

Investigación y educación matemática

Aunque se han encontrado documentos de inicio de siglo que hablan de *Educación Matemática*, es hasta los años 40 cuando en EUA se concede el grado de doctor, por primera vez, en esta especialidad. En México no hace más de 15 años se desarrollan estudios de posgrado en esta rama, lo cual condujo al desarrollo de investigación en esta dirección con un mayor apoyo institucional.

La historia de la *Educación Matemática* ha transitado por diversas concepciones sobre este campo, las cuales van desde la atención exclusiva a la formación matemática de los profesores, hasta la aplicación mecánica de diversas propuestas didácticas o la incorporación de muchos cursos de corte psicopedagógico en las escuelas formadoras de docentes.

En nuestro país, como en muchos otros, se debate en torno a la enseñanza de la matemática a partir de dos posiciones principales; una le da mayor peso a los contenidos, otra, a los aspectos educativos. Parte de la comunidad matemática reclama un conocimiento amplio y adecuado de la matemática como elemento principal para su enseñanza. En contraste, algunos pedagogos advierten la importancia de la comprensión del hecho educativo y sus implicaciones.

Por fortuna para la enseñanza de la matemática, hay quienes han explorado esta ciencia a pesar de tener principalmente una formación psicológica o pedagógica. También ha habido matemáticos que se han internado en el complejo e impreciso campo de la educación. Entre estos "pro-

fanadores" podemos citar a Gerard Vergnaud, Jean Piaget, Z.P. Dienes, Emma Castelnuovo, Anna Sophia Krygowska, Hans Freudenthal, René Thom, Georges Gleaser, entre otros, en los cuales se pueden incluir latinoamericanos más conocidos por nosotros.

Esta intromisión de profesionales de diversos campos en la enseñanza de la matemática ha generado una riqueza conceptual y metodológica inesperada, la cual rebasa lo realizado exclusivamente con una perspectiva matemática o educativa. Por ello cuando se ha intentado definir a la *Educación Matemática* nos encontramos con una falta de consenso de dichas definiciones. Si a esto agregamos las transformaciones sufridas en este campo por los avances y las concepciones generadas en los últimos veinte años, no podemos más que calificar automáticamente como ambicioso o pretencioso cualquier intento en este sentido.

El presente artículo tiene la finalidad de plantear algunas reflexiones, de diversos autores, sobre la *Educación Matemática* y la investigación que puede desarrollarse en este campo. Es un intento de sistematizar parte de la información sobre

Eduardo Mancera Martínez
Maestro en Educación en
Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma
de México

el tema, de propiciar la discusión relativa a las influencias y problemas implicados en la investigación y estudio de la enseñanza de la matemática. Esperando que dicha discusión nos ayude a obtener una imagen o idea de la Educación Matemática que sirva de marco de referencia para el desarrollo de nuestra actividad docente o de investigación. Cabe mencionar el reconocimiento de lo limitado que puede resultar el tratamiento aquí presentado, pero ante la importancia del tema puede comprenderse la intención de escribir algo al respecto, aún corriendo este riesgo.

Parte I.

Acerca de la Educación Matemática

La *Educación Matemática*, según G.T. Wain, se ha definido, en algunas instituciones del Reino Unido, como: "el estudio de aspectos de la naturaleza e historia de la matemática, de la psicología de su aprendizaje y su enseñanza, que contribuye a que el maestro reflexione sobre su trabajo con niños, junto con el estudio y análisis del currículo en las escuelas, los principios subyacentes en su desarrollo y la práctica educativa".¹ Esta definición es limitada en tanto no se refiere explícitamente a otros aspectos (como los relativos a la lingüística y la cultura), cuya influencia en la enseñanza es crucial; sólo se alude al trabajo con niños cuando en la actualidad no se hace esta delimitación.

Hans Freudenthal discute en una de sus obras² el sentido de la *Educación Matemática* como una disciplina, en construcción, la cual y en sus inicios, se asemeja más a una "ingeniería" (término adaptado por diversos grupos entre los cuales se habla de una "ingeniería de situaciones didácticas"). En otro artículo, cuando Freudenthal presenta sus reflexiones en torno a los problemas educativos, expresa: "si usted busca problemas mayores, el mejor paradigma de educación cognoscitiva es matemáticas";³ lo cual puede interpretarse como la posibilidad de estudiar algunos problemas educativos a partir de la comprensión de los problemas de la enseñanza de las matemáticas. Consideracio-

nes como éstas pueden inducir un interés más amplio por el estudio de los problemas de la Educación Matemática.

