

Epistemología y enseñanza de la matemática

"La matemática tiene como objeto de estudio las formas espaciales y sus relaciones cualitativas en nuestro mundo real"

F. ENGELS
1877-ANTIDURING

Durante años, he observado con preocupación como se malforman nuestros estudiantes, producto seguramente de la enseñanza incorrecta que de la matemática se hace; por referencia, considérese el caso acontecido en el bachillerato universitario de mi entidad. Siguiendo una vieja tradición que se inició no sé cuándo, en los planes de estudio de este nivel, los programas de matemáticas guardan un lugar preponderante, significando el 20% del tiempo dedicado del total de materias. Este indicador implicaría, bajo alguna lógica, que al egreso de estos estudios el cúmulo de conocimientos estables adquiridos, describirían una formación matemática básica suficiente para enfrentar los estudios venideros. Para el caso, fueron entrevistados algunos de estos productos escolares (no con la intención de hacer un estudio estadístico ni indagar en profundo lo limitado de sus conocimientos matemáticos, sino sobre todo interesaba la ACTITUD que éstos asumen al cuestionamiento simple sobre la presencia de esta ciencia en su formación escolar), acerca de lo "aprendido" y sobre

el "gusto" o "disgusto" que en suma la matemática les significó en su pasado reciente; el 99% responsabilizó a los profesores como factores fundamentales de su fracaso con las "matemáticas", 78%, se declararon "incompetentes intelectuales" para saber de la "ciencia exacta", el 100% conceptualizó a la matemática "como la ciencia de las operaciones con números y figuras" de la que también declararon no saber de su utilidad práctica.

De los maestros, en su mayoría ingenieros y en menor número profesores por formación, destacan sus opiniones sobre que son los alumnos, a causa de su anterior nivel educativo, los que no están en condiciones de "asimilar" lo que aquellos enseñan, reconociendo, sin embargo, ser responsables "relativamente" de no conocer con "amplitud" la "estructura" de la matemática, ni tampoco de los procesos históricos de construcción de esta ciencia, de los que el 92% aseguró que son "innecesarios" pues en nada benefician a la enseñanza. Respecto a los fundamentos de la matemática, consideraron "inútil" incor-

EFREN MARMOLEJO VEGA
Facultad de
Matemáticas de la
Universidad Autónoma
de Guerrero

porarlos al proceso de presentación de nueva materia.

Éstas y otras observaciones más específicas en cuanto a los modos de la enseñanza, motivaron la búsqueda de razones que explicaran la virtual sustitución de la ciencia matemática por la instrumentalización mecánica que predominantemente se realiza en la enseñanza. No se hace de lado en absoluto, la determinante social de que la educación, en particular la enseñanza, reproduce en la escuela los vicios e intereses de dominación del sistema político imperante; mas el interés se centra en esclarecer cómo y bajo qué condiciones es posible acceder al conocimiento de la matemática para que ésta coadyuve al desarrollo del pensamiento independiente y creador de los alumnos.

La producción de teorías de conocimientos matemáticos y su carácter veritativo, cuestiones éstas propias de la *Epistemología de la Matemática*, son en la práctica educativa excluidas por los profesores (inconscientemente en el mayor de los casos) y causa de preocupación de los alumnos, los que no "adivinan" las formas casi "mágicas" de las teorías matemáticas, que les obliga a su aceptación sin discusión.

Nuestra hipótesis radica en que son las cuestiones epistemológicas las que permitirán a los profesores precisar el real objeto de la matemática como ciencia, y su importancia en la educación.

Es preciso tener claro cuáles son los objetos de estudio de la matemática, cómo se corresponden éstos con el mundo real, cuáles los fundamentos de esta ciencia, sus principios y métodos y sobre el lugar que ella ocupa en el sistema de las ciencias.

Los objetos de estudio de la matemática son abstracciones, pues sus entes primarios: formas, cantidad y relaciones cuantitativas no son sino conceptos abstractos, los que resultan de separar las relaciones comunes a determinado tipo de objetos y fenómenos reales.

Leibnitz y René Descartes, indicaban que la matemática podía aplicarse no solamente a los temas espaciales del mundo real, a las magnitudes y a sus relaciones

cuantitativas, sino también al proceso de razonamiento. Es decir, que el método de trabajo en la matemática es capaz de influir en el proceso de razonamiento. Esta última razón es la que interesa a áreas específicas de la enseñanza.

