

El lenguaje convencional, la jerga escolar y la geometría

Introducción

El lenguaje que utilizamos los profesores en el salón de clase y que, evidentemente, tiene como punto de partida el lenguaje convencional y es el instrumento del que nos valemos para transmitir información matemática al estudiante está, por decirlo de alguna manera, impregnado de múltiples significados adecuados al propio discurso matemático.

El lenguaje convencional, más una buena cantidad de metáforas y significados particulares, crean en el ámbito escolar una particular *jerga del salón de clases*.

Los profesores no dejamos de apoyarnos en esta jerga, para retomar el significado del discurso matemático, pues es a través de ella que establecemos el vínculo enseñanza-aprendizaje. A todo lo anterior hay que añadir el uso del lenguaje y el conjunto de significados dados a éste, propios del estudiante.

Aunque el lenguaje del salón de clases parece estar sometido a demasiadas condiciones, es un hecho que el aprendizaje se logra regularmente. En este trabajo nos acercamos a la *jerga del salón de clases*, ubicamos algunos de los accidentes y, eventualmente, obstáculos, frente a los que se coloca el proceso de conocimientos que en forma inevitable es afectado por ella; accidentes que se manifiestan a tra-

vés de expresiones lingüísticas particulares en la clase de geometría en el nivel medio básico; posteriormente se hará un rastreo de las mismas en el nivel medio superior.

Observamos el uso que los estudiantes hacen de éstas expresiones, y analizamos los posibles motivos de formación, así como los mecanismos que propician su aparición. Antes de abordar el trabajo son necesarias algunas observaciones sobre un elemento fundamental de la geometría en estos niveles escolares: la expresión gráfica.

La expresión gráfica

En la clase de geometría, desde el nivel elemental hasta posiblemente el bachillerato, la expresión gráfica desempeña un papel de primera línea; primero porque nos permite mostrar, de manera rápida y

Claudia Acuña
Sección de Matemática
Educativa
CINVESTAV
México, D.F., México

por demás elocuente, aquello de lo que estamos hablando y, segundo, por su inherente cualidad de sugerir información, lo cual en muchas ocasiones está estrechamente ligado al objeto de estudio.

Es de esperar, pues, que en un estudio que trate de la *jerga del salón de clases* en la clase de geometría de la secundaria y el bachillerato, se considere a la expresión gráfica como un importante objeto de estudio; quisiéramos entonces hablar de algunos comportamientos frente a cierto tipo de expresiones gráficas.

En el año 1986 realizamos un pequeño experimento con una muestra poblacional en Ciudad Guzmán, Jalisco, de veinte profesores-estudiantes de la Universidad Pedagógica Nacional.

Les pedimos que definieran una perpendicular desde un punto a una recta.

Es decir, queríamos saber qué entienden los profesores cuando se usa esa frase. Los resultados pueden considerarse correctos, salvo en un caso; pero lo que interesaba no era constatar el conocimiento de lo que es una recta perpendicular, sino cómo se refiere el profesor a ella.

Veamos lo que sugieren los resultados:

Un ángulo, $\frac{3}{20}$ *	
Dos ángulos, $\frac{9}{20}$	
Cuatro ángulos, $\frac{1}{20}$	
"Ángulos", $\frac{1}{20}$	

La idea sobre la perpendicular que surgió con más insistencia, y que parecía gozar de la preferencia de la mayoría de los profesores de la muestra, fue la de la perpendicular como T invertida. Esto pudiera ser explicado, en gran parte, por la pre-

sentación que de ella se hace en muchos libros de texto y, sobre todo, por el dibujo que muchos maestros acostumbramos presentar como la *perpendicular* en nuestra clase de geometría.

Podríamos suponer que el trazo a mano de la perpendicular en la Figura 1 es más fácil que el de la Figura 2. Lo que no queda claro es la preferencia de la Figura 1 sobre la Figura 3 ya que la preferencia no está determinada por la facilidad de trazo.

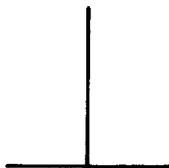


FIGURA 1



FIGURA 2

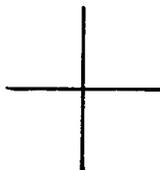


FIGURA 3

Notamos en las respuestas una fuerte inclinación descriptiva, por ejemplo:

Es la línea que forma con la recta dada un ángulo recto, y se podría mencionar que es la distancia más corta entre ambos.

Es una línea recta que atravesando el punto corta a la recta dada, formando dos ángulos rectos.

