



una empresa docente

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>

Hacia el concepto de límite por medio de la geometría de fractales lineales

Jorge Leonardo Gómez

Docente de Matemáticas Gimnasio Los Andes

Candidato a Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

“Habiendo entendido cómo la
humanidad ha adquirido el
conocimiento de ciertos conceptos,
estamos en la mejor posición de
juzgar cómo los estudiantes deberían
adquirir dicho conocimiento”

(Polya, 1962, p.132)

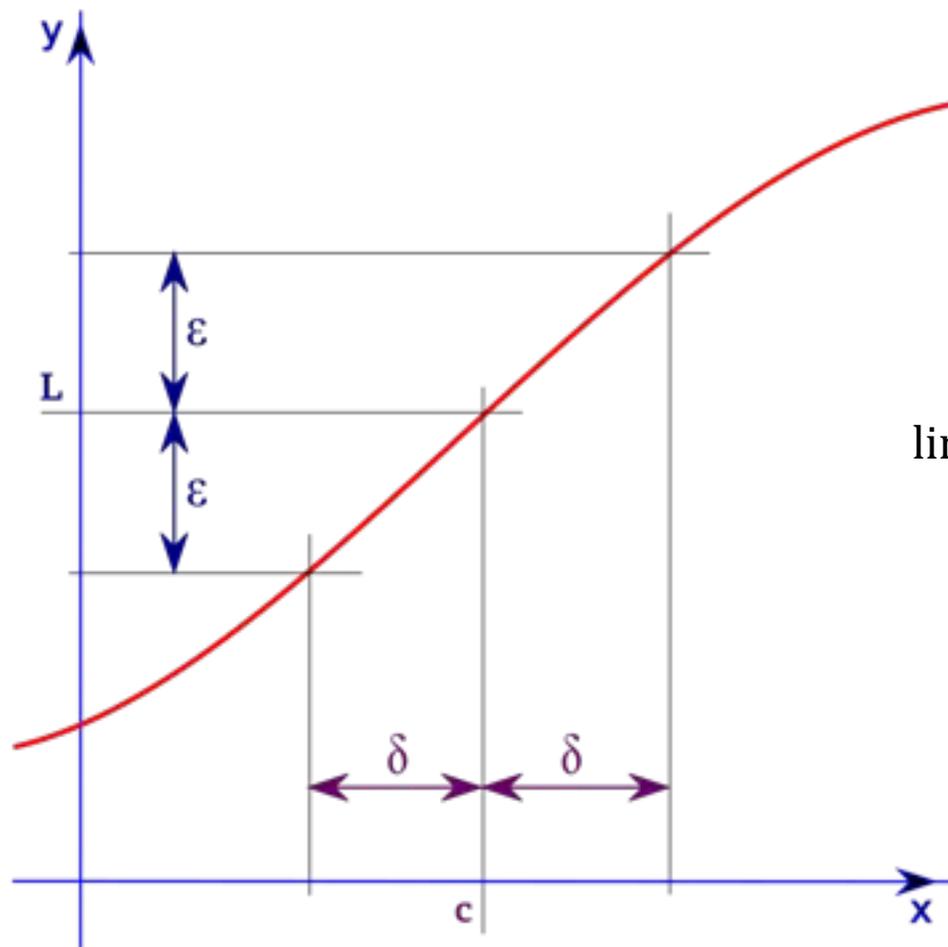
Importancia del cálculo

- El descubrimiento del cálculo es uno de los más grandes logros intelectuales de la civilización. (Kleiner, 2001)



Surgimiento del cálculo infinitesimal

1. Rectificación de curvas (longitud).
2. Cuadratura del círculo (problema de área).
3. Cálculo de tangentes y normales.



$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

¿Qué tipo de estrategia didáctica?

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Blázquez & Ortega (2000), para los estudiantes es un concepto poco interesante y que olvidan con facilidad.

Filloy & Hitt (2003), para adquirir el concepto de límite no basta con dominar procesos algorítmicos asociados al mismo.

