche, cuando leía y dormía pocas horas, su sueño era inquieto. Consumía de manera equivocada café y opio y comía a cualquier hora hasta que se casó. El confiaba plenamente en su condición física, muy fuerte por naturaleza lo cual lo atrajo a disfrutar estos abusos. Le provocó tristeza a todos aquellos que hoy lamentan su prematura muerte."

La biografía escrita por Saint-Venant contiene muchos otros elementos de gran interés, como un listado de las publicaciones matemáticas de Wantzel, publicado en "Nouvelles Annales de Mathematiques", Journal des Candidats aux Ecoles Polytechnique et Normale (Terquem and Gerano, eds.) vol 7, pp. 321-331,1848.

La que sigue es una versión libre (parcial) al castellano de esta biografía:

> Las ciencias matemáticas han perdido a alguien de 34 años de edad en quien se habían puesto grandes esperanzas. Se podría pensar que los lectores de Nouvelles Annales quienes han recibido los beneficios de muchos de sus notables trabajo mirarán con atención esta noticia tan triste.
>
> Pierre-Laurent Wantzel ingeniero de puentes y caminos, conferencista y examinador de admisión de l'Ecole Polytechnique, miembro de la Société Philomathique nació en Paris el 5 de junio de 1814 hijo de Frederic Wantzel quien vivía y de Marie Aldon-Beaulieu quien había fallecido seis meses antes. Su padre de una familia de banqueros de Frankfurt am Main (Fráncfort del Meno) fue obligado por las guerras de 1798 a ganarse la vida en Paris, tres meses antes del nacimiento de su hijo se incorporó al ejército francés para defender el territorio invadido de su patria adoptiva.
>
> Estuvo 7 años en el servicio militar antes de reincorporarse a la vida civil, donde él continuó como profesor de matemática aplicada en el Escuela de Comercio.
> El Sr Wantzel se reunió con su esposa e hijos en Ecouen, cerca de Paris, lugar en la que su suegro tenía una propiedad.
>
> Era claro que Laurent Wantzel poseía una gran inteligencia. Fue puesto bajo la tutoría del maestro de primaria de Ecouen quien era a su vez un supervisor, junto a una gran memoria, él demostró unas maravillosas aptitudes hacia las matemáticas, materia que el leía con gran entusiasmo. Pronto superó a su maestro quien tenía dificultados supervisando al joven Wantzel de sólo 9 años de edad.

A la edad de 12 años y medio se inscribió en noviembre de 1826 en las Escuela de Artes y Carreras de Chalons dirigida por un geómetra quien apreciaba la inteligencia de Wantzel (el ya fallecido M, Bobilier). Como no le gustaban los trabajos manuales le escribió a su padre cartas vehementes solicitando una educación más científica. También le escribió a M.Lievyns y como resultado el 28 de marzo de 1828 ingresó en la institución que dirigía en la calle Boucherat.14 años después M.Lievyns entregaría la mano de su hija mayor a Wantzel. Se encargó M.Lievyns de enseñarle griego y latín a su nuevo estudiante quien con mucho ardor y entusiasmo pudo ser admitido en el Colegio Carlomagno en la clase de segundo año. Dos menciones honoríficas en latín y griego en esta clase mostraron que su ingreso no fue producto de algún favoritismo.

Como se podría suponer su progreso también fue notable en sus clases de ciencias bajo la dirección de M. Blanchet quien fuera conferencista de la escuela de Lievyns y en la actualidad inspector general de la Universidad. Esta guía produjo resultados extraordinarios. De esta manera el ya fallecido M. Reynaud le solicitó en 1829 que corrigiera las pruebas de la nueva edición de su Tratado de Aritmética en el cual aparece una demostración de Wantzel entonces de 15 años, de un lema sobre el método para la extracción de la raíz cuadrada, que todo el mundo usaba pero no había sido demostrada.
Estudiante de filosofía en 1831 obtuvo el primer lugar en ese año de una disertación en francés en el Colegio Carlomagno y un segundo premio en una disertación en latín en una competencia general de todos los colegios de Paris y el año siguiente él también salió vencedor en otra competencia general, primer premio en matemáticas y física. En ese año (1832), a la edad de 18 años obtuvo el primer lugar en la Escuela Politécnica y en la Escuela Normal (sección de ciencias) un éxito doble que hasta hoy nadie ha logrado.