Aprender "produciendo el conocimiento" debe entenderse no como el recorrido histórico de su génesis, ni la puesta de situaciones similares a las afrontadas por grandes matemáticos, sino enfatizar los fundamentos del conocimiento, para lo cual es válido según sea la situación problemática, el uso de reglas lo mismo formales que heurísticas. Reclamando para la enseñanza lo ocuriente en la matemática, como bien lo expresa G. Polya al afirmar que

"Las matemáticas son consideradas como una ciencia demostrativa, éste es sólo uno de sus aspectos. La obra matemática se nos presenta, una vez terminada, como puramente demostrativa, consistente en pruebas solamente. No obstante, esta ciencia se asemeja en su desarrollo al de cualquier otro conocimiento humano. Hay que intuir un teorema matemático antes de probarlo, así como la idea de la prueba antes de llevar a cabo los detalles. Hay que combinar observaciones, seguir analogías y probar una y otra vez. El resultado de la labor demostrativa del matemático, es el razonamiento demostrativo, la prueba; pero ésta a su vez, es construida mediante el razonamiento plausible, mediante la in-

tuición. Si el aprendizaje de las matemáticas refleja en algún grado la invención de esta ciencia, debe haber en él un lugar para la intuición, para la inferencia plausible''.[5]

El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la matemática, incluye la elaboración de principios, estrategias, reglas y programas que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas de carácter no algorítmico.

En el complejo de actividades que eventualmente conducen a la solución razonada de problemas matemáticos, destacan tres etapas:

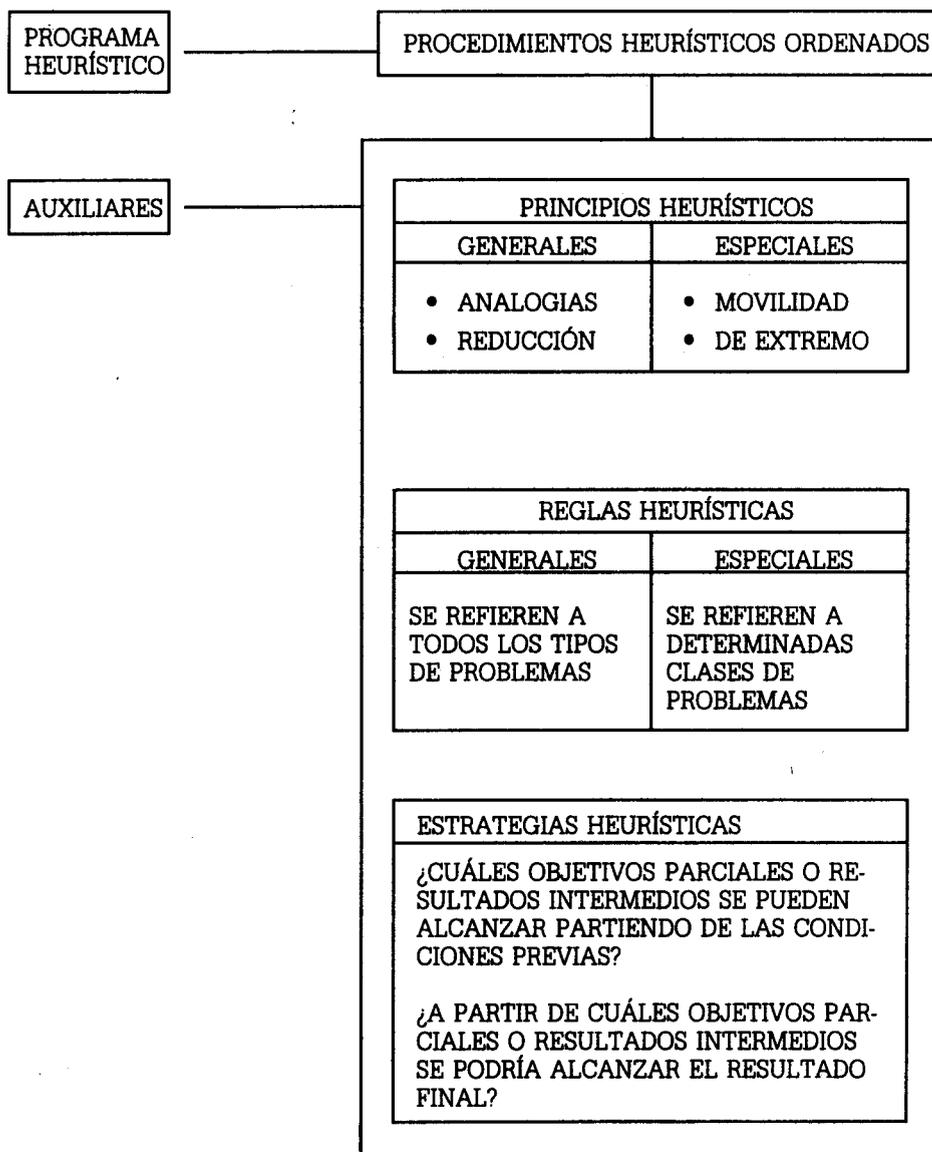
1. Búsqueda. Aquí no se impone restricción alguna al pensamiento matemático, el que suele ser espontáneo, original, inventivo e incluso creador.
2. Arreglo. Consiste en presentar la solución, una vez que se le haya encontrado, bajo la forma de un razonamiento formalizado.
3. Comprobación. Consiste en repensar el razonamiento para comprobar si es correcto y si verdaderamente conduce a una solución general del problema planteado.

un mínimo de conocimiento de los métodos heurísticos y la formación de hábitos de su uso para capacitar a los alumnos en la realización de operaciones mentales conducentes a encontrar, de forma independiente, la solución de problemas.

