

# Las computadoras y la enseñanza de las matemáticas<sup>1</sup>

Las computadoras empezaron a tener un impacto sobre la enseñanza de las matemáticas ya hace más o menos 40 años. En los últimos tiempos, con el desarrollo de la computadora personal y de software cada vez más adecuado, crece el interés en el uso de las computadoras para la enseñanza de las matemáticas. La computadora ha llegado a ser una compañera fiel de muchos matemáticos profesionales y una herramienta útil para sus investigaciones. En la enseñanza de las matemáticas, el papel de la computadora ha sido mucho más controvertido.

## Investigaciones sobre el uso de las computadoras en la enseñanza de las matemáticas

Bitter (1987) en su resumen del uso de la tecnología en el "entrenamiento" (*training*) en el campo de las matemáticas, ha señalado que tal uso puede aumentar la comprensión y en menos tiempo. Por otro lado, expresó que "las computadoras y el software ofrecen al profesor un método útil de considerar los variados estilos de aprendizaje y de exponer la materia individualmente en la etapa de aprendizaje de cada alumno". En general, insistió en que "se necesitan más investigaciones sobre la

influencia que la tecnología tiene en la educación".

## El cambio curricular

Muchos han sugerido que la enseñanza de las matemáticas debería basarse en la resolución de problemas. La computadora y el software adecuado podrían apoyar un currículo basado en la resolución de problemas, porque pueden servir para presentar problemas prácticos que requieren:

- 1) la recabación de datos,
- 2) la formulación y comprobación de soluciones, y
- 3) la comunicación de resultados e ideas.

Además ayudan a cambiar el énfasis de los tradicionales "problemas de planteo" a "situaciones de problemas".

**Patrick B. Scott**  
Universidad de Nuevo México

<sup>1</sup> Resumen de una presentación ante el Primer Simposio Internacional de Educación Matemática que se llevó a cabo en México en octubre de 1988.

## Formación de profesores

La incorporación de computadoras a la enseñanza de las matemáticas implica que los profesores tienen que saber cómo manejar dicha tecnología. Además, si el uso de la tecnología involucra la posibilidad de cambios curriculares, implica mucho más que los simples conocimientos sobre cómo activar máquinas y usar software. Significa cambios en las actitudes, creencias y modos de actuar del profesor. Si creemos que "enseñamos como enseñaron nuestros maestros" es difícil imaginar que un profesor, que nunca ha aprendido matemáticas usando computadoras, va a poder enseñar, o guiar el aprendizaje de sus alumnos, usando las mismas.

### ¿La realidad del acceso?

Es cierto que en los Estados Unidos existen muy pocos profesores de matemáticas que tienen un acceso adecuado a computadoras para incorporarlas convenientemente en su actividad docente. Y esto a pesar de que la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas ha insistido en que "una computadora estará disponible todo el tiempo en cada aula para mostrar conceptos y procedimientos, y que todos los alumnos tendrán acceso a computadoras para trabajos individuales y en grupos". En México, considerando la crisis económica, ha habido esfuerzos tremendos para dotar a escuelas secundarias con computadoras, y por supuesto, muchos de los colegios privados tienen sus computadoras. Los actuales presidentes de Costa Rica y Venezuela prometieron en sus campañas que pondrían una computadora en cada escuela de sus respectivos países, y ahora tienen que enfrentarse a la realidad para poder cumplir sus promesas. Es obvio que en todos los países de América, cada vez más profesores de matemáticas tendrán acceso a computadoras y, por lo tanto, tienen que reflexionar sobre el uso adecuado de ellas.

### ¿Cómo se usan las computadoras en la enseñanza de las matemáticas?

Uno de los primeros usos de las computadoras en la docencia en las matemáticas

ha sido la enseñanza de la programación. En las escuelas del nivel medio muchas veces ha sido un profesor de matemáticas quien imparte el primer curso de programación, generalmente con ejemplos muy matemáticos, o que introduce la programación en sus cursos. Hasta la fecha no hay consenso sobre cómo usar la programación en un curso de matemáticas. Algunos insisten en que los alumnos deben elaborar sus propios programas para resolver problemas, mientras otros simplemente ofrecen a sus alumnos programas ya elaborados. Si los alumnos formularan sus propios programas tendrían que aprender mucho sobre el proceso de programación y sobre el lenguaje que se usa. ¿Cuándo y dónde van a aprender la ciencia y el arte de programación dadas las otras demandas del currículo? ¿Y qué lenguaje van a usar? Una polémica ha surgido alrededor de BASIC en contra de Logo. Bork (1985) ha dicho enfáticamente: "No enseñe ni aprenda BASIC". Pero la realidad es que debido a su disponibilidad BASIC sigue siendo muy utilizado en el aprendizaje. Papert (1980) y sus discípulos han hecho mucho para promover el Logo, y parece que su promesa para ayudar en la enseñanza de la geometría es muy atractivo. Como un breve ejemplo de las diferencias entre BASIC y Logo, se pueden considerar sus maneras de manejar variables (un concepto que algunos consideran algo matemático que se puede aprender usando programación):

$$\frac{\text{BASIC}}{\text{LET } X = 1} \qquad \frac{\text{Logo}}{\text{MAKE "X 1}}$$