E.C. Begle, cuando inicia una exposición sobre los objetos de la Educación Matemática, expresa: "¿Cuáles son los objetivos de la Educación Matemática? ¿Qué matemáticas queremos que aprendan nuestros estudiantes? Es importante reconocer que no hay respuestas aceptadas universalmente a estas preguntas. La razón es simple. El número de clases de individuos y organizaciones que tienen alguna incidencia, en la definición de los objetivos de la Educación Matemática, es grande, y sus intereses son diversos para lograr unanimidad".⁴

También revisa algunas fuentes que permiten identificar los objetivos de Educación Matemática. Para ello discute el papel de los maestros, el currículo y algunos estudios o reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Las variables que merecen atención, según Begle, son las relativas a los maestros (características afectivas, conocimiento matemático, efectividad...), el currículo (tratamiento alternativo, objetivo, textos comerciales, destrezas o habilidades, jerarquías de aprendizaje...), los estudiantes (afectivas, cognitivas...), la enseñanza o instrucción (calculadoras, computadoras, materiales manipulativos, descubrimiento, juegos...), las evaluaciones (características, tipos de pruebas, administración de pruebas, elaboración de evaluaciones...) y la solución de problemas (habilidad para resolver problemas, formatos de los problemas, estrategias...).

Perspectivas como ésta, en la cual adquiere importancia la identificación de variables, recuerdan la influencia del positivismo y el "método científico" en la educación, dicho esto sin que implique algún juicio de valor.

Otra propuesta de una definición la encontramos en las reflexiones de Carlos Imaz J. sobre el tema: "*Matemática Educativa es lo que surge cuando, haciendo cierto tipo de abstracciones, abordamos a la matemática como un problema de comunicación, entendida esta última en su*

sentido moderno, es decir, como emisión y recepción de mensajes que deben producir cambios conductuales observables en los receptores y que, en caso de que estos cambios no se producen o no suceden en la forma deseada, deben producir cambios en la conducta de los emisores, continuando el proceso hasta que se consiguen los objetivos deseados originalmente u otros objetivos alternos. De entrada, este problema de comunicación se verá constreñido por las muy particulares condiciones del sistema educativo operante".⁵

Cabe hacer la aclaración que para los fines de este artículo se identifican los términos *Matemática Educativa* y *Educación Matemática*. El primero suele provocar polémicas similares a las que se generan con términos como "psicología educativa" y "sociología educativa": dado que la palabra "educativa", como adjetivo, es considerada por algunos como mal aplicada o un abuso del lenguaje que sugiere una idea diferente de lo que en realidad se trata.

Si pretender ofrecer una definición, Henrich Bauersfeld⁶ hace notar la necesidad de considerar la enseñanza de la matemática como una situación de interacción humana, en la cual se negocian y constituyen significados y se lleva a cabo en un ambiente institucional, lo cual tiene un impacto importante en el desarrollo de la personalidad. Esto se resalta con la ayuda de teorías y categorías de diferentes disciplinas como la etnometodología y la lingüística.

Lo anterior se relaciona con el interés que ha despertado la cultura considerada como un factor importante en la enseñanza de la matemática, lo cual resume en las siguientes palabras Elisa Bonilla: "...el currículum es una objetivización de la cultura matemática que tiene el propósito de inducir al alumno a dicha cultura. Por lo mismo el currículum debe atender tanto a la tecnología simbólica que son las matemáticas, como a sus valores componentes. Por ende, éste requiere de elementos sociales, históricos y culturales de mucho mejor definición de lo que están hasta ahora. El proceso de inducción a la cul-

tura está enfocado sobre la naturaleza interpersonal y social de la matemática educativa. Este proceso dirige nuestra atención por una parte a la fuerza intencional que tiene la cultura de formar a los individuos que a ella pertenecen, y por otra, al profesor de matemáticas como la persona encargada de esa formación. Los textos y otros recursos didácticos son importantes en este proceso de formación, pero es en última instancia el maestro en quien recae esta responsabilidad. Los cursos de formación de profesores de matemáticas deben dar mayor prioridad, que hasta ahora, a estas ideas culturales e históricas ya que tanto los profesores de matemáticas, como todos aquellos cuyo quehacer es la matemática educativa, son responsables, no sólo de la inducción de la cultura, sino, en última instancia, de preservar la cultura matemática".⁷

En otra perspectiva tenemos la posición de Hans-Georg Steiner: "*Posiciones filosóficas y teorías epistemológicas relacionadas con la matemática, tales como el logicismo, formalismo, constructivismo, estructuralismo y empirismo siempre han tenido una influencia significativa en las ideas directrices y principios básicos de la Educación Matemática*".⁸ Incluyendo esta perspectiva, las últimas cuatro promueven diversos elementos (comunicación, lingüística, etnometodología, cultura, filosofía y epistemología) frecuentemente omitidos en el discurso educativo relativo a las áreas de conocimiento.