El recuerdo de su graduación de la Escuela Politécnica se ha conservado como una gloriosa tradición dada por la superioridad de su mente, la nobleza, la honestidad y la generosidad de su carácter.

En 1934 ingresa en la Escuela de Ingeniería en la División de Puentes y Caminos y en 1835 es enviado a Ardennes como un estudiante viajero y en 1836 a Berry. Después de un último año de estudios avanzados él no quiere abandonar las ciencias matemáticas.

Les comentaba a sus amistades que él sería un ingeniero mediocre, él prefería la enseñanza de las matemáticas. En 1837 solicita que se le conceda un permiso indefinido, aun cuando no tenía muchos recursos prefería renunciar si no se le concedía. El jefe de la Administración M. Legrand no quiso perder a un individuo de estas características y le dejó una parte de su salario analizando trabajos escritos en alemán, idioma que se padre le había enseñado.

En mayo de 1841 se le otorgó el título de ingeniero y se le adscribió a la Escuela de Puentes y Caminos y a final de 1841 fue nombrado como conferencista del curso de mecánica aplicada. Sin embargo en noviembre de 1838 la Escuela Politécnica lo había contratado como conferencista y en 1843 se hizo cargo de los exámenes de admisión. El enseñó matemáticas especiales en las escuelas de M.Massin y M. Vedot (sucesor de Lyevyns) y dio conferencias de manera periódica en otras partes.

Dio clases privadas a numerosos estudiantes. Sus clases eran descritas como afables calurosas, lúcidas, como pocos obtenía la máxima atención de quienes le escuchaban. Buen conversador también escuchaba con atención.

Trataba de resolver los problemas matemáticos que le presentaban cosa que hacía con cariño. Sus cartas eran humildes y profundas. Poseedor de una cultura muy vasta y erudita. Apasionado por la música, aunque no era músico era capaz de discutir sobre el contrapunto con los más notables compositores. En 1842 se casó con la hija de su mentor M. Lievyns, ella tenía alrededor de 17 años. Tuvo dos hijas con ella. En una carta de ella −ya viuda− al padre de Wantzel le expresa lo feliz que fue en los 6 años de su matrimonio.

1.2 Wantzel y las matemáticas

El listado de las publicaciones de Wantzel da una idea muy clara de sus intereses matemáticos, dato tomado del artículo de Saint-Venant Journal de l'Ecole polytechnique: (títulos traducidos al castellano con comentarios de Saint-Venant y propios). Es posible que en el futuro aparezcan otros trabajos inéditos, se sabe que envió a la Societé philomatematique un artículo sobre la suma de una clase de series por medio del cálculo de residuos.

En el Journal de l'Ecole polytechnique.

- Notebook XXV, p. 151-157, 1837. "Notas sobre números inconmensurables". El autor establece la inconmensurabilidad de ciertos números de acuerdo a teorías análogas a las de Liouville.

- Notebook XXVII, p. 85-122, 1839. "Memoria sobre el flujo de aire determinado por diferencias de grandes de presiones", por M. Barre de Saint-Venant y M. Wantzel.

En el Journal de Mathématiquea pures (Liouville):

- Volume II, p. 366-372, 1837. "Investigaciones sobre los medios para reconocer si un problema geométrico puede ser resuelto por medio de regla y compás". Este artículo es fundamental en la historia de la matemática, él demuestra por primera vez que es imposible duplicar el cubo o trisecar el ángulo. Su demostración es correcta, en el hermoso libro (en inglés) "Ruler and Round: Classic Problems in Geometric Construction", escrito por Nicholas Kazarinoff, se dedican varios capítulos a explicar de manera elegante y sencilla el método de Wantzel quien no utiliza teoría de cuerpos pero si resultados de Abel. En la actualidad no hay duda sobre la validez de la demostración.

- Volume IV, p. 185-188, 1839. "Carta a M. Liouville sobre la determinación de la figura de equilibrio de una masa fluida en rotación y sujeta a fuerzas atractivas". El objetivo es presentar una demostración rigurosa al segundo método de Laplace sobre este tema.

En Comptes rendus de l'Académie:

- Segundo semestre 1842, p. 732. "Comentarios en ocasión de una memoria de M.Morice sobre la invariabilidad de grandes ejes".

