ARTICULOS

Panorama de la enseñanza matemática en el tiempo y en el espacio

El título de este ensayo es muy vago y demasiado amplio; en efecto no se hace mención de ningún periodo, ni país. Aparenta ser un tema imposible de sintetizar por ser muy diferentes los problemas en el tiempo y espacio. Sin embargo, hay algo que los vincula en el curso de la historia: los alumnos de diferentes países. Justamente, con el fin de percibir "este algo", vamos a empezar con una consideración concerniente a nuestro tiempo: la dificultad para entender la matemática, la incomprensión que la gente cree tener respecto a esta asignatura.

Cuántas veces, cuando he dicho que soy maestra de matemática, me encuentro la siguiente reacción: "¿verdad? ¿usted es profesora de matemática?. Yo, de matemática, nunca comprendía nada; yo, no tenía disposición. . ." Esta reacción es universal: esto es "el algo" que, en mi opinión, puede coligar a los diferentes países.

Se nos pregunta: ¿y ayer? ¿y antiguamente?. Es interesante meditar sobre la historia de la enseñanza de la matemática considerando "el hilo de la incomprensión", es decir, estudiando, a partir de documentos, cuando éstos exigen, los métodos de enseñanza.

Uno de los más antiguos documentos que, tal vez, concernían a la enseñanza de la matemática, consiste en varias tabletas de arcilla descubiertas en las tierras de la antigua Babilonia, las cuales se remontan a épocas anteriores a 1800 a.C. (Figura 1). Contienen colecciones de problemas de aritmética y de geometría, probablemente destinados a estudiantes. Uno de ellos es: "Un palo largo de 30 unidades está apoyado en un muro. Después, se desliza 6 unidades. ¿Cuántas unidades se aleja el pie de este palo de la base del muro?. En la tableta no hay dibujo (Figura 2), está la solución: "Se tiene que calcular el cuadrado de 30 y de ésto sacar el cuadrado del número que se obtiene restando 6 a 30, es decir 24. De tal manera se obtiene el cuadrado del número que se busca".

Se trata de una aplicación del teorema de Pitágoras que data de más de mil años antes de Pitágoras.

Ahora bien, si este problema, como los otros, eran dirigidos a los alumnos, la en-

Emma Castelnuovo
Roma, Italia

* Conferencia magna dictada en el 8° Congreso Nacional de Profesores de Matemáticas de la ANPM, celebrado en Guadalajara, Jal., Noviembre de 1985.

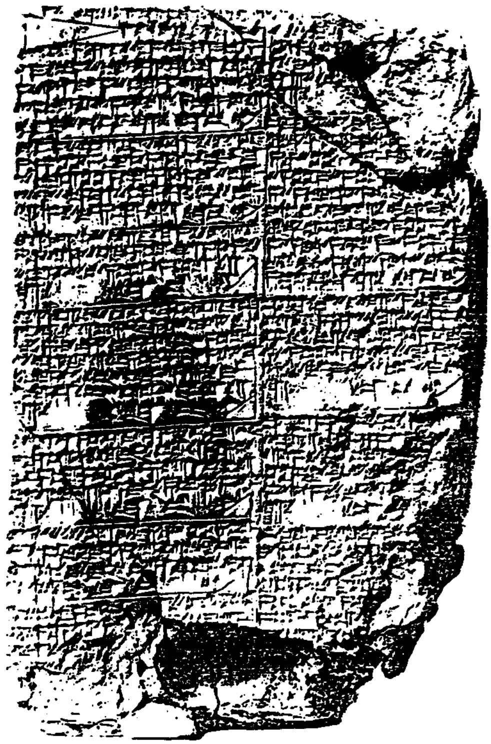

Figura 1

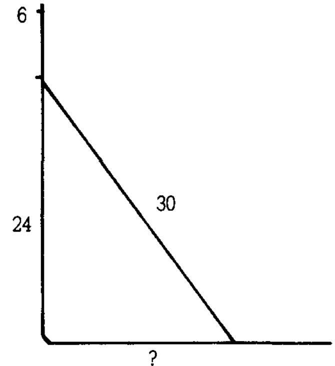

Figura 2

señanza era, sin duda, de carácter repetitivo, mnemotécnica.

