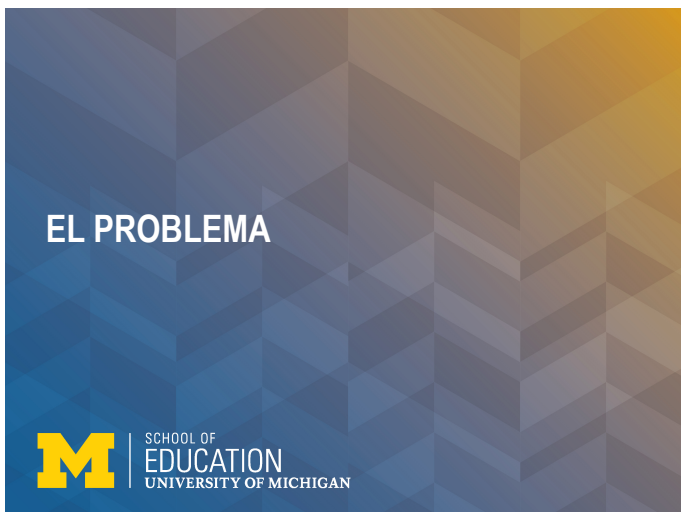


## ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA: REFLEXIONES PARA LA OBSERVACIÓN DE CLASE

Vilma Mesa

University of Michigan, Ann Arbor

Octubre 6, 2017



## PLAN DE LA PRESENTACION

- Problema
- Aproximación a una solución
  - El álgebra escolar
  - La enseñanza de procedimientos
  - Instrucción (enseñanza)
- Un instrumento de análisis de video de clases de álgebra

## PROBLEMA

Mostrar que hay una conexión entre lo que sucede en la clase y lo que los estudiantes aprenden



## PROBLEMA

Mostrar que hay una conexión entre lo que sucede en la clase y el aprendizaje de los estudiantes

(Morris & Hiebert, 2011)

- Diseñar programas eficientes de desarrollo profesoral
- Incrementar el acceso a carreras en ciencias, matemáticas, ingeniería y tecnología por parte de minorías (raza, lenguaje, clase social)

Estudiantes de estos grupos cuyos maestros usan problemas complejos en la enseñanza aprenden más

(Silver, et al., 1993, 1995, 1996)

## PROBLEMA REFORMULADO

Queremos identificar prácticas del maestro en el aula de matemáticas (en cursos de álgebra de secundaria) que contribuyen a una ganancia en el aprendizaje de los estudiantes

Nuestro objetivo: Diseñar una herramienta de análisis de videos de clases de álgebra que nos permita aislar y valorar la calidad de tales prácticas



## EJEMPLO DE UNA CLASE

- La tarea es un problema en resolución de ecuaciones exponenciales, el estudiante necesita averiguar cuánto tiempo toma doblar una inversión con una tasa de interés del 12%

7 10/6/17

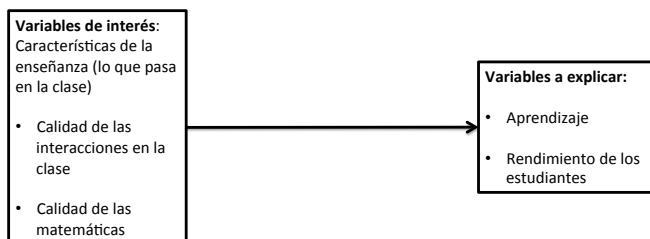


## ¿QUÉ SE HA HECHO PARA MOSTRAR QUE HAY UNA CONEXIÓN?

- Identificar posibles variables que inciden en ganancia en aprendizaje y aislar el efecto de estas variables mediante la estimación de correlaciones
- Los modelos son muy simples—a pesar de la gran cantidad de datos sólo se habla de correlación
- Se han probado en escuela primaria