Sánchez & Contreras (1998), teniendo en cuenta lo desarrollado por Ana Sierpinska caracteriza "horror al infinito".



MARCO HISTÓRICO

(S. XVIII-XIX)

Lagrange.

Cauchy.
Weierstrass

(S. XV-XVII)

Cavalieri.
Kepler.

Fermat.
Leibniz.
Newton.

Siglo de oro (S. VI-II a.C.)

Zenón.
Aristóteles.

Eudoxo de Cnido.
Arquímedes.



MARCO DIDÁCTICO

Sierpinska citada en Medina (2001),

“Horror al infinito”

Infinito Actual

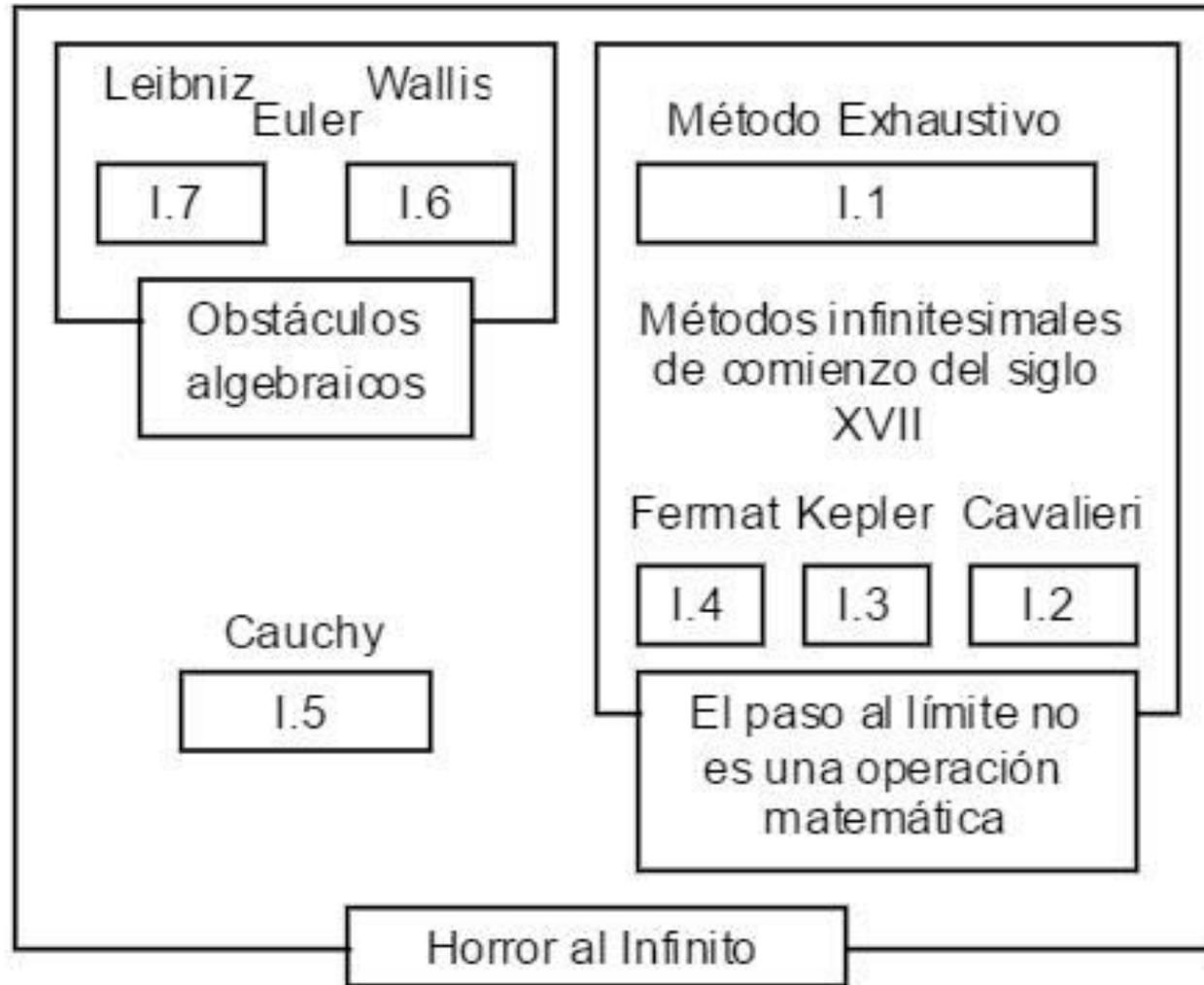
Se construye a través de una reflexión.



