ARTICULOS

Organización lógica de enunciados en una demostración

Luis Radford
Escuela de Formación de Profesores de Enseñanza Media
Universidad de San Carlos de Guatemala

I. Introducción

Demostrar es, en un sentido muy general, un acto realizado por una persona —el locutor— y dirigido a otra persona —el auditor—, con el fin explícito que esta última reconozca o acepte un hecho específico; en el lenguaje natural, dicho acto aparece como una sucesión de enunciados E1, E2, . . . , En, que conducen al auditor a la aceptación del hecho en cuestión.

El acto de demostrar culmina con la aceptación por parte del auditor del hecho presentado por el locutor. Este es un elemento fundamental que va a diferenciar la demostración de la argumentación: en efecto, en esta última, el locutor puede limitarse a dar elementos de juicio al auditor para que este último obtenga, por su propia cuenta, la conclusión. Los elementos lingüísticos que pueden ser explotados a ese efecto pueden ser variados (insinuaciones, recurso a situaciones irónicas, etc.). Además, en la argumentación, la conclusión no tiene que ser explícita, cosa que no puede suceder en la demostración.

Lo anterior es suficiente para convencernos que la escogencia de los enunciados E1, E2, E3, etc. en una demostración, tiene imposiciones muy fuertes, al proponerse que el auditor no pueda quedar en posición de refutarlas. Los criterios que deciden la escogencia y la organización de los enunciados pueden ser englobados en dos categorías: una *categoría lingüística* que se apoya en reglas de funcionamiento del lenguaje natural —reglas en general implícitas— y una *categoría lógica*, que no se reduce meramente a un cálculo de valores de verdad. La escogencia de la estructura gramatical de cada enunciado, por ejemplo, sucede dentro de la categoría lingüística. En la categoría lógica se encuentran los criterios que rigen el encadenamiento de los enunciados; como lo hemos señalado arriba, tal encadenamiento debe asegurar la conducción del auditor —a través de todo el discurso— hacia la conclusión.

Conviene notar que las categorías lingüística y lógica no operan de manera independiente, como podría parecer en un principio; basta recordar la manera de proceder de los sofistas.*

Para que la demostración se lleve a cabo, los enunciados del discurso deben ser *comprensibles* para el auditor, además de irrefutables *lógicamente*. Esto pone en evidencia, por un lado, que en el acto de demostración entra en juego un referencial semántico que debe ser *común* al locutor y al auditor; por otro lado, el encadenamiento del discurso E1, E2, . . . está condicionado —en una buena parte— por la lógica del auditor: para el éxito de la demostración, la lógica del auditor y la del locutor deben ser *compatibles*.**

Un elemento fundamental que diferencia el acto de demostrar en el lenguaje natural del que ocurre en las ciencias deductivas, y en particular en Matemática, es que en éstas las reglas lógicas que rigen el encadenamiento de los enunciados (es decir las reglas de inferencia) pueden llegar a ser explicitadas, mientras que en el lenguaje natural esas reglas permanecen, en general, implícitas. De hecho la enseñanza de la Matemática Moderna estuvo centrada en una pedagogía en la que predominaba la explicitación de las reglas que permitían el encadenamiento de una expresión a otra, reglas que reposaban —por lo menos en teoría— en el *reconocimiento* de las estructuras de base y de sus propiedades. Así, por ejemplo, en el paso de la expresión $x + a = b$" a la expresión $x = b - a$" se justificaba por la regla del inverso aditivo". Los resultados escolares muestran, no obstante, que, desde un punto de vista cognoscitivo, el reconocimiento de las reglas susceptibles de "armar" un discurso matemático no es suficiente para colocar al individuo en condiciones de elaborar una demostración.

* A ese respecto, Degandt [D1] dice: el sofista "hace aceptar tesis aparentemente sin relación con la proposición en juego, fragmenta sus aserciones, toma largos caminos y es sólo en el último momento que retoma todos los hilos. Muestra entonces al adversario que éste ha admitido la conclusión sin darse cuenta, porque ha admitido sucesivamente todas las premisas".

** La matemática exhibe numerosos ejemplos de discursos que pueden ser aceptados como demostraciones por un individuo y no por otro; este sería el caso de un matemático "clásico" y uno intuicionista, frente a un texto que incluya el principio aristotélico del tercio excluído.