El mismo carácter, el cual se resume con: "Se tiene que seguir esta regla", se encuentra en el famoso rollo, *Papyrus Rhind*, un documento egipcio de 1650 a.C. (Figura 3).

Vayamos ahora a la Grecia antigua, la cuna de la "matemática racional", una matemática basada sobre un sistema hipotético-deductivo. Más de mil años des-

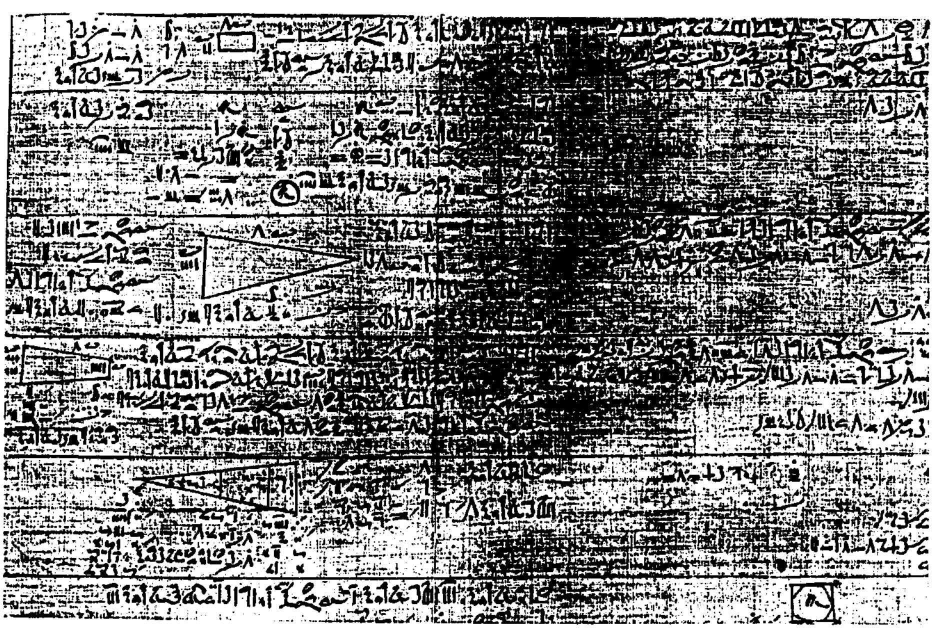

Figura 3

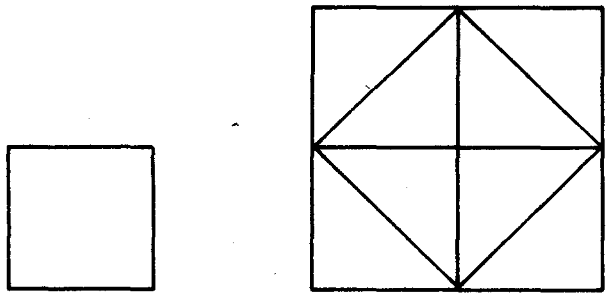

Figura 4

pués del papiro egipcio, encontramos en el diálogo de Platón, "Menón", un notable ejemplo de enseñanza heurística. Sócrates muestra a un esclavo el dibujo de un cuadrado y pregunta: "¿Qué debo hacer para construir un cuadrado cuya área sea el doble de la del cuadrado dado?" (Figura 4).

El esclavo contesta: "hay que duplicar todos los lados"; pero se da cuenta que, de tal modo, el nuevo cuadrado no tiene el doble del área sino cuatro veces el área del cuadrado dado. A través de un diálogo entre maestro y alumno, el esclavo obtiene la solución.

Es verdad que en este caso sólo hay un maestro con un solo alumno, pero es claro que una enseñanza de este tipo puede desarrollarse en una clase normal, con unos treinta alumnos.

Esto es un clásico ejemplo de enseñanza heurística, un ejemplo que tuvo lugar en suelo greco. Pero se sabe que la enseñanza en Grecia no era de tipo activo, sino de tipo repetitivo, mnemotécnica, obsesiva.

Ahora, brincaremos un siglo, pero permaneceremos en el mismo país: Grecia. Los Elementos de Euclides, que datan del año 300 a.C., son una obra grandiosa, primer ejemplo de una sistematización de la geometría desde un punto de vista axiomático. Euclides seguramente no pretendía hacer un libro para alumnos pero veremos después lo que ocurrió a lo largo de la historia. Por el momento quiero destacar que en la Grecia antigua, en esta cuna de la cultura, la enseñanza era exclusiva sólo de un determinado grupo social.