De lo anterior se puede reconocer la concurrencia de diversas metodologías y disciplinas en el estudio de los problemas de la enseñanza de la matemática, lo cual dificulta la delimitación del campo correspondiente a la Educación Matemática. Se sabe que se estudia lo que sucede en el salón de clase, la forma en que se imparte la enseñanza, los procesos mentales en la formación de conceptos o habilidades, como la de solución de problemas, el diseño e impartición del currículum, el papel de la matemática en la formación del individuo, la elaboración de propuestas didácticas, la formación de maestros, la evaluación del currículum y del aprendizaje, el uso de materiales didácticos, el desarro-

llo de habilidades, el impacto de la evolución de la matemática, etcétera. pero aún no se cuenta con un marco en el cual se pueda circunscribir todo lo que implica la Educación Matemática.

Tal vez en un primer momento es más importante reconocer la complejidad inherente a los problemas que plantea la enseñanza de la matemática, la necesidad del trabajo interdisciplinario, la importancia de una formación más amplia de la que se conseguiría en una escuela de matemáticas, pedagogía, o de profesores de matemáticas, que intentar encontrar una definición adecuada de *Educación Matemática*.

Esto implica el reconocimiento adicional de que la *Educación Matemática* no se circunscribe de forma definitiva al campo de la matemática o la pedagogía, lo cual hace más complejo el tratamiento de sus problemas. Por otro lado, como veremos, el desarrollo de la investigación en este campo no se limita a los métodos del matemático, del educador o del psicólogo. Las influencias teóricas o prácticas y el tipo de enfoques subyacente en esta actividad presenta una serie de indefiniciones que provocan preocupación entre los investigadores educativos y matemáticos. De esta forma podemos considerar a la *Educación Matemática* como una síntesis dialéctica entre lo "preciso" (conocimiento matemático) y lo "discutible" (aspectos pedagógicos, sociales, humanísticos, etc.).

En lo que sigue se presentarán diversas descripciones sobre la investigación desarrollada en Educación Matemática, y al final se utilizarán para identificar algunos elementos importantes en el estudio de los problemas relativos a la enseñanza de la matemática y el tipo de trabajos que se pueden realizar.

Parte II.

Tipos de investigación en Educación Matemática

A pesar del fuerte impulso que se ha dado a la investigación de los problemas relativos a la enseñanza de la matemática, no se cuenta con criterios adecuados para identificar áreas de trabajo o tenden-

cias de esta actividad. Algunos autores consideran varias clasificaciones de la investigación en ciencias sociales, los cuales dependen de los objetivos, métodos y tipos de conclusiones, por ejemplo Susan Pick y Ana Luisa López¹¹ nos hablan de 4 tipos de categorías, a saber:

- I. Estudios exploratorios, descriptivos y confirmatorios (se hace énfasis en los objetivos).
- II. Estudios de campo, encuesta y experimentales (se considera principalmente el método).
- III. Estudios transversales y longitudinales (se considera el tiempo de realización).
- IV. Estudios piloto y final (se centra en el tipo de conclusiones).

De esta forma podemos realizar una investigación cuyas características se determinen con cada uno de los tipos antes descritos. Esto es, se puede realizar una investigación descriptiva, con encuestas, de carácter transversal que sirva de estudio piloto, por mencionar un ejemplo.

Respecto al método se tienen fuertes discusiones cuando ésto se plantea como una dicotomía, por un lado los métodos cuantitativos (enfoque normativo) y por otro, los cualitativos (enfoque interpretativo). Charles S. Reichardt resume los atributos de los paradigmas de estos métodos en una tabla,¹² la cual se presenta en el Cuadro 1 con algunas pequeñas modificaciones:

La influencia de estos métodos se presenta en *Educación Matemática* también; por ejemplo, Eugenio Filloy considera que, "la investigación en matemática educativa . . . , como la de todos los campos del conocimiento que se encuentran a medio camino entre las Ciencias y Humanidades, está entrelazada por dos campos de influencia; una, la norteamericana, . . . y la europea".¹¹ Siendo la influencia norteamericana más ligada al enfoque normativo, y la europea, al interpretativo. Encontramos también países como Gran Bretaña en el cual se combinan ambos enfoques. Muestra de ello es el estudio realizado por el CSMS, el cual fue publicado en 1981.¹²