- Segundo semestre, 1843, p. 1140. "Nuevas experiencias en el flujo de aire determinado bajo las diferencias de presiones considerables". (Con M.de Saint-Venant).

- Ibid., p. 1191. "Memoria sobre la integración de ecuaciones diferenciales lineales a promedios de integrales definidas". El autor aplica el método de ecuaciones diferenciales al método de Laplace para ecuaciones de diferencias finitas.

- Primer semestre de 1844, p. 1197 (Junio 24). "Una nota sobre la integración de una curva elástica con doble curvatura". En esta nota excepcional que le tomó muchas horas, él simplifica y completa la solución de Binet. Como consecuencia de este trabajo Wantzel demuestra por primera vez que la curva sujeta al eje de un cilíndro elástico sometida a un torque es una hélice.

- Segundo semestre, 1845, p. 366. "Una nota sobre el flujo de aire".

- Primer semestres, 1847, p. 430. "Nota sobre la teoría de números complejos en ocasión de la memoria de M. Lamé sobre el teorema de Fermat."

- Primer semestre, 1848, p. 600 (postmortem). "Memoria sobre la teoría de diámetros rectangulares para cualquier curva".

En Societé philomathique (nouveau Bulletin):

- Enero 14, 1843. "Nota sobre los inconmensurables de origen algebraico".

- Febrero 11. "Sobre la superficie de área mínima".

- Mayo 27. "Estado de equilibrio de las temperaturas en un cilindro de cualquier forma ,obtenido por medio de sistemas de superficies isotérmicas".

- Enero 11, 1845. "Sobre la solución de ecuaciones algebraicas por medio de radicales." En esta publicación da una demostración nueva sobre la imposibilidad de resolver cualquier ecuación por medio de radicales, reconoce los trabajos de Abel sobre el tema.

- Diciembre 6. "Demostración algebraica pura de la imposibilidad de expresar las raíces de una ecuación algebraica por medio de funciones trascendentales".

- Febrero 6, 1847. "Comentarios sobre la forma en que M. Cauchy desarrolla una función como potencias de una variable".

- Noviembre 20. "Investigación sobre los diámetros rectilíneos de curvas".

En Nouvelles Annales de mathématique:

- Volume II, p. 117-127, 1843. "Clasificación de números inconmensurables de origen algebraico".

- Volume III, p. 325-329, 1844. "Nota sobre las raíces complejas de ecuaciones y los factores de polinomios algebraicos".

- Volume IV, 57 -65, 1845. "Sobre la imposibilidad de resolver todas las ecuaciones algebraicas por medio de radicales". Este es quizá uno de los artículos más importantes de Wantzel, la versión digital aparece indicada en la bibliografía.

De los artículos publicados por Wantzel se observan dos grandes áreas de interés matemático: Las soluciones por radicales y los problemas matemáticos de los fluidos.

Un poco más del método constructivo de Wantzel : el teorema de Gauss−Wantzel que es uno de los resultados notables de este autor. Lo enunciamos de la siguiente manera: teorema de Gauss-Wantzel.

Teorema 1.1 (Gauss-Wantzel)

Un $n-$polígono regular es construible con regla y compas si y sólo sí

$$n = 2^k \cdot p_1 \cdot p_2 \cdots p_t$$

En donde n es el producto de una potencia de 2 y t números *primos de Fermat diferentes.*

Gauss se sentía muy orgullosos de su demostración sobre la constructibilidad con regla y compas del polígono regular de 17 lados, era un adolescente de 19 años cuando logró esta proeza. Él quería que en su tumba se tallara el polígono regular de 17 lados, sin embargo la persona encargada de hacerlo se negó debido a la dificultad de hacer esa figura.

Wantzel demostró este resultado de manera general.

Se conocen sólo los siguientes primos de Fermat: 3, 5 ,17 ,257 ,65537. Algunos creen que estos son los únicos primos de Fermat, está opinión no es compartida por otros teóricos de la teoría de números. Hay razonamiento probabilísticos (Boklan, Conway) que sugieren fuertemente que en todo caso se trata de una cantidad finita contrario a la hipótesis de Eisenstein en 1844 quien afirmó que había una cantidad numerable.

En algún momento en el futuro sabremos la respuesta sobre la cantidad de primos de Fermat.