Estas consideraciones nos llevan a establecer una relación con un país lejano en el espacio: México. En efecto, Griegos y Mayas tienen algunos aspectos en común: ambos fueron las más brillantes civilizaciones del mundo antiguo, alcanzaron sorprendentes resultados en el campo de la matemática y el arte; por otra parte, en ambos grupos sociales, por motivos políticos o religiosos, la enseñanza se reservaba a una élite, a una casta. La educación para los otros, los pobres, cuando existía, era de tipo repetitivo.

Debo decir que esta conclusión sobre los Mayas la obtuve después de estudiar diversos documentos; pero seguramente hay trabajos sobre el tema, que no conozco.

El "Sumario compendioso" del fraile Juan Díez (Figura 5) es un libro de mucho interés por su contenido en problemas de aritmética y álgebra. Éste fue publicado en la Ciudad de México en 1556, unos veinte años después de la instalación de la primera imprenta en el Nuevo Mundo.

Dicho libro contiene problemas sobre el comercio, es decir relativos a precios de mercancías y cambios de moneda, también tiene problemas que nada tienen que ver con los negocios y que revelan un notable conocimiento de la teoría de los números y del álgebra. Lo que impresiona de esta obra es la forma casi artística, de dar explicaciones.

Se nos pregunta: ¿era este libro, un texto para los pocos jóvenes que estudiaban?. Y, si era tal ¿podría haber sido inspirado en unos trabajos de época prehispánica? Nada se sabe.

¶ Sumario cōpēdioso delas quētas de plata y oro q̄ en los reynos del Piru son necessarias a los mercaderes: y todo genero de tratantes. Cō algunas reglas tocantes al Arithmetica.

Fecho por Juan Diez freyle.

.25. Re. y da.	24.
100. Re y da.	96.
169. Re. y da.	120.
225. Re. y da.	216.
289. Re. y da.	240.
400. Re. y da.	384.
625. Re. y da. 336 y,	600.
676. Re. y da.	480.
841. Re. y da.	840.
900. Re. y da.	864.
1156. Re. y da.	960.
1225. Re. y da.	1176.
1212. Re. y da.	1080.
1681. Re. y da.	720.
2025. Re. y da.	1944.
2500. Re. y da. 1344	2400.
2602. Re. y da.	2160.
2704. Re. y da.	1920.
2809. Re. y da.	2520.
3025. Re. y da.	2905.
3364. Re. y da.	3360.
3600. Re. y da.	3456.
3221. Re. y da.	1320.
4225. Re. y da.	2026.

Figura 5

De todos modos, no son ni la aritmética ni el álgebra las ramas que pueden "unificar" los países en el marco de la "incomprensión de la matemática", sino la geometría abstracta.

Al respecto, vamos a ver el efecto de la primera enseñanza de la geometría. Resulta que, en la mayoría de los países, cuando la escuela era sólo para pocos jóvenes privilegiados y se llevaba a cabo en colegios religiosos o con maestros privados, la enseñanza de la geometría se conducía de acuerdo a los Elementos de Euclides; no se contaba con otros libros.

Pero, Euclides no había escrito su obra para uso escolar y el efecto nocivo y nefasto de los Elementos sobre estos alumnos privilegiados fue muy claro. A este propósito tenemos una declaración muy interesante de un gran matemático francés del siglo décimo octavo: Alexis Claude Clairaut. El escribió un interesante libro "Los elementos de geometría", en cuyo prefacio declara: "No es posible que un debutante pueda de algún modo comprender los Elementos de Euclides por el hecho de que el autor empieza con teorías abstractas. Porque —diçe Clairaut— para penetrar en cualquier ciencia es necesario hacer sentir todo el esfuerzo, todo el trabajo que la humanidad hizo durante siglos para extraer la teoría de lo concreto, de la realidad". Pero, este libro de Clairaut, que empieza justamente de la realidad, no tuvo impacto.