Sobre todo en aritmética, hay mucho uso de la *Instrucción Auxiliada por Computadora* (CAI). Un tipo de CAI ofrece nada más que el medio en que el alumno puede practicar destrezas. Muchos de dichos programas tienen aspectos de juegos de video y, por lo tanto, han recibido el sobrenombre en inglés de "Drill and Kill" (practicar y vencer). Otro nivel de CAI ofrece secuencias tutoriales que presentan contenidos nuevos en vez de simple repetición de hechos para memorizar. Ade-

más, algunos expertos ponen en esta categoría software que pretende ofrecer al alumno experiencias en la resolución de problemas. Sin embargo, en general puede indicarse que la CAI es "una elaboración técnica de la instrucción programada", legado de Skinner y el movimiento conductista.

Si la programación ofrece la posibilidad de descubrimiento completamente libre y CAI el otro extremo de un control conductista del alumno, también existe lo que Judah Schwartz ha llamado "Software in the Middle" (*software en término medio*). Este software no pretende un descubrimiento libre por parte del alumno ni un manejo conductista cerrado. Un ejemplo importante de software en término medio es la hoja electrónica. No tiene un contenido matemático específico, sino que ofrece una variedad de posibilidades si el profesor asume el papel de guía del alumno. McDonald (1988) ha sugerido los siguientes usos: en geometría, la investigación de las relaciones con respecto a ángulos y número de lados de polígonos; en álgebra, el estudio de funciones, la resolución de sistemas de ecuaciones, la resolución de cuadráticas, y el estudio de potencias, raíces y logaritmos; en trigonometría, la identificación o verificación de la identidad pitagórica; y en lógica, la verificación de afirmaciones lógicas (tablas de verdad).

Existen muchos programas de graficación que sirven como apoyo del profesor para mostrar rápida y precisamente las gráficas de funciones. Son muy pocos los profesores que pueden trazar bien las gráficas, y mostrar rápidamente lo que pasa al cambiar los coeficientes y constantes de una función. Generalmente resulta una confusión si el profesor dispone de nada más que pizarrón y gis o tiza. Si la computadora está presentando las gráficas, el profesor y los alumnos pueden fijarse en el comportamiento de las mismas en vez de en calcular y situar puntos.

Existen programas que pueden factorizar expresiones, resolver ecuaciones, y evaluar derivadas e integrales, es decir, programas que realizan cálculos simbólicos. MuMATH fue uno de los primeros de estos programas, y ahora IBM tiene

"The Mathematics Exploration Toolkit" (conjunto de herramientas para la exploración matemática) y para Apple Macintosh hay "Mathematica". Thorp (1989) ha sugerido que "en un futuro no muy lejano, todos los usuarios formales del álgebra realizarán sus cálculos con computadoras, tal como todos los usuarios formales de la aritmética actualmente confían en las calculadoras."

Por supuesto, Schwartz ha diseñado buenos ejemplos de software en término medio. El más famoso es "Geometric Supposer" (Simulador Geométrico): "un amplificador intelectual" con el cual "la conjetura puede asumir su papel idóneo como actividad clave en el aprendizaje y la enseñanza de la geometría". Su "Function Analyzer" (Analizador de Funciones) "proporciona entornos en los cuales los alumnos, tanto principiantes como avanzados, pueden ampliar y profundizar su comprensión del concepto de una función a través de exploración y manipulación de expresiones de funciones y gráficas". "SemCalc" (Calculadora Semántica) fue diseñada para "ayudar a los alumnos a aprender y a los profesores a enseñar cómo aprovechar las propiedades semánticas conocidas de lo referente a los números, a fin de canalizar su búsqueda de soluciones a problemas, y cómo evitar cálculos inapropiados."

Una simulación es otro ejemplo de software en término medio. Existen programas que simulan sistemas físicos o sociales, además de lenguajes que facilitan la elaboración de simulaciones. Una de las más sencillas y conocidas trata de la venta de limonada: el alumno tiene que manejar varias variables para intentar maximizar las ganancias de sus ventas.

Paquetes estadísticos que facilitan una variedad de técnicas de estadística descriptiva e inferencial, poco a poco están cambiando la enseñanza de esta disciplina. Ya no es necesario fijarse mucho en el manejo de fórmulas engorrosas. Por lo tanto, se puede insistir más en el sentido de las técnicas, en su aplicación apropiada, y en la buena interpretación de los resultados.

Las investigación en inteligencia artificial se concentra alrededor de los esfuerzos de dotar las computadoras de la aptitud de razonar (Troutman y White, 1988). Los sistemas expertos son programas basados en conocimientos que funcionan al nivel de expertos humanos, pero en un área definida estrechamente (Graham, 1983). Lippert (1987) ha afirmado que en la construcción de las bases de conocimientos necesarias en sistemas expertos, los alumnos podrían adquirir destrezas para la resolución de problemas. A continuación se presenta un ejemplo muy sencillo sugerido por Lippert en relación con un sistema experto.