Infinito Potencial

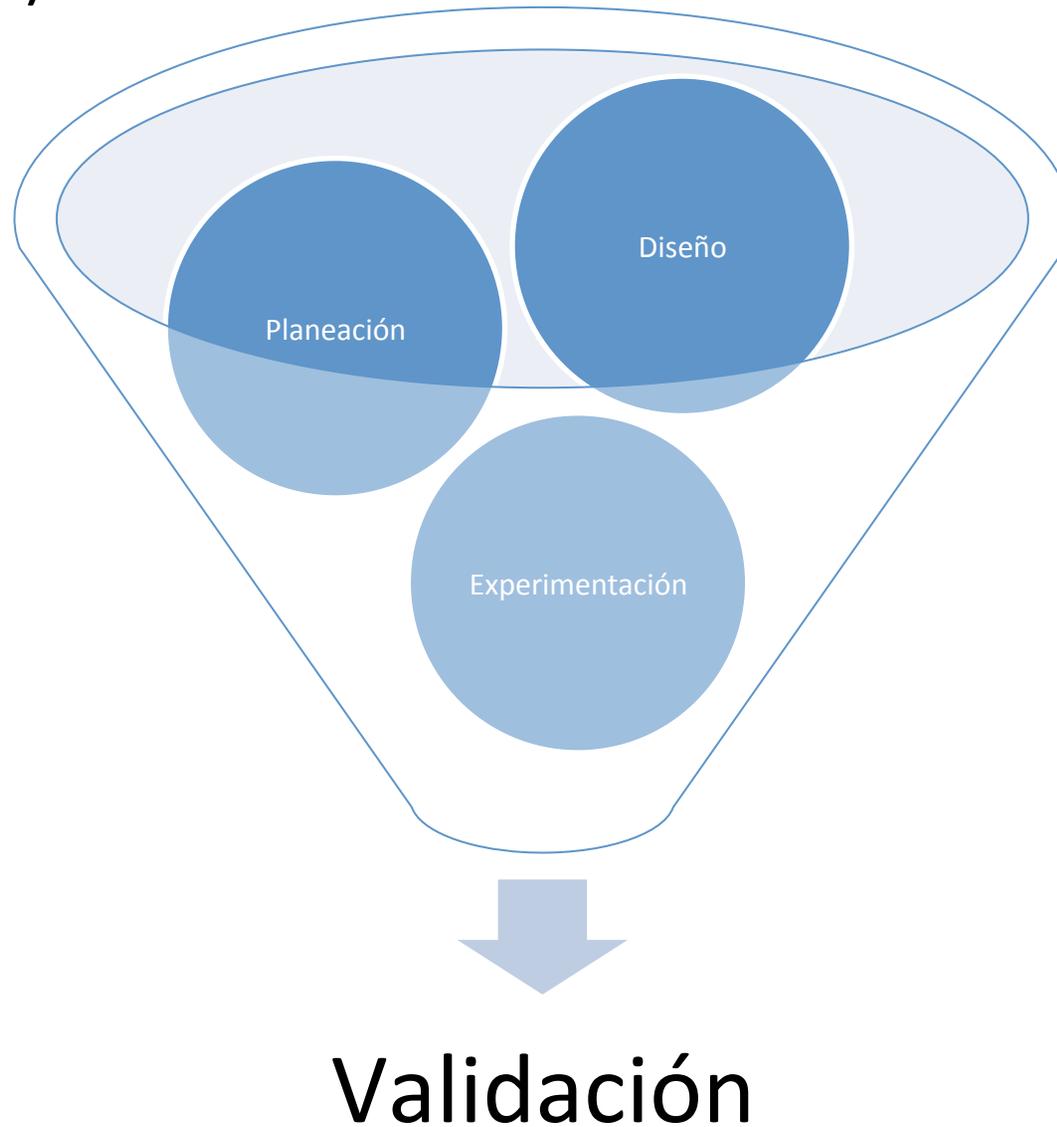
Posibilidad de ir más lejos.