CUADRO 1

<p>Enfoque interpretativo (Paradigma cualitativo)</p>	<p>Enfoque normativo (Paradigma cuantitativo)</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Aboga por el empleo de los métodos cualitativos. • Fenomenologismo y comprensión; se interesa en comprender la conducta humana desde el propio marco de referencia de quién actúa. • Datos producto de la observación naturalista y sin control. • Subjetivo. • Próximo a los datos; perspectivas "desde dentro". • Fundamentado en la realidad, orientado a los descubrimientos, exploratorio, expansionista, descriptivo e inductivo. • Orientado al proceso. • Válido: datos "reales", "ricos" y "profundos". • No generalizable: estudios de casos aislados. • Holista. • Asume una realidad dinámica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Aboga por el empleo de los métodos cuantitativos. • Positivismo lógico; se interesa en los hechos o causas de los fenómenos sociales, prestando escasa atención a los estados subjetivos de los individuos. • Datos producto de la medición penetrante y controlada. • Objetivo. • Al margen de los datos; perspectiva, "desde fuera". • No fundamentado en la realidad, orientado a la comprobación, confirmativo, reduccionista, inferencial e hipotético deductivo. • Orientado al resultado. • Fiable: datos "sólidos" y "repetibles". • Generalizable: estudios de casos múltiples. • Particularista. • Asume una realidad estable.

Después de haber planteado algunos aspectos generales en torno a la investigación educativa conviene conocer algunos de los tipos de investigación que se han desarrollado en *Educación Matemática*.

1. Clasificación de la investigación haciendo énfasis en el método empleado.

Como hemos dicho, se puede plantear una clasificación de acuerdo al método empleado; un ejemplo de esto lo encontramos en un reporte de Filloy.¹³ En él se presentan algunas líneas de investigación desarrolladas en México hasta el inicio de los 80, y aunque en la actualidad la situación es diferente, debido al aumento de

investigadores y de investigación en este campo, es ilustrativo un planteamiento de este tipo. Las líneas de investigación consideradas son:

1.1) Desarrollo curricular

Se plantea la construcción del currículo de acuerdo a la estructura del conocimiento, la cual, en el caso de la matemática, puede referirse principalmente al análisis de los procesos matemáticos y las dificultades en la adquisición de los conceptos.

1.2) Experimentación educativa

Aplicación del diseño experimental y los métodos estadísticos, en el sentido usual, para la prueba de hipótesis sobre

el uso de materiales o la influencia de otros factores presentes en la enseñanza, como la habilidad de traducir enunciados y las estrategias para la solución de problemas, por mencionar algunos.

1.3) Análisis exploratorio de datos

Aplicación del análisis multivariado de datos para estudios descriptivos que permiten el desarrollo de estudios en torno a las dificultades presentes en ciertos temas de matemáticas.

1.4) Análisis epistemológico

Aplicación del método histórico-crítico en el estudio de la historia de la matemática con el fin de conocer el desarrollo o evolución de los conceptos y aplicar este conocimiento a la enseñanza.

1.5) Observación clínica

Estudios similares a los de Piaget y sus seguidores.

2. Clasificación de la investigación a partir de la influencia de diversas problemáticas o disciplinas.

En una recopilación de artículos realizados por Wain¹⁴, se incluyen algunos que resaltan la relación o influencia de diversas disciplinas en la enseñanza de la matemática.

En realidad el compilador no pretende abarcar todo el hecho en este campo ni siquiera clasificar la investigación, sino su intención solamente es proporcionar una visión de algunas áreas; sin embargo, a partir del análisis de lo expuesto, se observa una clasificación implícita. A continuación se presenta ésta:

2.1) Influencia del desarrollo de la matemática en la enseñanza.

Impacto que ha tenido la matemática pura en los planteamientos educativos. Cambios de la enseñanza que pueden ser provocados por nuevos enfoques de la matemática. Propuestas didácticas producidas por el análisis y estudio de las estructuras matemáticas y sus relaciones.

2.2) Aplicaciones de la matemática

Importancia de la matemática en la industria, el comercio y otras actividades. Habilidades y conocimientos necesarios para proveer a los estudiantes de una formación matemática adecuada para enfrenar algunos problemas prácticos. Relación de la matemática con otras ciencias y la modelación. Naturaleza de la matemática aplicada y sus implicaciones en la enseñanza.

2.3) Sociología de la enseñanza de la matemática

Relación entre la *Educación Matemática* y la sociedad. Valores de las comunidades matemática y educativa. Relaciones entre maestros, alumnos y contenido. Valores que se comunican con la enseñanza de la matemática. Papel de la matemática en la sociedad. Impacto social de los resultados obtenidos en la enseñanza de la matemática.

2.4) Formación de maestros

Formas de enseñanza de la matemática. Modelos para la formación de profesores. Relación entre la formación de maestros y los diferentes niveles educativos.

2.5) Psicología de la enseñanza de la matemática

Discusión de las habilidades propias de la matemática (análisis, síntesis, generalización, ...) y la formación de conceptos. Características y desarrollo de procesos mentales como los de abstracción y generalización.