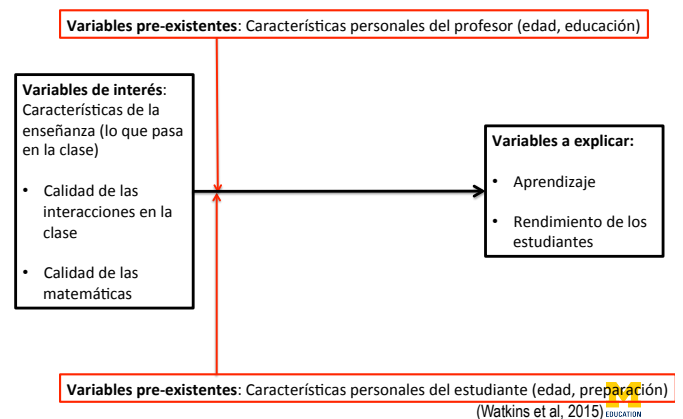


## EJEMPLO DE UN MODELO



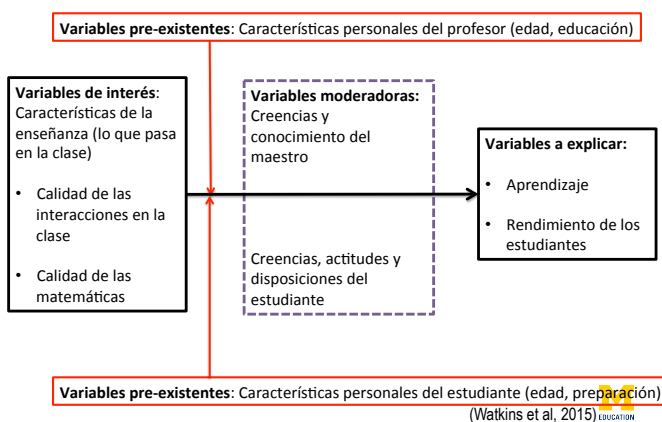
(Watkins et al, 2015)

## EJEMPLO DE UN MODELO



(Watkins et al, 2015)

## EJEMPLO DE UN MODELO



(Watkins et al, 2015)

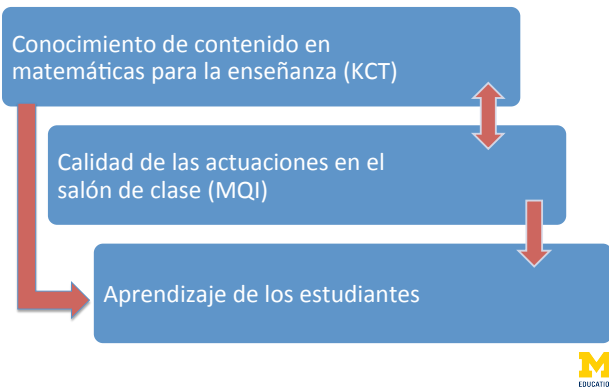
## VARIABLES QUE IMPORTAN

- El conocimiento matemático que el maestro necesita para enseñar (Knowledge of Content for Teaching, KCT)
- La calidad de las interacciones en la clase de matemáticas (Mathematics Quality of Instruction, MQI)
- Cómo les va a los estudiantes de estos maestros en pruebas estandarizadas de conocimiento matemático (medida de aprendizaje)

(Hill, Rowan, Ball, 2005; Hill, et al., 2008)



## CORRELACIONES



## HIPÓTESIS

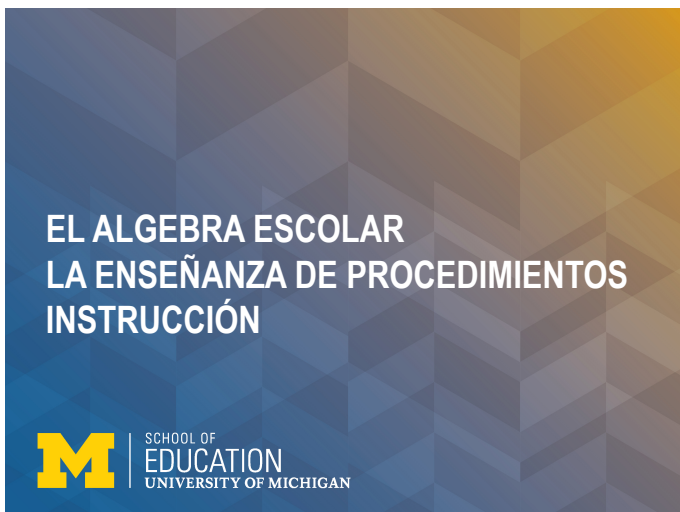
Se pueden obtener resultados similares en un tema particular, *álgebra*, en una población diferente, estudiantes de secundaria o de universidad que necesitan remediación