Continuaremos con la historia, siguiendo "el hilo de la incomprensión". Los tiempos cambian, las sociedades evolucionan y al final del siglo pasado muchos países organizaron escuelas públicas para todos los niños. Con estas escuelas se establecieron programas oficiales y los libros escolares hicieron su aparición en las clases, libros diferentes en cada país. Pero, en matemática hay un libro único, igual en todas las escuelas de muchísimos países: los Elementos de Euclides en sus diferentes traducciones y adaptaciones. Y ahora, en diversos tipos de estudiantes, se verifica el mismo efecto que se manifestaba en los privilegiados de otro tiempo: un sentimiento de incomprensión, un complejo de inferioridad que permanece y lleva a declarar: "yo, nunca he comprendido la matemática, no tengo disposición".

Los años corren y el problema de la enseñanza de la matemática no es abordado desde una perspectiva pedagógica y sicológica: lo que dijo Clairaut no deja huella e igualmente las declaraciones de grandes educadores como Comenius, Pestalozzi, y más recientemente Decroly y Dewey, no tienen ningún efecto. Los programas oficiales de matemática y particularmente de geometría, insisten en una axiomática y por lo tanto, en teorías puras, abstractas. Sin reflexionar que el adjetivo "abstracto" deriva del latín "extractus", el cual tiene el sentido dinámico de extraer, "extraer de lo concreto".

El descontento general lleva, al final de los años cincuenta, a una crisis. Pero, no se trata de una reacción originada y madurada en el ambiente de los estudiantes o de la sociedad, sino de una crisis que tiene su origen en un hecho totalmente extraño a la escuela: se trata del lanzamiento del primer *Sputnik*, en 1957, por los Rusos.

Este lanzamiento provoca, un verdadero "*schock*" en Estados Unidos y en el ambiente de los matemáticos: porque si los norteamericanos querían estar al nivel de la tecnología rusa, era necesario formar técnicos, ingenieros, científicos; por lo tanto, la matemática debía tener un puesto de relieve también en las escuelas secundarias. Se necesitaban nuevos programas. Para tal fin, antes de establecer nuevas currícula, los americanos solicitaron a la OECE que organizara un Congreso internacional, con especialistas de todo el mundo, para discutir sobre cuáles debían ser los programas de matemática.

El Congreso se realizó en Royaumont (Francia) en 1959. Justamente en esta reunión es cuando se delínea un cambio: es la toma de posición del matemático Jean Dieudonné que marca una ruptura con la tradición. Al grito, que después se convirtió en *eslogan*, de "A bas Euclide". Dieudonné impone su fuerte personalidad convenciendo a la mayoría de los participantes a ser portavoces, en su propio país, de la necesidad de abandonar la enseñanza euclidea sustituyéndola por una matemática más viva, más motivadora, que correspondía a la investigación moderna.

Un seminario prolongado de especialistas, llevado a cabo el año siguiente, en 1960, en Dubrownik (Yugoslavia), condujo a la redacción de un volumen dando sugerencias e ideas sobre nuevos programas, las cuales debían destacar la unidad entre las diferentes ramas de la matemática, también se recomendaba anteponer a un curso moderno otro previo con bases intuitivo-experimentales.

Sin embargo, no se siguieron las recomendaciones porque, para realizar esta unidad algunos matemáticos pensaron que lo mejor era adaptar a la escuela la obra fundamental de Bourbaki. Algunos libros de texto, elaborados sobre todo en Bélgica y Francia, lograron, sin duda, esta adaptación. Pero, al mismo tiempo, se olvidó considerar la edad de los alumnos, con lo cual toda la riqueza intuitiva de los muchachos fue ahogada por una abstracción demasiado avanzada. La axiomática euclidea fue sustituida por una axiomática más fuerte, más nociva. Decimos más nociva porque influía no sólo en la instrucción matemática sino también en la social. En efecto, los alumnos se veían obligados a estudiar teorías generales y sin ninguna relación con la realidad, se ahogó la capacidad de objeción y diálogo porque los muchachos no estaban en condiciones de discutir, dado que los argumentos no se comprendían a profundidad. Con lo cual, se canceló totalmente toda relación entre la matemática de la escuela y la matemática del mundo en que se vive.