La definición parece quedar un tanto oscurecida por una relación de atributos.

La perpendicular, junto con el triángulo isósceles, o el rectángulo o la bisectriz, y otros, están estrechamente relacionados

* Proporción de los entrevistados que dieron la respuesta.

con su expresión gráfica e, incluso, con una posición determinada, *la proposición del texto* (Hoffer, 1983), cosa que no sucede con conceptos más bien funcionales como simetría, reflexión, etc.

El hecho de asociar una expresión gráfica a un concepto geométrico y transitar de una a otro, comienza en el nivel básico y parece que no desaparece en forma espontánea, ni siquiera en nuestros años de ejercicio docente.

Pero, finalmente, ¿hasta qué punto la expresión gráfica de los objetos geométricos dirige e impone condiciones innecesarias?, ¿hasta dónde sugiere precisiones ineludibles, objeto de mayor cuidado?, ¿cómo está inmersa la *jerga o lenguaje del salón de clases* en la enseñanza de la geometría?, etc., son algunas de las preguntas que empezamos a responder a partir de este trabajo.

El experimento

El experimento se montó, en primer lugar, con 29 estudiantes de secundaria en el año 1987 y posteriormente se hizo otro con 37 estudiantes de vocacional (de la carrera de ingeniería) en 1988, a fin de observar la permanencia de algunos resultados observados en el nivel de secundaria. Los estudiantes contaban con 14 y 16 años de edad. Utilizamos un test de complementación y lectura de textos matemáticos (Pluvinage, 1987), este test consta de un texto matemático del que se han suprimido una de cada cinco pala-

bras. El texto que aquí empleamos se refiere a la construcción de un triángulo dados los lados del mismo.

El texto va acompañado de una construcción que ilustra el ejemplo del que se habla, así como de un ejemplo en el que la construcción es imposible, a manera de proporcionar elementos que justifiquen la generalización que se concreta en una ley establecida en la última parte del texto como *ley del triángulo*.

El test utilizado permitió acercarnos a la comprensión que el estudiante tiene del texto, desde varios puntos de vista, por ejemplo, qué tipo de información retiene a través de su lectura, ya sea matemática o lingüística, cómo la utiliza para resolver problemas de coherencia del texto, tanto localmente como en general. Observamos qué tipo de información se le dificulta. En ocasiones, esto sucede por las características del texto; otras veces se detectan problemas de un tipo distinto, como podrían serlo dificultades intrínsecas del concepto.

Los aspectos de un análisis netamente estadístico no son tratados aquí; para ello vea (Acuña, 1987). El interés de este trabajo se centra en un análisis cualitativo de cierto tipo de errores que podrían explicarse a través de *el lenguaje del salón de clase*, y que nacen a partir de él.

A continuación, reproducimos el test. La palabra que aparece bajo el renglón es la del texto original, eventualmente considerada como correcta, y que aquí nos sirve para dar sentido al texto.

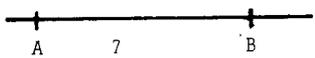
Algunas partes de los siguientes párrafos han sido borradas. Llena los espacios en blanco.

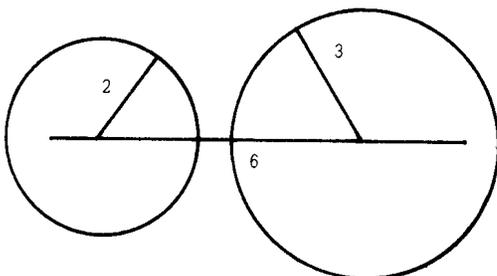
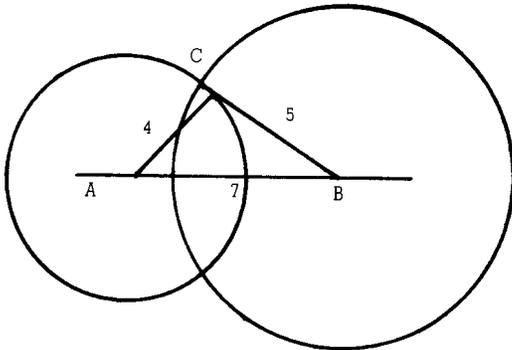
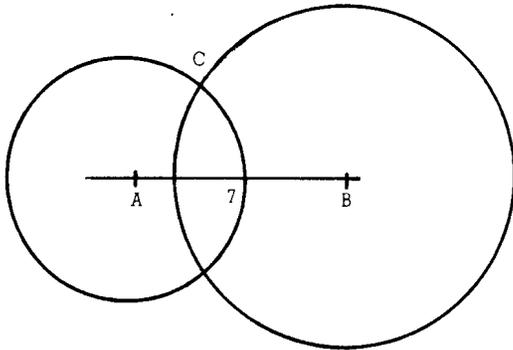
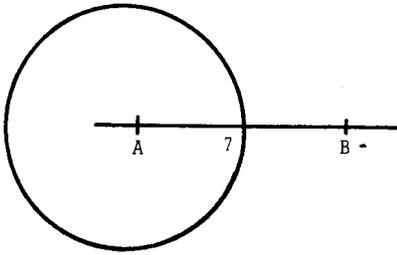
CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS

Un _____ que se presenta _____ en
problema frecuentemente
 la geometría consiste _____ dibujar un triángulo
en
 conociendo _____ longitudes de sus lados.
las

____ ejemplo, a continuación veremos _____
Por cómo
 construir un triángulo de _____ 4, 5 y 7 _____
lados uni-

dades





PRIMER PASO: sobre una ^{recta} marcamos dos puntos a _{una} distancia de 7 unidades _y los llamamos A y _B.

SEGUNDO PASO: tomando como _{centro} el punto A, trazamos _{una} circunferencia de 4 unidades _{de} radio.

TERCER PASO: tomando _{como} centro el punto B, _{trazamos} una circunferencia de 5 _{unidades} de radio. Llamamos C _y D a los puntos _{donde} se intersectan las dos _{circunferencias} trazadas.

CUARTO PASO: Trazamos _{el} segmento que une A _y C y el segmento _{que} une B con C. _{El} triángulo cuyos lados son _{los} segmentos AB, AC y _{BC} es el triángulo cuyos _{lados} miden 4, 5 y ₇ unidades.

CASO GENERAL

Dados _{tres} números cualesquiera no siempre _{es} posible realizar la construcción _{del} ejemplo anterior ya que _{las} longitudes de los lados _{de} un triángulo tienen que _{satisfacer} ciertas condiciones y no _{pueden} ser tres números arbitrarios.

 _{Por} ejemplo, no existe un _{triángulo} cuyos lados midan 2, ₃ y 6 unidades pues, _{que} este caso, se tendría _{que} la suma de las _{longitudes} de dos lados es _{menor} que la longitud del _{tercer} lado del triángulo y _{esto} es algo que nunca _{sucede} en un triángulo. Para _{saber} si un triángulo puede _o no construirse conviene recordar _{la} siguiente *Ley del Triángulo*.

 _{Ley} del Triángulo. En un _{triángulo} la suma de las _{longitudes} de dos lados cualesquiera _{es} mayor que la longitud _{del} tercer lado.

Los resultados

Las tablas que a continuación presentamos contienen las soluciones de todos los estudiantes, tanto acertadas como erró-

neas, de manera que podamos contrastar los significados dados por ellos en cada una de las situaciones presentadas por el test.

Vocacional (37)				Secundaria (29)			
No.	Palabra correcta	Frec.	Otras respuestas	No.	Palabra correcta	Frec.	Otras respuestas
1	problema	(5)	caso (7), punto (2), segmento (4), recta (1), ángulo (1), modo (1), un punto (1), horizontal (1), triángulo (1), vacío (13)	1	problema	(9)	segmento (11), triángulo (5), ejemplo (1), caso (1), círculo (1), vacío (1)
2	frecuentemente	(2)	constantemente (2), solo (2), mucho (4), recto (2), común (2), también (1), aquí (1), segmentación (1), plano (1), en una recta (1), A (1), regularmente (1), vacío (18)	2	frecuentemente	(1)	seguido (1), siempre (10), cuando (1), como (1), continuación (1), una recta (1), en (1), dentro (1), algo (1), bien (1), difícil (1), vacío (6), como (1)
3	en	(30)	A7B (1), vacío	3	en	(27)	vacío (2)
4	las	22	sus (7), tres (1), dos (1), A y B (1), la (1), vacío (4)	4	las	(26)	sus (1), vacío (2)
5	Por	(17)	un (10), como (2), primer (1), en el (1), el (1), vacío (5)	5	Por	(23)	un (6)
6	como	(32)	que (2), el (1), vacío (7)	6	como	(19)	al (6), en (1), que (1), que al (1), con (1)
7	lados	(4)	medidas (5), unidades (2); 2,3 (1); 2,2,3 (1); tres (3), los (1), longitudes (1); A (1), x (1), los lados con (1), vacío (16)	7	lados	(9)	medida (6), ABC,3 (5), perímetro (1), dimensiones (2), puntos (1), longitudes (2), vacío (2)
8	unidades	(10)	lados (6), cm (3), B (1), etc. (1), círculo (1), vacío (15)	8	unidades	(5)	cm (15), puntos (1), lados (2), vacío (6)
9	recta	(28)	línea (7), superficie (3)	9	recta	(9)	línea (17), hoja (1), raya (1), vacío (1)
10	una	(25)	la (2), igual (2), a partir de una (1), cierta (2), y B, distintas (1), la misma (1), vacío (2)	10	una	(16)	la (10), diferentes (1), y lo (1), vacío (1)
11	y	(21)	que (4), a estos puntos (1), éstos (1), a ellos (1), iguales (1), son (1), a los puntos (1), vacío (6)	11	y	(16)	de (4), que (7), A (1), luego (1)
12	B	(36)	vacío (1)	12	B	(29)	---
13	centro	(12)	referencia (6), apoyo (4), base (12), eje (1), en cuenta (1), iniciativa (1)	13	centro	(7)	referencia (9), medidas (2), eje (2), en (3), base (3), inicial (1), ejemplo (1), vacío (1)
14	una	(30)	la (6)	14	una	(26)	la (1), 2 (1), vacío (1)
15	de	(32)	como (3), por (1), y un (1)	15	de	(23)	con (2), del (1), el (1), como (1), vacío (1)