14 10/6/17

## EL ÁLGEBRA ESCOLAR

Tema difícil pues requiere

1. Aceptar un cambio en la ontología de los objetos matemáticos con los que se trata
  - Números  $\rightarrow$  letras
  - Símbolos p. Ej., el igual
2. Desarrollar una apreciación por “estructuras”
3. Desarrollar destreza en el uso de *procedimientos* que operan sobre objetos algebraicos



## LA ENSEÑANZA DE PROCEDIMIENTOS

Historia larga (la mayoría negativa)



## LA MALA REPUTACIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS

- Confusión de dos aspectos diferentes
  - Tipo de conocimiento
- Nivel de reflexión sobre ese conocimiento

## LA MALA REPUTACIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS

- Confusión de dos aspectos diferentes
  - **Tipo de conocimiento**
    - Factual
    - **Procedimental**
    - Conceptual
    - Metacognitivo
  - **Nivel de reflexión sobre ese conocimiento**

(Star, 2005)



## LA MALA REPUTACIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS

- Confusión de dos aspectos diferentes
  - **Tipo de conocimiento**
    - Factual
    - **Procedimental**
    - Conceptual
    - Metacognitivo
  - **Nivel de reflexión sobre ese conocimiento**
    - Superficial
    - **Profundo**

(Star, 2005)



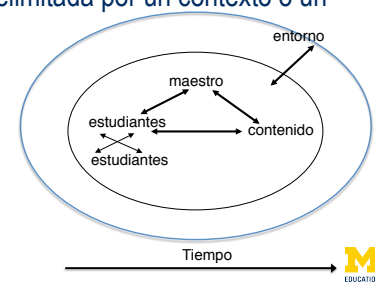
## PROCEDIMIENTOS Y NIVEL DE REFLEXIÓN PROFUNDO

- Además de poder ejecutar procedimientos con destreza...
  - saber decidir qué procedimiento usar
  - en qué condiciones se puede usar
  - qué mecanismos existen para saber si el procedimiento se ha ejecutado bien
  - en que orden se siguen los pasos y por cuál justificación matemática
  - qué conceptos matemáticos respaldan el procedimiento



## INSTRUCCIÓN

- La *interacción* entre el maestro, el estudiante y el contenido que ocurre en el marco de una situación de enseñanza y delimitada por un contexto o un entorno particular.
- Cambia con el tiempo
- Tiene ventajas metodológicas

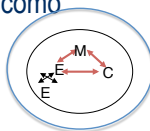


(Cohen, Raudenbush, Ball, 2003)



Conceptualizar la enseñanza en el aula como interacción nos permite:

- Aislar prácticas: lo que estudiantes y maestros dicen y hacen
- Evaluar la calidad de esas prácticas
- Determinar qué prácticas favorecen el aprendizaje de las matemáticas



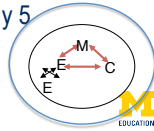
# EL INSTRUMENTO

SCHOOL OF  
EDUCATION  
UNIVERSITY OF MICHIGAN

20.6/17

## EL INSTRUMENTO DE ANÁLISIS DE VIDEO

- 16 códigos organizados en cinco componentes:
  - Características globales (3 códigos, sin valoración)
  - Dimensiones de instrucción
    - Interacción entre estudiantes y contenido (4 códigos)
    - Interacción entre maestro y contenido (3 códigos)
    - Interacción entre maestro y estudiantes (4 códigos)
    - Dimensión transversal (2 códigos)
  - Valoradas en una escala discreta entre 1 y 5