2.6) Diseño curricular

Análisis del currículo considerando el papel que desempeña la matemática en la sociedad, los valores que comunica, la formación que proporciona, los grupos sociales que la promueven, evaluación del currículo, propuestas curriculares y elementos importantes en su diseño.

2.7) Evaluación

Tipos de evaluaciones, utilidad y limitaciones de las evaluaciones, diseño de evaluaciones, identificación de conocimientos importantes para la evaluación.

3. Clasificación de la investigación a partir de las áreas de trabajo desarrolladas.

Shumway¹⁵ presenta una recopilación de artículos en los cuales investigadores de reconocido prestigio en EUA, describen algunas áreas de investigación que sirven de referencia para tener una visión de los intereses y las facetas de la enseñanza de la matemática más exploradas. Cabe señalar que se menciona la aplicación de diversos métodos en cada una de ellas y la existencia de subáreas, con lo cual se podría plantear un tipo de clasificación que contendría dichas áreas y subáreas.

3.1) Desarrollo cognitivo

Identificación de las dimensiones necesarias para describir el desarrollo de los conceptos, procesos y factores que intervienen en la construcción de los conceptos, interpretaciones subyacentes en los conceptos, efecto de las diferencias individuales, razonamiento en matemáticas y procesamiento de información.

3.2) Aprendizaje de habilidades

Identificación y desarrollo de habilidades matemáticas, pensamiento algorítmico, generalización, estimación y solución de problemas.

3.3) Aprendizaje de conceptos y principios

Variables del sujeto, de la tarea y aplicación correcta de conceptos o principios.

3.4) Solución de problemas

Comportamiento en la solución de problemas, diferencias individuales, características de las personas con habilidades para resolver problemas, desarrollo de la habilidad para resolver problemas y procedimientos heurísticos.

3.5) Diferencias individuales

Identificación e importancia de las diferencias individuales, dominio cognitivo, dominio afectivo e instrucción individualizada.

3.6) Actitudes hacia la matemática

Medición de las actitudes, factores relativos a las actividades, actitudes de

alumnos y maestros y cambios de actitudes.

3.7) Currículo e instrucción

Selección del contenido matemático, estructuración del contenido matemático y presentación instruccional.

3.8) Enseñanza y formación de maestros

Variables de la enseñanza (afectivas, cognitivas, ...), formación de futuros maestros y tipos de conocimientos necesarios para los maestros (matemáticas, psicología, sociología, pedagogía, ...).

4. Clasificación de la investigación a partir de su impacto en la enseñanza

Por otro lado, Fennema¹⁶ presenta otra recopilación de artículos en los cuales se discute el impacto de los resultados de investigación en la enseñanza, de ésta se pueden identificar las siguientes áreas de investigación:

4.1) Currículo

Contenido matemático (aspectos psicológicos, sociológicos, estructurales, ...), procedimientos instruccionales (aprendizaje guiado, aprendizaje real y planeado, ...), evolución del currículo, evaluación de programas, estudio de variables curriculares, desarrollo de enseñanza significativa y efectividad de libros de texto.

4.2) Valoraciones nacionales

Definición de habilidades básicas, importancia de la comprensión de algunos conceptos o procedimientos, desarrollo continuo de habilidades matemáticas, implicaciones de las calculadoras y microcomputadoras, resultados de los cursos y percepciones de los estudiantes de los cursos.

4.3) Pensamiento de los niños

Procesos cognitivos generales (habilidades de razonamiento lógico, procesamiento de información, procesos y metaprocesos, ...), formación de conceptos y desarrollo de la simbolización.

4.4) Toma de decisiones por parte de los maestros

El proceso de toma de decisiones, tipo de decisiones (cognitivas, afectivas, . . .) y análisis del proceso de enseñanza en el aula.

4.5) Relación proceso-producto

Influencia de la conducta del maestro, relación maestro-alumno y enseñanza efectiva.

4.6) El factor sexo

Diferencias relativas al sexo, el papel de la mujer en la matemática, participación de la mujer y expectativas profesionales de la mujer.

4.7) Solución de problemas

Problemas verbales, problemas no rutinarios, enseñanza pro solución de problemas y habilidades necesarias en la solución de problemas.

4.8) Computadoras

El efecto de la computadora en la enseñanza y eficiencia de la enseñanza asistida por computadoras.

4.9) Calculadoras

Uso de las calculadoras en clase y desarrollo de habilidades con el uso de calculadoras.

Parte III.