II. Sobre las leyes lógicas

La práctica de la demostración en Matemática, vista como útil de prueba, pone en evidencia algunas leyes (implícitas) de su funcionamiento, y, en general, el profesor espera que, por imitación, a su vez el alumno las ponga en práctica.

Dentro de esas leyes vamos a mencionar tres:

LEY DE LINEALIDAD:

Una de las características más importantes de la demostración, tal como aparece en los manuales escolares y universitarios, es su corte sintético: los enunciados se siguen en el orden en que se necesitan para producir otros que le sigan lógicamente (esta linealidad no impide, sin embargo, la aparición de ramas, como ocurre en las demostraciones por disyunción de casos).

LEY DE MINIMALIDAD:

Esta ley excluye la inserción, dentro de un texto demostrativo, de enunciados superfluos o redundantes. Así, por ejemplo, no será utilizado un enunciado, aún si lógicamente se deduce de los anteriores, si no está en la cadena de enunciados que conducen al auditor inevitablemente a la conclusión.

LEY DE ECONOMIA:

Esta ley permite al locutor omitir uno o varios enunciados si éste estima que dicho enunciado o enunciados pueden ser reencontrados por el auditor. Un caso extremo es la leyenda "evidente" que sigue a veces en algunos manuales al anuncio de la demostración de un teorema.

III. Heurística contra demostración: La ley de linealidad

La ley de linealidad ha sido, históricamente, una de las características más importantes de la demostración. Este rasgo aparece ya en Platón, como lo muestra el siguiente extracto de "La República": "Los geómetras y los aritméticos suponen dos suertes de números, uno par y otro impar, figuras, tres especies de ángulos y así sucesivamente, según la demostración que buscan; consideran luego esas suposiciones como tantos otros principios ciertos y evidentes de que no dan razón ni a sí mismos ni a los demás; finalmente parten de esas hipótesis, y siguiendo una cadena no interrumpida, descienden de suposición en suposición hasta la que se habían propuesto demostrar".

Pero el texto anterior va en realidad más lejos: pone en evidencia que las "suposiciones" —es decir los enunciados que van a figurar en la demostración— serán objeto de una escogencia de los locutores "según la demostración que buscan"; en otras palabras, el acto de demostración está sujeto a un acto heurístico en el cual tiene cabida dicha escogencia. Platón está, de lleno, en uno de los problemas más importantes con los que la demostración va a tener que arrastrar: es, simplemente, el de su construcción.

Esta concepción de demostración, que viene a reemplazar a la demostración por "visualización" (ver [S2], [D2]), tiene sobre esta última la ventaja de no estar propensa a la debilidad de nuestros sentidos y de poder obtener resultados que no pueden lograrse sobre la simple percepción de los objetos (como la irracionalidad de la raíz de 2). En adelante es el intelecto el que tiene la palabra en cuestión de establecimiento de verdades. Se procederá, entonces, según los principios o puntos de partida "sin los cuales —dice Aristóteles en su Metafísica— sería preciso llegar al infinito de tal manera que [. . .] no habría demostración".

La legitimidad de un procedimiento deductivo requerirá, como punto de partida, que dicho procedimiento tenga una forma lineal o sintética que arranque de los principios. Así, sabemos bien que Arquímedes concebía su método mecánico como método de invención y no como método de demostración: para sus demostraciones disponía del procedimiento de exhaución que se enmarca perfectamente en la forma sintética de proceder, no así el método mecánico, cuya última etapa no es ninguno de los principios ni deducible de éstos, Pappus, al final de s. III d.C., distingue entre análisis y síntesis. El análisis es tomado como un proceso heurístico el cual puede permitir obtener proposiciones "candidatas", partiendo de lo que se busca y obteniendo consecuencias sucesivas "como si ellas también fueran verdaderas y establecidas en virtud de nuestras hipótesis, hasta obtener algo admitido [. . .]. La prueba corresponderá al del análisis en orden inverso" [H1]. Proclo, en el siglo V d.C., describe en términos semejantes a los de Pappus, el análisis y la síntesis, dotando también al análisis de carácter heurístico. "Quelle che confermano i principii sono chiamante "analisi" e ad esse corrispondono le "sintesi" —perché partendo da quei principii, si puo procedere *ordinatamente* all oggetto della ricerca, e questo e la sintesi" [P2] (El subrayado es nuestro).