EQIPM: Evaluating Quality of Instruction in Postsecondary Mathematics			
Características del segmento	Calidad de la interacción entre estudiantes y contenido. Desarrollo de conexiones matemáticas	Calidad de la interacción entre profesor y contenido; Enseñanza de procedimientos	Calidad de la interacción entre profesor y estudiante; Desarrollo de autonomía
El foco del segmento es matemático	Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes	Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor	Continuo de instrucción entre el profesor y el estudiante
	Elaboración de conexiones entre ideas concretas y abstractas	Desarrollo de flexibilidad en el uso de procedimientos	Ambiente en la clase
Se enseñan procedimientos	Elaboración de conexiones entre representaciones	Organización en la Presentación de procedimientos	Nivel de indagación/exploración
	Modos de enseñanza	Localización de los contenidos matemáticos	Remediación de errores y dificultades de los estudiantes
Explicaciones Matemáticas			
Errores e imprecisiones en contenido y en uso del lenguaje			

(AI@CC, 2017)

EQIPM: Evaluating Quality of Instruction in Postsecondary Mathematics			
Características del segmento	Calidad de la interacción entre estudiantes y contenido. Desarrollo de conexiones matemáticas	Calidad de la interacción entre profesor y contenido; Enseñanza de procedimientos	Calidad de la interacción entre profesor y estudiante; Desarrollo de autonomía
El foco del segmento es matemático	Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes	Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor	Continuo de instrucción entre el profesor y el estudiante
	Elaboración de conexiones entre ideas concretas y abstractas	Desarrollo de flexibilidad en el uso de procedimientos	Ambiente en la clase
Se enseñan procedimientos	Elaboración de conexiones entre representaciones	Organización en la Presentación de procedimientos	Nivel de indagación/exploración
	Modos de enseñanza	Localización de los contenidos matemáticos	Remediación de errores y dificultades de los estudiantes
Explicaciones Matemáticas			
Errores e imprecisiones en contenido y en uso del lenguaje			

(AI@CC, 2017)

EQIPM: Evaluating Quality of Instruction in Postsecondary Mathematics			
Características del segmento	Calidad de la interacción entre estudiantes y contenido. Desarrollo de conexiones matemáticas	Calidad de la interacción entre profesor y contenido; Enseñanza de procedimientos	Calidad de la interacción entre profesor y estudiante; Desarrollo de autonomía
El foco del segmento es matemático	Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes	Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor	Continuo de instrucción entre el profesor y el estudiante
	Elaboración de conexiones entre ideas concretas y abstractas	Desarrollo de flexibilidad en el uso de procedimientos	Ambiente en la clase
Se enseñan procedimientos	Elaboración de conexiones entre representaciones	Organización en la Presentación de procedimientos	Nivel de indagación/exploración
	Modos de enseñanza	Localización de los contenidos matemáticos	Remediación de errores y dificultades de los estudiantes
Explicaciones Matemáticas			
Errores e imprecisiones en contenido y en uso del lenguaje			

(AI@CC, 2017)

## RAZONAMIENTO Y CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS—¿CÓMO SE IDENTIFICA?

Captura instancias en que los estudiantes dan evidencia de que están razonando y construyendo significados matemáticos que buscan profundizar la comprensión de las nociones en juego

- Dar contraejemplos
- Hacer preguntas que requieren una explicación matemática
- Proponer conjeturas
- Formular conclusiones basadas en patrones
- Postular hipótesis o generalizar
- Mencionar conexiones entre tópicos de la lección con otras áreas de las matemáticas
- Comentar las contribuciones de otros estudiantes
- Hacer contribuciones que describen pensamiento



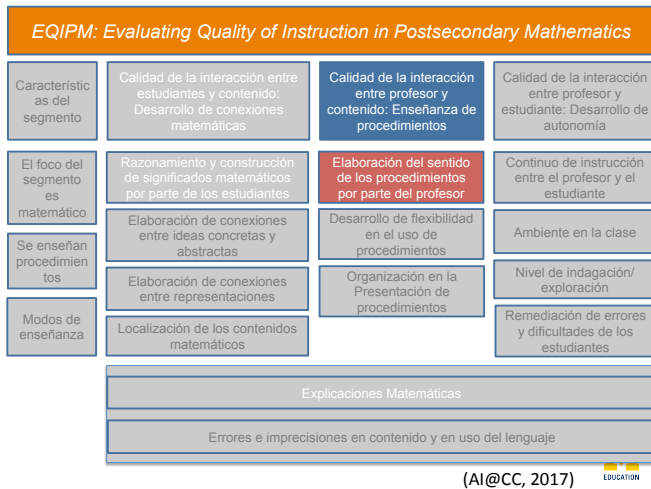
## RAZONAMIENTO Y CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS— ¿CÓMO SE VALORA?