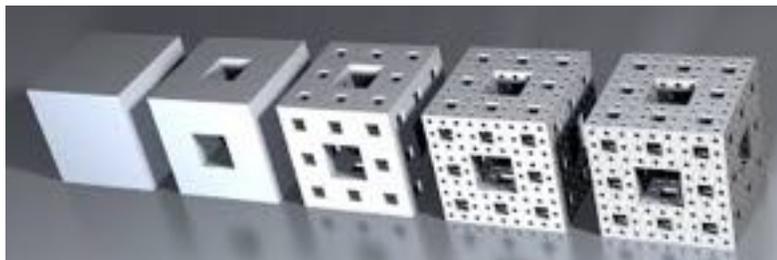




Sierpinska (1985) citado en Gutierrez (2005).

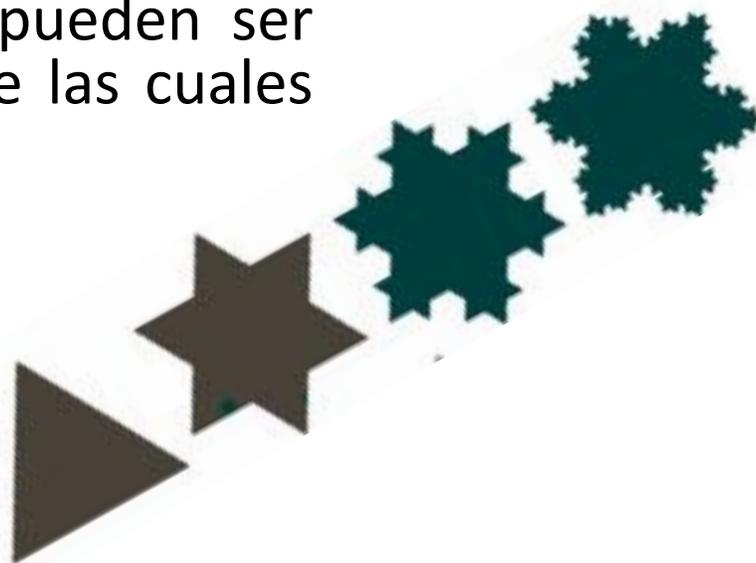
**Metodología:
Ingeniería didáctica
(Lezama & Farfán, (2001) &
Artigue, (1995))**