IV. Organización lógica de los enunciados en una demostración

Hemos visto, en el párrafo anterior, primero, cómo el carácter lineal de la demostración lleva consigo el problema de encontrar las proposiciones sobre las cuales reposará dicha demostración y, segundo, que el proceso lineal deductivo debe arrancar de principios conocidos tomados por ciertos. El pasaje de Aristóteles citado anteriormente es particularmente elocuente en este segundo aspecto.

Vamos a presentar ahora los resultados de un estudio que se propone explorar cómo se presenta en alumnos el problema de la linealidad de una demostración y el de la búsqueda de los principios sobre los que una demostración debiera arrancar.

IV.1 *OBJETIVOS:*

Nuestro trabajo intenta dar respuesta a las siguientes preguntas:

1) ¿La organización de un texto de demostración tiene siempre un carácter lineal? ¿Es éste global? Es claro que dichas organizaciones terminan con lo que se desea demostrar?
2) ¿Existen dificultades en la identificación de principios (hipótesis), en la organización deductiva de una demostración?
3) ¿Aparecen procesos de análisis (en el sentido de Pappus y Proclo menciona-

do anteriormente) cómo propuesta de organización deductiva válida?

IV.2 *EL INSTRUMENTO:*

Para tratar de responder a esas preguntas, diseñamos una prueba papel-crayón, en la que se presentaron los enunciados de dos teoremas. Abajo aparecían, en desorden, las partes de las demostraciones respectivas (cada parte o unidad de organización era una proposición) y se pedía al sujeto que ordenara esas partes (en anexo se encuentra una parte del instrumento) con el objeto de reconstruir la demostración.

La prueba se pasó en el primer semestre de 1989 y el tiempo que los alumnos se llevaron en responder se situó entre 25 y 35 minutos.

IV.3 *MUESTRA:*

Nuestra muestra, constituida de 70 sujetos, fue tomada de la población formada por los estudiantes que habían concluido el primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, del año académico 1989. Esta población fue, al inicio del semestre, de aproximadamente 1000 individuos.

Debemos advertir que los estudiantes del sistema educativo guatemalteco reciben, en todos los niveles, aunque quizá un poco menos en el nivel universitario, una educación matemática centrada en el aspecto instrumental, quedando relegado a un segundo plano el aspecto deductivo. De hecho, este estudio encuentra su justificación en esta problemática y quiere ser un aporte, a nivel de lo que podríamos llamar "investigación básica pedagógica", en la búsqueda de métodos didácticos que permitan al individuo, por lo menos en alguna medida, la construcción de un pensamiento deductivo.

IV.4 *RESULTADOS*

IV.4.1. *Análisis de la primera demostración:*

De los 70 alumnos, únicamente 10 presentan una organización deductiva correcta. De los 60 alumnos restantes, 17 empiezan colocando correctamente las dos primeras proposiciones (hipótesis y Teorema de Pitágoras), sin poder continuar en la organización deductiva. Además, los resultados muestran que un individuo que logra colocar las tres primeras proposiciones de la deducción, es capaz de llevar la deducción hasta el final: de esa forma, el hecho de distinguir el lugar que ocupa la proposición que llamaremos auxiliar ($b^2 + c^2 \geq b^2$) en el texto de demostración —se trata de una proposición que no tiene que ver directamente con la hipótesis y el Teorema de Pitágoras, sino que pertenece a la Aritmética Elemental—, caracteriza a los individuos que logran producir una organización deductiva total.

Ahora bien, los 17 alumnos mencionados anteriormente, aun si no pueden continuar con la organización deductiva, casi todos presentan cadenas deductivas parciales, lo que nos lleva a afirmar que la organización deductiva:

F1: hipótesis
F2: Teorema de Pitágoras
F3: Proposición auxiliar
F4: $a > b$
etc.

es difícil por el hecho de requerir la coordinación de dos premisas (F2 y F3) con una conclusión (F4).

Veamos estos ejemplos:

Edwin: —Sean a la longitud de la hipotenusa y b y c la longitud de los lados.