1. No está presente: los estudiantes no participan en razonamiento o construcción de significados matemáticos en ningún momento.

3. Hay algo de razonamiento o construcción de significados matemáticos por parte del estudiante, pero éstos no avanzan la clase ni profundizan la comprensión. No se mantiene.

5. Se observa a los estudiantes participar de razonamiento y construcción de significados matemáticos y éstos avanzan las matemáticas. El pensamiento de los estudiantes se hace explícito.





## ELABORACIÓN DEL SENTIDO DE LOS PROCEDIMIENTOS—IDENTIFICACIÓN

Captura la forma en que el maestro ayuda a los estudiantes a entender el sentido y razón de ser de los procedimientos con el fin de desarrollar intuición acerca de cómo funcionan

- Identificar la solución generada por el procedimiento e interpretarla
- Mencionar las condiciones del problema y notar como estas condiciones sugieren qué procedimiento aplicar
- Mostrar cómo se sabe que se ha obtenido una solución y que no se necesita hacer nada más
- Identificar la estructura de expresiones y explicar cómo se mantiene o se transforma después de aplicar un paso del procedimiento
- Mencionar las propiedades matemáticas que justifican el procedimiento
- Identificar cuál es el objetivo matemático del procedimiento para decidir qué pasos tomar (no se necesita expandir un producto pues más tarde hay que simplificar)
- Dar el sentido de pasos individuales en el procedimiento

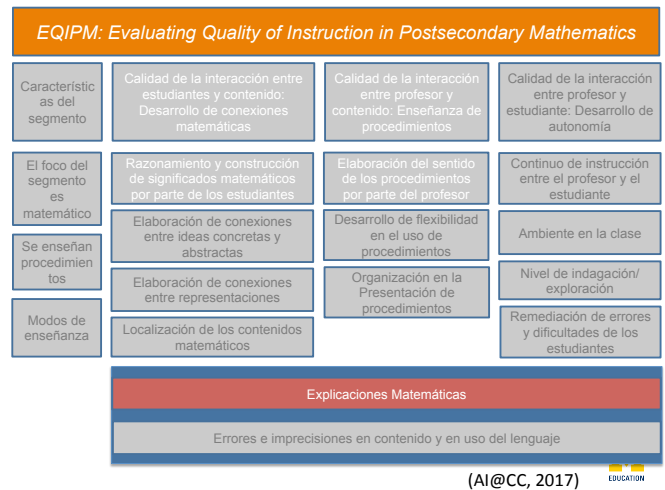


## ELABORACIÓN DEL SENTIDO DE LOS PROCEDIMIENTOS—VALORACIÓN

1. el procedimiento se presenta sin dar sentidos: es una receta que se sigue y que tiene una aplicación limitada

3. el maestro da sentido al procedimiento pero esto no es el foco de la instrucción

5. el maestro le da sentido a los procedimientos durante la instrucción mediante el uso de varios elementos que dan sentido o de un elemento que da sentido continuamente



## EXPLICACIONES MATEMÁTICAS—IDENTIFICACIÓN

Captura los casos en que el maestro o los estudiantes dan el razonamiento matemático y la justificación de por qué algo se hace

- Decir por qué un procedimiento funciona o no
- Decir por qué un método de solución es apropiado o no
- Decir por qué una respuesta es verdadera o falsa
- Presentar una definición y mostrar cómo se aplica
- Ilustrar como se usan las condiciones del problema para justificar decisiones



## EXPLICACIONES MATEMÁTICAS—VALORACIÓN

1. no se observan explicaciones: lo que se dice no incluye razonamientos o justificación matemáticos. Solamente se dan pasos de un procedimiento