¿Por qué fue ignorado Wantzel como un gran matemático? Hay varias posibles razones. Tal vez la afirmación de Gauss que muchos de sus resultados eran tomados por otros y ya él (Gauss) los había enunciado, sin embargo en el trabajo de Wantzel, en el teorema citado anteriormente, Gauss lo hizo parcialmente en una dirección, la otra parte del teorema es obra de Wantzel.

Otra razón puede ser que su vida fue algo desordenada y al graduarse como ingeniero de caminos, quizá no era bien visto y valorado por sus colegas matemáticos. Además sus artículos eran usualmente de muy pocas páginas, algunos constaban sólo de un folio.

A veces la excesiva brevedad no es un buen camino para ser reconocido.

Bibliografía

[1] Wantzel,P.L. (1845): "Démonstration de l'impossibilité de résoudre toutes les équations algébriques avec des radicaux." *Nouvelles annales de mathématiques : journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* 4 57-65. <http://eudml.org/doc/95436>.

[2] Wantzel, P. L. (1843), *"Classification des nombres incommensurables d?origine algébrique"* (PDF), Nouvelles Annales de Mathématiques 2: 117?127 O bien : http://archive.numdam.org/ARCHIVE/NAM/NAM_1843_1_2_/NAM_1843_1_2__117_1/NAM_1843_1_2__117_1.pdf

[3] Saint-Venant, (1848)."*Nouvelles Annales de Mathematiques*", Wantzel, Journal des Candidats aux Ecoles Polytechnique et Normale (Terquem and Gerano, eds.) vol 7, pp. 321-331 http://archive.numdam.org/ARCHIVE/NAM/NAM_1848_1_7_/NAM_1848_1_7__321_0/NAM_1848_1_7__321_0.pdf

[4] Nicholas D. Kazarinoff (1968), *"On who first proved the impossibility of constructing certain regular polygons with ruler and compass alone"*, American Mathematical Monthly 75 #6

[5] Nicholas D. Kazarinoff (1929-1991), *Ruler and the Round. Classic Problems in Geometrical Constructions*, Dover Publications, 2003, xi + 138 pages. This is an unabridged republication of the 1970 book titled Ruler and the Round or Angle Trisection and Circle Division.

[6] Nicholas D. Kazarinoff (1929-1991), *"On who first proved the impossibility of constructing certain regular polygons with ruler and compass alone"*, American Mathematical Monthly 75 # 6 (June-July 1968)

[7] Jesper Lützen *"Why was Wantzel overlooked for a century? The changing importance of an impossibility result"* Historia Mathematica, Volume 36, IssuE 4, November 2009, Pages 374?394. Se puede descargar la versión en pdf en; http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S031508600900010X

[8] Florian Cajori (1859-1930), *Pierre Laurent Wantzel*, Bulletin of the American Mathematical Society 24 #7 (April 1918), 339-347. http://www.ams.org/journals/bull/1918-24-07/S0002-9904-1918-03088-7/S0002-9904-1918-030887.pdf

[9] Hirano Yoichi. "*Quelques remarques sur les deux memoires de Wantzel : qui concernent les problemes des constructions geometriques et la resolution des equations algebriques*". The bulletin of Research Institute of Civilization, Tokai University 9, 37-65,1989.http://ci.nii.ac.jp/els/110000195889.pdf?id=ART0000563589&type=pdf&lang=en&host=cinii&order_no=&ppv_type=0&lang_sw=&no=1468471413&cp=[1]

[10] Echegaray, José (1887), "Disertaciones matemáticas sobre la cuadratura del círculo: El metodo de Wantzel y la división de la circunferencia en partes iguales". Imprenta de la Viuda é Hijo de D. E. Aguado, reimpreso el 15 Mayo 2016.

[11] Echegaray, José (1887), *"Metodo de Wantzel para conocer si un problema puede resolverse con la recta y el circulo"*, Revista de los Progresos de las Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 22: 1?47.[2]

[1] El artículo de Hirano Yoichi es de gran valor, trata de manera muy crítica el trabajo de Wantzel y lo pone en el contexto actual de teoría de Galois.

[2] Este matemático español fue una persona de múltiples actividades: ingeniero, político, literato, matemático, ganador del premio Nobel de Literatura en 1904.

[12] Kent Boklan, John Conway (may 2016) "Expect at most one billionth of a new Fermat Prime!". https://arxiv.org/abs/1605.01371