— Por el teorema de Pitágoras tenemos que

$$\left.\begin{array}{l} a^2 = b^2 + c^2 \\ \text{— Es decir } a > b \\ \text{— Es decir } a > c \\ \text{— Por tanto } a^2 > b^2 \\ \text{— Por tanto } a^2 > c^2 \\ \text{— Pero } b^2 + c^2 > b^2 \end{array}\right\} *$$
— Igualmente $b^2 + c^2 > c^2$

* organización parcial deductiva

Erick: "Sean a la longitud de la hipotenusa y b y c las longitudes de los lados.

Por el Teorema de Pitágoras tenemos que:

$a^2 = b^2 + c^2$
Por tanto $a^2 > b^2$ *
Es decir $a > b$
Por tanto $a^2 > c^2$
Es decir $a > c$ *
Pero $b^2 + c^2 > b^2$
Igualmente $b^2 + c^2 > c^2$

* organización deductiva parcial

Enunciados que están de más...

La imposibilidad de organizar todos los enunciados en el texto demostrativo conduce a 22 alumnos (31%) a relegar al final del texto los enunciados que parecen estar de más. Ejemplos de esta situación se encuentran en los dos citados anteriormente (Edwin, Erick).

Organizaciones locales y organizaciones no lineales:

Hemos dicho que 10 alumnos construyen una demostración completa. De los 60 alumnos restantes, 39 (56% de toda la muestra) presentan organizaciones locales deductivas. Para responder a la primera pregunta del IV.1.1.) he aquí un ejemplo de uno de los 21 alumnos (30% de toda la muestra) cuyo texto de demostración no presenta ningún carácter deductivo y que pone en evidencia la existencia (bastante elevada: 30%) de textos con intención demostrativa (según el individuo), sin carácter lineal.

Anabella:

"— Por el Teorema de Pitágoras tenemos que $a^2 = b^2 + c^2$
— sean a la longitud de la hipotenusa, b y c las longitudes de los lados.
— Es decir $a > c$
— Es decir $a > b$
— Pero $b^2 + c^2 \quad b^2$
— Por tanto $a^2 > b^2$
— Por tanto $a^2 > c^2$

Sobre la hipótesis

Exactamente el 50% de la muestra inicia la organización deductiva enunciando la hipótesis (Sea a la longitud de la hipotenusa, etc.). Podemos decir, entonces, que sólo la mitad reconoce el principio de la organización global (ver IV.1.2.)

Conviene ahora estudiar la relación que puede haber entre presentar organizaciones locales y empezar planteando la hipótesis. El siguiente cuadro, que abarca los 60 alumnos que no presentaron una demostración completa, aclara algunas cosas:

		Plantea la hipótesis Sí	No	
Efectúa organizaciones locales	Sí	18	21	39
	No	7	14	21
		25	35	60

Como se ve, la proporción de individuos que efectúan una organización local sin plantear la hipótesis inicial es mayor que la proporción de los que plantean la hipótesis sin presentar organizaciones locales. Podemos conjeturar, a la luz de estos resultados —y esto podría ser confirmado por un estudio de corte "horizontal", es decir que incluya a la variable "tiempo"—, que, en el plano cognoscitivo, la organización local es una actividad que precede, en la mayoría de los alumnos, al reconocimiento del papel que desempeña la hipótesis inicial.

IV.2.2. *Análisis de la Segunda Demostración*

El segundo teorema se propuso con el fin de investigar la eventual aparición de organizaciones deductivas de tipo analítico como substitutas de las organizaciones deductivas de tipo sintético. De esa cuenta no tenemos deducciones de la forma "(A y B) $\Longrightarrow C$", que son más difíciles de remontar en sentido inverso y que podrían hacer aparecer dificultades no pertinentes para nuestro estudio. Así pues, en este teorema, las deducciones son de tipo "A $\Longrightarrow B$".

Los resultados son los siguientes:

a) Sólo hay una demostración correcta.

b) el porcentaje de personas que empiezan enunciando la hipótesis (es decir: "Sea n tal que n 3") es del 66%, que es mayor que lo obtenido en la demostración anterior (50%). La diferencia puede comprenderse por el hecho que en la segunda demostración, todas las proposiciones se expresan en lenguaje simbólico, excepto una, que incluye lenguaje natural: es ésta la que se toma entonces por hipótesis. De esta cuenta, este 66% relativamente elevado, debe tomarse con alguna precaución: no refleja, necesariamente, comprensión de una organización global del texto de demostración.

c) Sólo 6 alumnos terminan la demostración con la conclusión buscada ($2 - Xn > 2/5$) Ver IV.1.1., tercera pregunta).

d) 27 alumnos parten de la conclusión.

e) 16 alumnos presentan una organización global analítica, respondiendo así a la pregunta 3) del párrafo IV.1.