Esta enseñanza del "conjuntismo a todo precio" —como dijo el matemático Freudental— se difundió en pocos años en la mayoría de los países, con la exclusión de Italia, de Rusia y sus satélites. Se difundió también en países en donde se padece hambruna y sed como en Niger, África, porque se pensó que también las colonias debían modernizarse; era un regalo de los países civilizados hacía los del tercer mundo. Incluso, hoy día, el Niger, aunque libre desde hace veinticinco años, continúa influenciado por los programas franceses. ¡Puede ser que, de esta forma, los pocos que estudian consideren menos trágica la realidad de su país!

Poco a poco, maestros y matemáticos empezaron a constatar los efectos negativos de esta didáctica y se llegó a una verdadera crisis durante el Congreso del ICMI (International Committe for Mathematical Instruction) que se realizó en Kalsruhe (Alemania) en 1976. Durante este Congreso, el gran geómetra inglés Michel Atiyah acusó, en una conferencia plenaria, a los matemáticos especialistas en didáctica de haber suprimido la geometría en las escuelas; dijo: "es justamente la geometría la que, por una parte, evoca la intuición y conduce al descubrimiento y por otra parte, permite la conjunción entre el mundo físico y la matemática".

Reflexionemos sobre estas dos afirmaciones, comencemos por el mundo físico.

Nunca como en estos últimos años la cultura científica y con ésta, la matemática, entra en nuestras casas a través de periódicos, revistas y sobre todo a través de radio y televisión. Es la escuela quien tiene la obligación de poner al ciudadano en condiciones de aprovechar una transmisión televisiva o por radio sobre asuntos científicos. Ahora bien, para que se pueda comprender el sentido de una representación gráfica, para que se pueda entender por lo menos algo de una relación de medicina, para que los planetas y los satélites se aproximen a través de las explicaciones de científicos y periodistas, para que nuestro mundo se haga siempre más amplio y al mismo tiempo más próximo, es necesario que la persona que escucha y ve tanga un mínimo de formación, que tenga ciertas bases. Pero, esta formación, estas bases, no se pueden tener si en la escuela no se tuvo la oportunidad de hacer experimentos, de darse cuenta de las motivaciones que provienen de la realidad y de la aportación de la matemática a la resolución de problemas en los diferentes campos de la física, la tecnología, la biología, las ciencias económicas y sociales.

Pasemos ahora a la otra afirmación del matemático inglés: la importancia de la geometría para evocar la imaginación, la fantasía típica del niño y del joven.

Pero ¿cùál geometría?. Para ilustrar mis ideas, que son las ideas de los maestros que conducen una clase viva, voy a dar un ejemplo muy sencillo, válido a diferentes niveles: si se quiere ejercitar a los alumnos sobre el concepto de área del rectángulo, no se debe olvidar que los muchachos no están interesados en problemas del tipo "calcular el número de azulejos necesarios para pavimentar una habitación rectangular de dimensiones...", sino en problemáticas abiertas del tipo: ¿cambia o no cambia el área de un rectángulo de perímetro fijo, al variar las dimensiones? y, si cambia, ¿hay un rectángulo de área máxima?. "Estos problemas de carácter dinámico requieren de la imaginación y la fantasía además de conducir al concepto fundamental de función.

En mi opinión son justamente la imaginación y la fantasía lo que es necesario motivar para formar jóvenes con un espíritu despierto y no conformista: jóvenes, por lo tanto, que están en condiciones de utilizar, con ingeligencia, los más sofisticados automatismos, jóvenes que puedan sobrevivir a un desempleo creciente, estando dispuestos a pasar de un trabajo a otro, jóvenes que quieran luchar por una sociedad más justa.

La enseñanza de la matemática verdaderamente puede ayudar a lograr esta formación. Por lo tanto, todos los maestros tienen una gran responsabilidad, la cual hace su trabajo más agradable y noble.

Bibliografía

MORRIS KLINE; *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.*; **Oxford University Press.**

DAVID EUGENE SMITH; *History of Mathematics*. Vol. 1, Ginn and Company, 1923.

A.C. CLAIRAUT; *Elements de geométrie*. 1741. Editions Gauthier-Villars, 1920.

Publiés de l'Organisation O.E.C.E (UNESCO), 1961
- Mathématiques nouvelles
- Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignament séconndaire.

Proceedings of the 3rd International Congress on Mathematical Education, Karlsruhe, 1976.