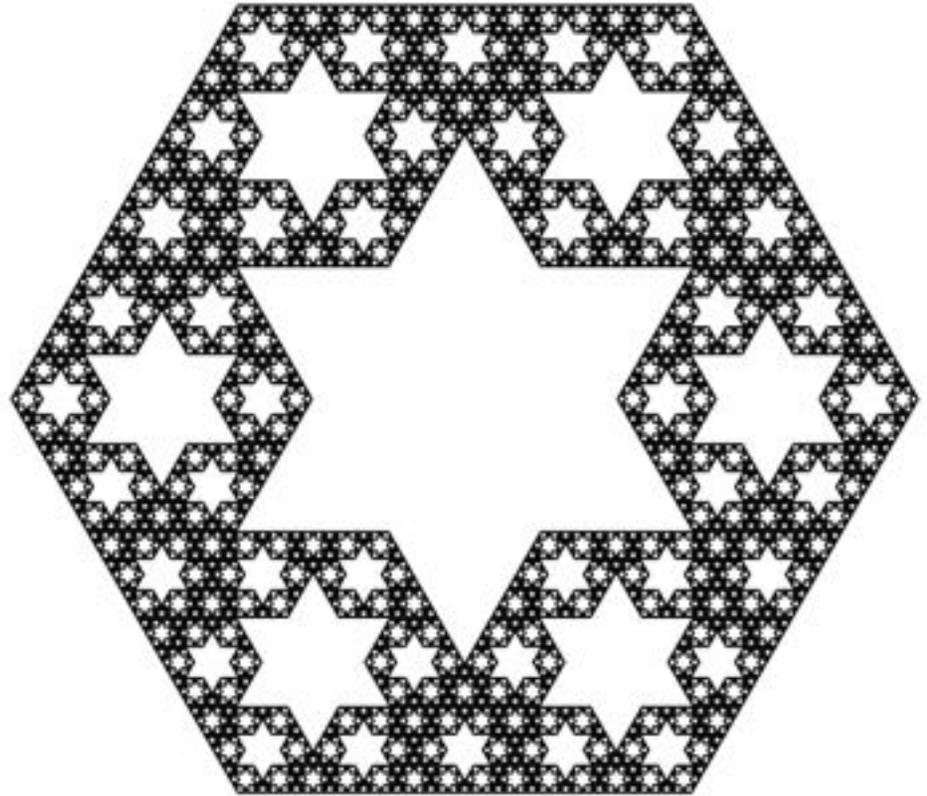


FRACTAL

Fractales es el conjunto de formas generadas normalmente por procesos matemáticos repetitivos y que se caracterizan por: 1) tener el mismo aspecto a cualquier escala de observación, 2) tener longitud infinita, 3) no ser diferenciables y 4) tener dimensión fraccional o fractal. Asimismo, se caracteriza porque sus formas geométricas pueden ser separadas en partes, cada una de las cuales es una versión reducida del todo.

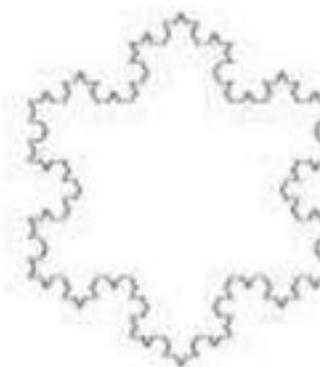
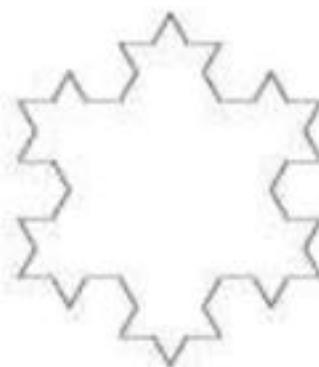
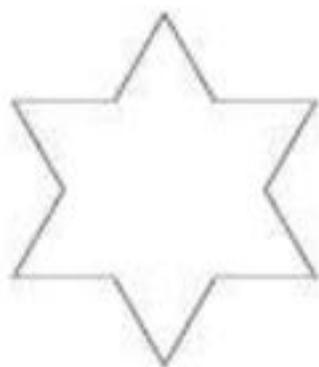
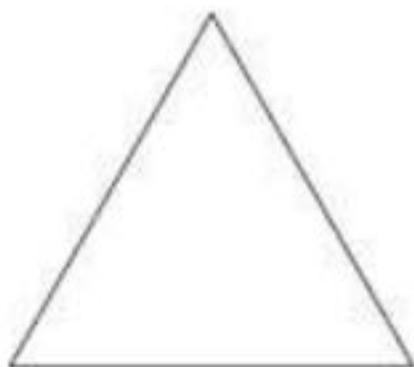


Tomado de Virgilio, A. González, G. y Guerrero, C. (2001)