EJEMPLO:

Angel:

$\boxed{\text{Sea } n \text{ tal que } n \geq 3}$

$\boxed{2 - Xn > \frac{2}{5}}$

$\Rightarrow \boxed{2 - \left(1 + \frac{1}{n}\right) > \frac{2}{5}}$

$\Rightarrow \boxed{1 - \frac{1}{n} > \frac{2}{5}}$

$\Rightarrow \boxed{1 - \frac{2}{5} > \frac{1}{n}}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{3}{5} > \frac{1}{n}}$

$\Rightarrow \boxed{n > \frac{5}{3}}$

f) Los resultados muestran que sólo 41 alumnos llegan a efectuar organizaciones parciales (ver el primer ejemplo abajo), quedando 13 (19%) si lograr encadenar lógicamente las proposiciones dadas (ver el segundo ejemplo abajo).

EJEMPLO:

Marco Antonio:

$\boxed{\text{para } n \text{ tal que } n \geq 3}$

$\boxed{n > \frac{5}{3}}$

$\boxed{\frac{5}{3} > \frac{1}{n}}$

$$2 - \left(1 + \frac{1}{n}\right) > \frac{2}{5}$$

$$1 - \frac{1}{n} > \frac{2}{5}$$

$$2 - Xn > \frac{2}{5}$$

$$2 - \left(1 + \frac{1}{n}\right) > \frac{2}{5}$$

$$1 - \frac{1}{n} > \frac{2}{5}$$

$$1 - \frac{2}{5} > \frac{1}{n}$$

$\boxed{\text{Sea } n \text{ tal que } n \geq 3}$

$\Rightarrow \boxed{n > \frac{5}{3}}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{3}{5} < \frac{1}{n}}$

$$\Rightarrow \boxed{2 - Xn > \frac{2}{5}}$$

$$\Rightarrow \boxed{2 - \left(1 + \frac{1}{n}\right) > \frac{2}{5}}$$

$$\Rightarrow \boxed{1 - \frac{1}{n} > \frac{2}{5}}$$

$$\Rightarrow \boxed{1 - \frac{2}{5} > \frac{1}{n}}$$

Se observa muy bien, en la columna de "trabajo en sucio" el experimento heurístico que conduce a la construcción de dos cadenas deductivas parciales, la segunda empezando precisamente con la hipótesis, con lo que ésta queda en el interior de la demostración. Este ejemplo viene a apoyar la conjetura enunciada anteriormente, es decir que la aparición de organizaciones locales precede, en el plano cognoscitivo, al reconocimiento del papel que desempeña la hipótesis inicial.

Ejemplo de producción sin encadenamiento lógico. Jorge:

TEOREMA N°. 2

Trabajo en Sucio	Trabajo Definitivo
$2 - \frac{3}{5} > \frac{1}{n}$	$2 - \frac{3}{5} > \frac{1}{n}$
$2 - \frac{3}{5} > \frac{2}{5} - \left(1 + \frac{1}{n}\right)$	$2 - \frac{2}{5} > \left(1 + \frac{1}{n}\right)$
$n \geq 3$	$n > \frac{5}{3}$
$2 - \frac{2}{5} > Xn$	$1 - \frac{2}{5} > \frac{1}{n}$
$1 - \frac{2}{5} > \frac{1}{n}$	$2 - \frac{2}{5} > Xn$
$\frac{2}{5} - \frac{2}{5} > \frac{1}{n}$	$1 - \frac{1}{n} > \frac{2}{5}$
$Xn = 1 + \frac{1}{n}$	
$2 - \frac{2}{5} > Xn$	

IV.4.3. *Conclusiones*

El esclarecimiento de las dificultades en la formación de un pensamiento deductivo en el individuo es particularmente importante para la enseñanza de la Matemática.

El pensamiento deductivo está llamado a organizar, a partir de principios, como lo vimos en la primera parte de este trabajo, un discurso sintético, irrefutable, con el fin de convencer.