Se puede conceptualizar la estructura de un sistema de este tipo como una base de conocimientos ingresada en un "shell" (casco). El casco contiene un editor de texto, una rutina de verificación y un motor de inferencia. La base de conocimientos contiene por lo menos tres componentes.

1) una lista de posibles *decisiones* que definen el dominio,

2) un conjunto de *preguntas* para extraer información, y

3) una lista de *reglas* que conducen a decisiones plausibles.

Las preguntas (P), las decisiones (D) y las reglas (R) para encontrar los divisores de un número entero son:

P1: ¿El entero termina en 0, 2, 4, 6, o 8?

P2: ¿Es divisible entre 3 la suma de los dígitos?

P3: ¿El entero termina en 0?

P4: ¿Es divisible entre 9 la suma de los dígitos?

D1: El entero es divisible entre 2.

D2: El entero es divisible entre 3.

D3: El entero es divisible entre 6.

D4: El entero es divisible entre 5.

D5: El entero es divisible entre 9.

R1: P1 → D1

R2: P2 → D2

R3: P3 → D4

R4: D2 y P4 → D5

R5: D1 y D2 → D3

Por supuesto, un profesor experto que tiene disponible el hardware y el software

adecuados formulará un *uso múltiple* de las diversas posibilidades del uso de las computadoras en la enseñanza de las matemáticas. Así podría hacer los ajustes según la materia, y según las necesidades de grupos específicos y de alumnos individuales.

### El mejor uso de las computadoras en la enseñanza de las matemáticas

A pesar de que los costos de las computadoras han bajado increíblemente siguen siendo algo caro. Si las escuelas van a invertir dinero en hardware o software, es necesario intentar tener el mejor uso posible de dichos recursos. Algunas áreas de las matemáticas parecen ofrecer más posibilidades de un buen uso de las computadoras:

1) *La Estimación* siempre ha sido importante, pero el uso de calculadoras y computadoras resalta su importancia. El ser humano debería tener capacidad de estimación para juzgar si es razonable una respuesta dada por una máquina.

2) *La Resolución de Problemas* podría recibir más atención si una máquina está realizando cálculos engorrosos. También existen programas que permiten al alumno fijarse en estrategias específicas para la resolución de problemas.

3) *La Representación Visual de Conceptos Matemáticos Abstractos* se facilita con los programas para gráficas. Como ya se mencionó, dichos programas elaboran gráficas rápida y precisamente, y permiten con facilidad el cambio de parámetros.

4) *La Manipulación Visual de Conceptos Matemáticos Abstractos* se facilita con los programas de cómputos simbólicos. Sin embargo, con programas como MATH COXFOR (1985) insistió en que a pesar de que éstos "podrían reducir la cantidad de destreza manipuladora que necesita el alumno; no reducen el nivel de comprensión de conceptos centrales ni la facultad de reconocer formas algebraicas".

5) *Práctica y Reforzamiento Paciente para Poblaciones con Necesidades Especiales* podría ser otro buen uso de las computadoras. Si alumnos con dificultades es-

peciales necesitan practicar destrezas específicas, la computadora con software

adecuado podría ser un tutor o guía simpático y paciente.

## Referencias

- BITTER, Gary** (1987). "Educational technology and the future of mathematics education, *School Science and Mathematics*, vol. 87 (6), 454-465.
- BORK, Alfred** (1985). *Personal Computers for Education*, New York: Harper and Row.
- COXFORD, Arthur** (1985). "School Algebra: What is still fundamental and what is not?" en Hirsch, C. R. (ed.) *The Secondary School Mathematics Curriculum*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- GRAHAM, Neill** (1983). *The Mind Tool: Computers and their Impact on Society* (3d ed.) New York: West Publishing.
- LIPPERT, Tenete** (1987). "Teaching problem solving in mathematics and science with expert systems", *School Science and Mathematics*, vol. 87 (6), 477-492.
- McDONALD, Janet** (1988). "Integrating Spreadsheets into the Mathematics Classroom", *Mathematics Teacher*, vol. 81(8), 615-622.
- PAPERT, Seymour** (1980). *Mindstorms*, New York: Basic Books.
- THORP, John A.** (1989). "Algebra: What should we teach and how should we teach it?" en Wagner, S. y Kieran, C. (eds.) *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- TROUTMAN, Andria P., and WHITE, James A.** (1988). *The Micro Goes to School: Instructional Applications of Microcomputer Technology*, Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing.

## Grupo Editorial Iberoamérica

en su permanente interés de brindar cada vez más apoyo a los profesores de Matemáticas en el mundo de habla hispana, participa el lanzamiento de Educación Matemática, que ya se vislumbra como el medio más importante para la interacción de las ideas que coadyuvan a la enseñanza cada vez mejor de las matemáticas.

Invitamos a todas las personas e instituciones relacionadas con la Educación Matemática a que participen en el desarrollo de esta publicación enviando sus artículos a:

Río Ganges No. 64 - Col. Cuauhtémoc - Apdo. Postal 5-076  
Tels. 5112517, 2087741 - Fax 5352009 - 06500 México, D.F.