Conclusiones

Donovan Johnson, en los 60's, plantea: *"En matemáticas enfatizamos la lógica y la demostración, el razonamiento deductivo así como el inductivo. Enseñamos probabilidad y estadística, teoría de juegos y resolver problemas, las herramientas del investigador. ¿No es extraño que al mismo tiempo no hayamos hecho uso intenso y organizado de estas herramientas para poner nuestra propia casa en orden? No hemos usado la inducción o deducción para poner nuestra propia casa en orden? No hemos usado la inducción o deducción en forma consistente y planeada para hacer nuestros nuevos programas"*.¹⁸ Esta concepción, que en su época era progresista, resulta ahora ingenua y presuntuosa; por un lado, exalta las "capacidades del matemático" y hace un llamado a uti-

lizar éstas para "poner en orden la propia casa", si bien es cierto que dichas capacidades, distintivas de un grupo social e intelectual perfectamente identificadas, pueden ser muy útiles y en ocasiones indispensables, no son las únicas que hay que poner en juego. En efecto, resultan más importantes las habilidades para interpretar hechos, identificar diferencias individuales y procesos mentales, reconocer las necesidades de la sociedad, por mencionar.

Algunos matemáticos suscribieron posiciones similares para dedicar una parte o la totalidad de su tiempo a la enseñanza de la matemática. Incluso actualmente algunos conservan rasgos de esta posición. Cabe mencionar que si la *Educación Matemática* ha adquirido un status como el actual, se debe en gran parte al esfuerzo de algunos matemáticos prestigiados, quienes llamaron la atención sobre los problemas de la enseñanza de la matemática. Sin embargo, ya no es posible sostener concepciones como la anterior, por que además de convertirnos en un progresista fuera de época (más de 20 años atrás), se enfrentarán los problemas con menos "herramientas" de las necesarias, con lo cual las soluciones propuestas serán muy discutibles o completamente innapropiadas.

También Donovan Johnson, presenta como tipos de investigación: la investigación acción (llevados a cabo en el propio salón de clase con el contacto directo con los alumnos como se haría al aplicar algunas propuestas didácticas, filosófica (o teórica), histórica, el estudio de casos y, según Johnson, donde "se tiene la mayor promesa de encontrar respuestas definitivas",¹⁸ la experimentación científica. A esta última dedica alrededor de cuatro quintas partes de su artículo. Sin embargo, como ya se ha señalado el llamado "método científico", característico del enfoque normativo ha dejado de ser la única manera de obtener conocimiento, pues se cuenta también con el enfoque interpretativo. En realidad los esfuerzos empleados en la búsqueda de "diferencias significativas" en los experimentos educativos debieran orientarse al diseño de "experi-

mentos significativos", lo cual queda claro al revisar los reportes de investigación de diversas revistas especializadas.

El contraste con la clasificación proporcionada por S. Pick,⁷ que es muy similar a las existentes para ciencias sociales o educación, las cuatro clasificaciones anteriores permiten detectar la necesidad de la especificación de áreas y subáreas para analizar el desarrollo de la investigación en Educación Matemática; puesto que aunque la clasificación de S. Pick es aplicable a este campo no nos proporcionaría una visión precisa de lo existente.

Por otro lado, si consideramos los métodos de descubrimiento propios de la matemática, citados por Gustave Choquet: relajamiento de axiomas, refuerzo de axiomas, estudio de estructuras próximas y creación de estructuras sometidas a ciertas exigencias previas,²² podemos hacer otro tipo de contraste para percatarnos de que dichos métodos tan importantes en la matemática formal, en versiones adaptadas al caso, son muy limitados en educación. Incluso en perspectivas más flexibles encontraríamos también tales limitaciones.

De esta forma es posible percibir con mayor claridad lo dicho al final de la parte I, sobre la complejidad del campo y la necesidad de una formación amplia (en matemáticas y educación) y el trabajo interdisciplinario.

Un análisis más cuidadoso y completo de las referencias empleadas permite identificar áreas en común (desarrollo curricular, desarrollo cognitivo, ...) y algunas componentes que definen la ubicación de la investigación en alguna categoría. En este orden de ideas podemos intentar una síntesis de lo antes expuesto para tratar de identificar algunas de las áreas de investigación a continuación, con el único fin de obtener una visión amplia, aunque no completa, de éstas:

I. Desarrollo cognitivo.

- I.1 Habilidades matemáticas.
- I.2 Formación o construcción de conceptos.
- I.3 Solución de problemas.
- I.4 Factores que explican las diferencias individuales.

- I.5 Actitudes hacia la matemática.
- I.6 Razonamiento matemático.
- I.7 Transferencia del conocimiento.
- I.8 Procesos mentales relativos al uso de símbolos y el lenguaje matemático.
- I.9 Permanencia y reforzamiento del conocimiento.
- I.10 Ansiedad provocada por el proceso de enseñanza.
- I.11 Factores de tipo afectivo.
- I.12 Medición de los aspectos cognitivos.