3: las explicaciones son breves o carecen de detalle. La explicación solamente aplica a una tarea específica

5: las explicaciones son completas, utilizan definiciones que explican “por qué”, utilizan un argumento matemático o una demostración





## ASPECTOS TÉCNICOS

- Los videos de las clases se evalúan en segmentos de 7.5 min  
Las clases varían en duración (40-150 min)  
Por cada maestro se recolectan entre dos y tres clases  
Dos personas codifican cada segmento en cada video, discuten y reconcilian diferencias de más de un punto  
Para el análisis, se compilan todas las valoraciones:
- Se comparan proporciones de valoraciones por cada clase
  - Todos las valoraciones se someten a un análisis factorial para explorar la estructura del instrumento



## EJEMPLO

- El segmento al cual pertenece el clip...
  - Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes: **3**  
*En el clip se observa al estudiante explicar por qué la tasa de interés del 12% se transforma en 1.12 y no en .12. El estudiante hace explícito su proceso de prueba y error*
  - Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor: **4**  
*El profesor explica cómo funciona la estrategia de prueba y error que el estudiante ejecutó*



- Explicaciones matemáticas: **3**
  - *No se observa en el clip, la heurística para la estimación del tiempo que toma doblar la cantidad no sustenta matemáticamente*

## PARA ESTE MAESTRO, EN 29 SEGMENTOS

- Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes: 21 se valoraron como 3 o 4
- Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor: 21 se valoraron como 4 o 5
- Explicaciones matemáticas: en 5 segmentos no se observaron o fueron inapropiadas

39 10/6/17



## RESULTADOS PRELIMINARES, ASPECTOS TÉCNICOS

- Todas las valoraciones se usan en todos los códigos  
Hay variabilidad en las valoraciones  
no hay efecto de piso (todos los valores bajos)  
no hay efecto de techo (todos los valores altos)  
→ Puede hacerse una corroboración empírica de las dimensiones del instrumento

41 10/6/17



## RESULTADOS PRELIMINARES, SOBRE EL INSTRUMENTO

- Identificamos tres dimensiones pero no se mapean directamente al modelo conceptual del instrumento:
- **Desarrollo de conexiones por parte del profesor:** conexiones entre ideas concretas y abstractas, conexiones entre representaciones, sentido de los procedimientos, localización de las matemáticas, explicaciones
  - **Atención al pensamiento de los estudiantes:** razonamiento y construcción de significado, continuo de instrucción maestro-estudiante, nivel de indagación, remediación de errores y dificultades
  - **Claridad:** Errores e imprecisiones, organización de la presentación, ambiente de la clase, flexibilidad

42 10/6/17



EQIPM: Evaluating Quality of Instruction in Postsecondary Mathematics			
Características del segmento	Desarrollo de conexiones por parte del profesor		
El foco del segmento es matemático	Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes	Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor	Continuo de instrucción entre el profesor y el estudiante
Se enseñan procedimientos	Elaboración de conexiones entre ideas concretas y abstractas	Desarrollo de flexibilidad en el uso de procedimientos	Ambiente en la clase
Modos de enseñanza	Elaboración de conexiones entre representaciones	Organización en la Presentación de procedimientos	Nivel de indagación/exploración
	Localización de los contenidos matemáticos		Remediación de errores y dificultades de los estudiantes
	Explicaciones Matemáticas		
	Errores e imprecisiones en contenido y en uso del lenguaje		

43 10/6/17



EQIPM: Evaluating Quality of Instruction in Postsecondary Mathematics			
Características del segmento		Atención al pensamiento de los estudiantes	
El foco del segmento es matemático	Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes	Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor	Continuo de instrucción entre el profesor y el estudiante
Se enseñan procedimientos	Elaboración de conexiones entre ideas concretas y abstractas	Desarrollo de flexibilidad en el uso de procedimientos	Ambiente en la clase
Modos de enseñanza	Elaboración de conexiones entre representaciones	Organización en la Presentación de procedimientos	Nivel de indagación/exploración
	Localización de los contenidos matemáticos		Remediación de errores y dificultades de los estudiantes
	Explicaciones Matemáticas		
	Errores e imprecisiones en contenido y en uso del lenguaje		