Obstáculo	Concepción	Actividad	Fractal
El paso al límite no es una operación matemática	Geométrica Heurística-Rigurosa Método Exhaustivo	Desarrollar idea intuitiva de infinito potencial. Método de exhaustión perímetro y área.	Triángulo de Sierpinski
	Geométrica y Algebraica Heurística de aproximación finita Cavalieri-Kepler-Fermat	Comparar áreas y volúmenes, nuevas ideas de infinitésimos.	Esponja de Menger
Algebraico	Númerica dinámica infinitesimal Cauchy	“estar cada vez más cerca de” Perímetro y área.	Copo de nieve
	Aritmética heurística infinitista Wallis	Representación gráfica, reflexión infinito potencial, conjuntos infinitos.	Conjunto de Cantor
	Algorítmica algebraica Euler	Privilegiar las fórmulas y los algoritmos. Reflexión intuición infinito potencial.	Curva de Koch
	Metafísica algebraica infinitesimal Leibniz	Hacia el principio de continuidad, ideas primarias de infinito actual. Comprobaciones y algoritmos generales.	Curva de Hilbert

ACTIVIDAD COPO DE NIEVE



Conclusiones

- Las estructuras fractales y las actividades planteadas permitieron desarrollar con los estudiantes un proceso geométrico intuitivo entorno a la idea de infinito y por ende al concepto de límite; generando así diversas reflexiones asociadas a los nuevos tipos de razonamientos surgidos con la resolución de problemas y situaciones propuestas.
- Asimismo, la propuesta planteada logró que los estudiantes confrontaran implícitamente las ideas de infinito actual y potencial; y así introducir de manera aproximada nociones de convergencia y continuidad por medio de numerosas expresiones y modelos matemáticos como series, sucesiones y funciones.
- La estrategia didáctica posibilitó ambientar en el aula las diferentes concepciones que se dieron a lo largo de la historia en relación al concepto de límite, fomentando desde un ámbito escolar la vivencia y abordaje de las principales características del obstáculo epistemológico “horror al infinito”.
- Finalmente, los recursos histórico-epistemológicos del concepto de límite proporcionaron una guía metodológica para desarrollar la secuencia didáctica; logrando contrastar las concepciones históricas con las diferentes problemáticas y/o dificultades entorno a la comprensión del objeto de referencia.

¿Preguntas?

BIBLIOGRAFÍA

- Blázquez, S. y Ortega, T. (2000). El concepto de límite en la educación secundaria. En *El futuro del cálculo infinitesimal*. Grupo Editorial Iberoamérica. S.A. de C.V. ISBN: 970625-246-0. México.
- Camargo, D. y Bustos, L. (2013). Obstáculo geométrico del concepto de límite, una experiencia con fractales.
- Filloy E., Hitt F., Imaz C., Rivera F. y Ursini S. (Eds, 2003). *Matemática Educativa: Aspectos de la Investigación Actual*. Fondo de Cultura Económica. México, pp. 91-111.
- Gutierrez, L., (2005). El concepto de límite: Imagen, definición y algoritmos relacionados. Tesis de Maestría en Educación Matemática Universidad de los Andes.
- Kleiner, I., (2001). History of the infinitely small and the infinitely large in calculus. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 48, No 2/3, Infinity: The Never-Ending Struggle, pp. 137-174.



- Medina, A. C. (2001). Concepciones del concepto de límite en estudiantes universitarios. Tesis de Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.
- Polya, G., (1962). *Mathematical Discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. New York: John Wiley.
- Sánchez, O. y Contreras, A. (1998). *Análisis de manuales a través del tratamiento didáctico dado al concepto de límite de una función: una perspectiva desde la noción de obstáculo*. En enseñanza de las Matemáticas, V. 16, N° 1. P. 73-84.
- Soler, B. (2014). *Fractales para la construcción del concepto de límite en de 4º ESO*. Tesis de Maestría en Profesor de Educación Secundaria de la Universidad de Valencia.





una empresa docente

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>