II. Currículo.

- II.1 Papel de la matemática en la sociedad y/o en la educación.
- II.2 Valores que comunica la enseñanza de la matemática.
- II.3 Formación matemática que deben adquirir los estudiantes.
- II.4 Estructuración del currículo.
- II.5 Propuestas curriculares.
- II.6 Aplicación del currículo.
- II.7 Relación con la cultura.
- II.8 Concepciones acerca de la matemática.
- II.9 Definición de objetivos educativos.
- II.10 Tipos de instrucción.
- II.11 Modalidades de enseñanza.
- II.12 Efectividad de la enseñanza.
- II.13 Formas de medir el impacto, efectividad, etc. de las propuestas curriculares.
- II.14 Determinación de criterios para establecer la calidad de la educación.

III. Estructura de la matemática.

- III.1 Influencia del desarrollo de la matemática en su enseñanza.
- III.2 Enfoques de la matemática.
- III.3 Áreas de la matemática.
- III.4 Jerarquía entre temas.
- III.5 Estructuras matemáticas.
- III.6 Relación entre áreas y/o estructuras de la matemática.
- III.7 Aspecto formativo desde una perspectiva matemática.

IV. Aplicaciones de la matemática.

- IV.1 Papel de la matemática en la industria, el comercio, etcétera.
- IV.2 Modelación y matemáticas.
- IV.3 Enfoques de la matemática aplicada.
- IV.4 Relación de la matemática con otras ramas del conocimiento.

IV.5 Integración de aplicaciones como experiencias de aprendizaje.

V. Formación de maestros.

V.1 Identificación de los factores que definen la tarea docente.

V.2 Elementos necesarios en la formación de maestros.

V.3 Relación maestro-alumno.

V.4 Recursos para la enseñanza.

V.5 Papel del maestro en las diversas modalidades educativas.

V.6 Relación entre la docencia y la investigación.

V.7 Interdisciplinariedad o multidisciplinariedad.

V.8 Características afectivas y/o cognitivas.

V.9 Programas de formación de maestros.

V.10 Medición del aprendizaje y su relación con la evaluación y acreditación.

VI. Materiales de apoyo.

VI.1 Enseñanza por computadora.

VI.2 Enseñanza con calculadoras.

VI.3 Materiales manipulativos

VI.4 Materiales escritos.

VI.5 Materiales audiovisuales.

VII. Práctica docente.

VII.1 Proceso de enseñanza en el aula.

VII.2 Interacción entre maestro, alumno, contenido, institución, y otros elementos.

VII.3 Factores que influyen en la práctica docente.

VII.4 Proceso de comunicación en clase.

VII.5 Constitución de significados.

VII.6 Influencia de los factores culturales.

VII.7 Influencia de los factores étnicos y sociales.

VIII. El medio ambiente.

VIII.1 Ambiente generado en el salón de clases.

VIII.2 Organización escolar y su impacto en el trabajo en el aula.

VIII.3 Factores externos a la escuela que influyen en la calidad de la educación.

VIII.4 Factores étnicos.

VIII.5 Influencia del medio ambiente físico.

La mayoría de estas áreas se asocia con un tema específico y un tipo de investiga-

ción. Esto es, tendremos que hacer referencia a un tema de matemáticas: álgebra, geometría, aritmética, fracciones, proporcionalidad, ecuaciones de primer grado, ... con el nivel de especificación necesario.

También debe considerarse el tipo de investigación, tomando en cuenta aspectos como: propósito (básica, pura, evaluativa), método empleado (histórica, experimental, estudio de caso, encuesta, clínica, observacional, etnográfica, documental), nivel de explicación (descriptiva, asociativa, causal), tipo de datos recolectados, el tipo de análisis de éstos (cuantitativos, cualitativos), su relación con el tiempo (longitudinal o transversal) y el tipo de conclusiones que se espera obtener (estudio piloto o final). Lo cual no evita el uso, en un solo estudio, de diferentes tipos de investigación.

Una primera estimación de todos los posibles proyectos de investigación se podría realizar considerando lo anterior: 66 subáreas presentadas anteriormente, alrededor de 50 temas de matemáticas en 4 niveles escolares, 3 tipos de propósitos, por lo menos 8 métodos, 3 niveles de explicación, 2 formas básicas de análisis de datos, 2 maneras de proyectarlas en el tiempo y 2 tipos de conclusiones. El resultado rebasa sus cifras, contrastando esto con lo reportado en revistas especializadas encontraríamos que es insuficiente lo realizado en los últimos 10 años, con lo cual nos queda claro que hay mucho por hacer todavía e incluso hay muchos proyectos con ciertas características sin realizar aún. Incluso la gran cantidad de proyectos potenciales de investigación en Educación Matemática hace imposible una valoración de ellos, lo cual a su vez impide una adecuada toma de decisión en cuanto a cuales se debe apoyar financieramente y en que renglones hay que formar más recursos humanos.