(AI@CC, 2017)



EQIPM: Evaluating Quality of Instruction in Postsecondary Mathematics			
Características del segmento			Claridad
El foco del segmento es matemático	Razonamiento y construcción de significados matemáticos por parte de los estudiantes	Elaboración del sentido de los procedimientos por parte del profesor	Continuo de instrucción entre el profesor y el estudiante
Se enseñan procedimientos	Elaboración de conexiones entre ideas concretas y abstractas	Desarrollo de flexibilidad en el uso de procedimientos	Ambiente en la clase
Modos de enseñanza	Elaboración de conexiones entre representaciones	Organización en la Presentación de procedimientos	Nivel de indagación/exploración
	Localización de los contenidos matemáticos		Remediación de errores y dificultades de los estudiantes
	Explicaciones Matemáticas		
	Errores e imprecisiones en contenido y en uso del lenguaje		

(AI@CC, 2017)



## ¿QUÉ APRENDIMOS? ¿QUÉ QUEREMOS HACER?

- Independientemente de cómo se organizan los códigos en dimensiones, hemos comprobado que las definiciones dan información concreta, observable y aislable, sobre la actuación del maestro y del estudiante que se pueden asociar a aspectos claves de la enseñanza del álgebra
- La observación de muchas instancias de comportamientos ejemplares darán las bases para crear programas de desarrollo profesoral



## AGRADECIMIENTOS

- La National Science Foundation financió este proyecto (EHR #1561436). Las opiniones, resultados, conclusiones, o recomendaciones expresadas en este material son de los autores y no reflejan necesariamente la posición de la fundación.
- El equipo de AI@CC: Laura Watkins, April Strom, Irene Duranczyk, Nidhi Kohli, Megan Breit-Goodwin, Randy Nichols, Patrick Kimani, Angeliki Mali, Anne Cawley, Saba Gerami y Dexter Lim
- El grupo de investigación RTMUS @ U-M

47 10/6/17



Contacto: [vmesa@umich.edu](mailto:vmesa@umich.edu)

# PREGUNTAS

SCHOOL OF  
EDUCATION  
UNIVERSITY OF MICHIGAN



## REFERENCIAS



- AI@CC Research Group. (2017). *Evaluating the Quality of Instruction in Postsecondary Mathematics*. Instrument for video coding. Glendale Community College, Scottsdale Community College, University of Michigan, University of Minnesota. Phoenix, AZ; Scottsdale, AZ; Ann Arbor, MI; Minneapolis, MN.
- Ball, D. L., Thames, Mark, & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 25, 119-142.
- Hill, H. C. (2011). *Mathematical Quality of Instruction (MQI) Plus*. Retrieved from Harvard, MA:
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hill, H. C., Blunk, M., Charalambous, C., Lewis, J., Phelps, G., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 371-406.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Litke, E. G. (2015). *The state of the gate: A description of instructional practice in algebra in five urban districts*, (PhD). Harvard University, Cambridge, MA.
- Morris, A. K., & Hiebert, J. (2011). Creating shared instructional products: An alternative approach to improving teaching. *Educational Researcher*, 40(1), 5-14. doi: 10.3102/0013189X10393501
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: Author.
- National Governors Association. (2010). Common core state standards. *Light, J*, 19, 19.
- Silver, E. A., & Lane, S. (1993). Assessment in the context of mathematics instruction reform: The design of assessment in the QUASAR project. In M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in mathematics education* (pp. 59-69). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Silver, E. A., Smith, M. S., & Nelson, B. S. (1995). The QUASAR project: Equity concerns meeting mathematics education reform in the middle school. In W. Secada, E. Fenemma, & L. B. Adajian (Eds.), *New directions for equity in mathematics education* (pp. 9-56). New York: Cambridge University Press.
- Silver, E. A., & Stein, M. K. (1996). The QUASAR project: The "revolution of the possible" in mathematics instructional reform in urban middle schools. *Urban Education*, 30, 476-521.
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 404-411.