La organización del discurso deductivo exige el discernimiento de las proposiciones pertinentes y su encadenamiento; aquí intervienen procesos cognoscitivos de diferente orden (procesos analógicos, tratamientos de imágenes, procesos asociativos, etc.) que no pueden reducirse a un ámbito meramente lógico.

Sin embargo, el trabajo que hemos presentado aquí, muestra, en particular, que no es suficiente tener expuesto a los ojos la lista de proposiciones elementales que componen un discurso deductivo con vistas a establecer la veracidad de un hecho para que los individuos puedan organizarlo en forma adecuada.

Hemos puesto en evidencia la existencia de explicaciones sin organización deductiva y organizaciones deductivas analíticas (en el sentido de Proclo) que tienen, para el individuo un rango de demostración. Este trabajo ha permitido observar igualmente la existencia de organizaciones deductivas locales o parciales, y hemos enunciado la conjetura que estas organizaciones preceden, en la construcción de los discursos de demostración del individuo, al reconocimiento (de tipo lógico y no linguístico, como sucedió en la segunda demostración aquí presentada) del papel que desempeña la hipótesis inicial; este reconocimiento sería el inicio de una actividad organizadora deductiva global.

Parecería entonces, desde el punto de vista de la educación matemática del individuo, que es necesario una ejercitación de tipo predominantemente lógico que permita al individuo elaborar eficazmente sus organizaciones deductivas. En los trabajos sobre heurística de corte clásico (cf. [P1], pág. 43 por ejemplo, o [S1]), las funciones lógicas se encuentran desde el inicio mezcladas con las otras (v.g. las analógicas). No se trata aquí de afirmar que esas funciones operan separadamente en un plano cognoscitivo durante un proceso de organización deductiva: sucede, simplemente, que si el individuo no ha alcanzado un nivel lógico mínimo, este trabajo acaba de probarlo, no es de esperarse mayor éxito en materia de demostración. Es más, sólo en la medida en que el nivel lógico alcanza cierta profundidad es capaz de entrar en relación con las otras funciones cognoscitivas presentes.

Este estudio ha intentado observar en acción la función lógica. Es posible que las otras funciones cognoscitivas que intervienen en los procesos de organización deductiva requieran, dentro de un programa didáctico, atenciones específicas. La implementación de ese programa didáctico nos exige un mejor conocimiento de esas funciones. Y ese es un problema que nos queda por resolver.

IV.4.4. *Referencias Bibliográficas*

[D1] Degandt, F. Les Mathématiques grecques dans leur contexte philosophique. Actes de l'Université d'été du Maine. France, 1984.

[D2] Dieudonné, J. Pour l'honneur de l'esprit humain. Les Mathématiques aujourd hui. Pluriel. Hachette. 1987.

[H1] Heath, T. A. History of Greek mathematics. Vol. II, Dover, 1981.

[P1] Polya, G. Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, 1974.

[P2] Proclo, Commento al I libro degli Elementi di Euclide. Gardini Editori e Stampatori. Pisa. Italia. 1978.

[S1] Solow, D. Cómo entender y hacer demostraciones en matemáticas. Limusa, 1987.

[S2] Szabo. A. The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation or definitions and axioms. Scripta Mathematica. 27, 1962.

Teorema: 1

En todo triángulo rectángulo, la longitud de la hipotenusa es mayor que cada uno de los lados.

Pero $b^2 + c^2 > b^2$

Por tanto $a^2 > b^2$

Por tanto $a^2 > c^2$

Por el teorema de Pitágoras tenemos que $a^2 = b^2 + c^2$

Es decir $a > b$

Igualmente $b^2 + c^2 > c^2$

Sean a la longitud de la hipotenusa y b y c las longitudes de los lados.

Es decir $a > b$

Teorema: 2

Sea n un número natural distinto de cero, sea $Xn = 1 + 1/n$. Entonces

$$\forall\ n \geq 3 \quad 2 - Xn > \frac{2}{5}$$

$\frac{3}{5} > \frac{1}{n}$

$2 - \left(1 + \frac{1}{n}\right) > \frac{2}{5}$

$n > \frac{5}{3}$

Sea n tal que $n \geq 3$

$1 - \frac{1}{n} > \frac{2}{5}$

$2 - Xn > \frac{2}{5}$

$1 - \frac{2}{5} > \frac{1}{n}$

Para este teorema, se le ruega presentar su trabajo definitivo en la forma siguiente.

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$

etcétera.