Específicamente, el Dr. Horst Müller[6] diferencia a los elementos heurísticos en procedimientos y auxiliares; los primeros, clasificados en principios, reglas y estrategias, los que de manera ordenada describen un programa heurístico; de los segundos destaca el uso de las figuras informativas, las tablas y los llamados grupos de solución.

Sobre el carácter veritativo de la matemática es necesario que los profesores reflexionemos acerca de cómo establecer, durante la enseñanza, suficiente evidencia de la materia del conocimiento. El método de contrastar críticamente las teorías y de escogerlas, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en su contraste, según lo afirma K.R. Popper,[3] siempre sigue un patrón similar: una vez presentada a título provisional una nueva idea, aún no justificada en absoluto, se extraen conclusiones de ella por medio de una deducción lógica; estas conclusiones se comparan entre sí y con otros enunciados pertinentes, con el objeto de hallar las relaciones lógicas que existen entre ellas. Podemos distinguir cuatro procedimientos de llevar a cabo la contrastación de una teoría: 1) La comparación lógica de las conclusiones unas con otras, con lo cual se somete a contraste la coherencia interna del sistema. 2) El estudio de la forma lógica de la teoría; con objeto de determinar su carácter; esto es, si es una teoría científica y si se trata de tautologías. 3) La comparación con otras teorías, a fin de observar si constituye un adelanto científico, y 4) contrastarla por medio de la aplicación empírica de las conclusiones que pueden deducirse de ella.

En las ciencias en general, pero en la matemática en lo particular, la *demarcación* y la *falsación*, resultan criterios útiles para el establecimiento de contrastaciones. La demarcación consiste en el establecimiento de criterios de distinción entre las ciencias y los sistemas metafísicos; evitando el



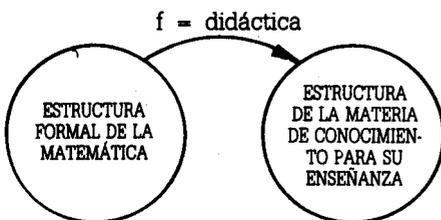
error positivista de exigir que todos los enunciados de la matemática, sean en definitiva verificados o falsados, eliminando la posibilidad de admitir otros que no puedan verificarse.

Convendría para efectos pedagógicos, aceptar la existencia de falsadores heurísticos derivados de considerar que una teoría formal siendo la formalización de

una teoría informal, puede ser refutada si uno de sus teoremas es negado por el teorema correspondiente de la teoría informal. Ejemplos de ello lo constituyen los contraejemplos, falsadores útiles para orientar de mejor manera la actividad del estudiante en la producción de conocimientos.

Por último, quisiera externar una inquietud teórica acerca de lo que es realmente

importante en los procesos didácticos: sostengo que la estructura formal de la matemática, no constituye ni en la forma ni en el orden sistémico, la mejor forma y orden sistémico de su enseñanza. La enseñanza es función de la matemática, para lo que establece relaciones didácticas que adecuan las formas de presentación de la materia del conocimiento. Es en la determinación de esta relación donde el docente se constituye en factor de éxito-fracaso.



Puede entonces aventurarse la opinión de que el fracaso de la enseñanza de la matemática, es en realidad el fracaso de los matemáticos fungiendo como docentes de la matemática.

Observaciones propositivas:

1. Es de especial relevancia la responsabilidad de los docentes en los resulta-

dos de la enseñanza de la matemática.

2. Los aspectos epistemológicos de la matemática como dominio de conocimiento de los docentes puede considerarse un factor decisivo sobre los cambios cualitativos en los resultados de la enseñanza de la matemática.
3. Un objetivo para la formación de docentes en matemática debiera ser el conocimiento de la naturaleza intrínseca de esta ciencia sin perder de vista los fines específicos de la formación matemática en el ámbito escolar. Para lo cual hay necesidad de diseñar estrategias y metodologías que permitan la consecución de tal objetivo en las instituciones formadas de docentes, lo que posiblemente sea mejor logrado integrando en los planes de estudio una carga que gravite en mayor grado sobre aspectos de epistemología de la matemática.

BIBLIOGRAFÍA

1. Lakatos, Imre
MATEMÁTICAS, CIENCIA Y EPISTEMOLOGÍA
Alianza Editorial S.A. Madrid. 1981.
2. Davidson, L. J.; Reguera, Raimundo; Frontela, Rolando y Castro, Sergio
PROBLEMAS DE MATEMÁTICA ELEMENTAL Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 1987.
3. Popper, Karl R.
LA LÓGICA DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA
Editorial Tecnos, Madrid, 1977.
4. Polya, G.
CÓMO PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS
Trillas, México 1975.
5. Polya G.
MATEMÁTICAS Y RAZONAMIENTO PLAUSIBLE
Editorial Tecnos, Madrid. 1981.
6. Müller, Horst.
MÉTODOS HEURÍSTICOS
Edición mimeográfica del ISP-Habana, Cuba, 1987.