También la estimación hecha nos permite tener una idea del "tamaño" del problema y sentir la necesidad de abandonar perspectivas que reducen a lo obvio muchos aspectos de la *Educación Matemática*.

Conviene encontrar una clasificación adecuada para la investigación porque ésta puede proporcionarnos, además de una visión amplia, un marco para ubicar los proyectos desarrollados, en desarrollo y futuros, lo cual nos permite evaluar la actitud de investigación identificando, en las ocho áreas de investigación expuestas anteriormente, las partes que requieren mayor atención y los intereses de la comunidad de investigadores.

A medida que se incrementa el número de estudios de investigación y conforme las instituciones van incorporando a sus proyectos académicos la formación de investigadores y profesores en *Educación Matemática*, se discutirán los puntos que hemos tratado con mayor detalle. Por lo pronto quede esta exposición como la aportación de algunos elementos para la reflexión relativa a la complejidad que presenta la *Educación Matemática*.

Referencias

- ¹ Wain, G.T. (comp.); *Educación Matemática*. Van Nostrand Reinhold Company, England, 1978; p. 2.
- ² Freudenthal, H.; *Weeding and sowing*. Holland, Reidel, 1978.
- ³ Freudenthal, H.; *Major problems in mathematics education; Educational Studies in Mathematics*, Vol. 12, No. 2, 1981; pp. 133-150.*
- ⁴ Begle, E.G.; *Critical variables in mathematics education*. Mathematical Association of America and National Council Teachers of Mathematics, U.S.A., 1979; pp. 9-25.
- ⁵ Imaz, J.C.; *¿Qué es la matemática educativa?* Memorias de la 1a. Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa, Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, México, 1987; pp. 267-272.
- ⁶ Bauersfeld, H.; *Hidden dimensions in the so-called reality of mathematics classroom*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 11, No. 1, 1980; pp. 23-41.**
- ⁷ Bonilla, E.; *La dimensión de la cultura en la investigación en matemática educativa*. 1a. Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa, Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, México 1987; pp. 13-35.
- ⁸ Steiner, H.; *Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their interaction with Theory and Practice in Mathematics Education*. For the Learning of Mathematics, Vol. 7, No. 1, 1987; pp. 7-13.
- ⁹ Pick, S. y López, A.L.; *Cómo investigar en ciencias sociales*. (3a. ed.). Trillas, México, 1984; pp. 29-35.
- ¹⁰ Reichardt, CH. S.; *Hacia una superación del enfrentamiento entre los métodos cualitativos y los cuantitativos*; en Cook, T.D. y Reichardt, Ch. S.; *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Colección Pedagogía, Ediciones Morata, S.A., España, 1986, pp. 25-58.
- ¹¹ Filloy, E.; *Investigación en matemática educativa en México. Un reporte*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 2, No. 2, 1981; pp. 233-256.
- ¹² Hart, K.M. et. al.; *Children's Understanding of Mathematics*; 11-16. John Murray, England, 1981.
- ¹³ Ibid.
- ¹⁴ Ibid. Capítulos 2, 8 y 13, principalmente.
- ¹⁵ Shumway, R. (comp.); *Research Methods in Mathematics Education*. National Council Teachers of Mathematics, 1980.
- ¹⁶ Fennema, E. (Ed.); *Mathematics Education Research: Implications for the 80's*. National Council Teachers of Mathematics, 1981.
- ¹⁷ Ibid.
- ¹⁸ Johnson, D.; *Un patrón para la investigación en la clase de matemáticas*. Traducción de Alfinio Flores P. (CIMAT), tomado de The Mathematics Teacher, No. 59, 1966, pp. 418-425.
- ¹⁹ Brousseau; G.; *Observations et recherches en enseignement des mathématiques*. Cuaderno del I.R.E.M. de Burdeos, Francia, No. 4, 1970.
- ²⁰ Rockwell, E.; *La relación entre etnografía y teoría en la investigación educativa*. Cuadernos de Formación, No. 2, Red Latinoamericana de investigaciones cualitativas de la Educación Escolar, Chile, 1984.
- ²¹ Eisenhart, M.A.; *The ethnographic research tradition and mathematics education research*. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 19, No. 2, 1988; pp. 99-114.
- ²² Choquet, G.; *El análisis y Bourbaki*; en Hernández, J.; *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Alianza Universidad (207). Madrid, 1978; pp. 231-254.