Vocacional (37)				Secundaria (29)			
No.	Palabra correcta	Frec.	Otras respuestas	No.	Palabra correcta	Frec.	Otras respuestas
16	como	(23)	por (2), centro (1), de (2), el (7), del (1), vacío (1)	16	como	(18)	por (2), el (5), una (2), de (2)
17	trazamos	(22)	trazo (1), hacemos (3), marcamos (1), haz (1), de (2), sobre (1), y (3), vacío (3)	17	trazamos	(8)	traza (7), hacemos (3), marcamos (1), y (5), como (2), tien (1), con (1), de (1)
18	unidades	(30)	cm 62), en el (1), vacío (4)	18	unidades	(15)	cm (13), en (1)
19	y	(33)	A (1), con (1), vacío (2)	19	y	(28)	vacío (1)
20	donde	(7)	en que (4), que (20), en donde (1), C y D, vacío (4)	20	donde	(1)	en que (2), que (25), varios (1)
21	circunferencias	(20)	líneas (6), curvas (2), partes (1), círculos (1), rectas (1), puntos (1), vacío (5)	21	circunferencias	(15)	líneas (8), rectas (3), son (1), vacío (2)
22	el	(4)	un (29), los (1), del (1), vacío (2)	22	el	(2)	un (27)
23	con	(18)	y (8), B (3); b, y (1); vacío (7)	23	con	(14)	y (7), D (1), B (6); ", (1)
24	que	(20)	se (2), A (3), trazado (1), 5 (2), dos (1), D (2), vacío (6)	24	que	(18)	5 (2), D (2), A (2), se (2), a (1), vacío (2)
25	el	(16)	un (9), los (2), formado (1), vacío (9)	25	el	(15)	un (11), DC (2), trazamos un (1)
26	los	(22)	3,2 (2), unos (1), vacío (11)	26	los	(19)	3 (4), de (1), distintos (1), 4, y 7 (1), A (1), el (1), vacío (1)
27	BC	(19)	AD (5), AB (1), CD (1), donde (1), que (1), vacío (9)	27	BC	(15)	AD (9), D (1), DC (1), este (1), vacío (2)
28	lados	(17)	segmentos (1), radios (1), vacío (7)	28	lados	(29)	— — —
29	7	(27)	6 (2), vacío (8)	29	7	(24)	6 (5)
30	tres	(13)	dos (5), los (13), unos (1), vacío (5)	30	tres	(2)	los (20), en (1), que (1), un (1), estos (2)
31	es	(27)	será (4), hacen (1), vacío (5)	31	es	(25)	será (3)
32	del	(21)	de el (1), como (4), con el (1), como el (1), con (1), el (1)	32	del	(15)	de un triángulo (1), en el (2), por (5), con en el (2), el (2), que el (1), vacío (1)
33	las	(26)	la (2), sus (2), diferentes (1), vacío (6)	33	las	(24)	son (2), del (1), vacío (1)
34	de	(24)	en (2), con (1), son (1), formas (1), vacío (8)	34	de	(25)	son (2), del (1), vacío (1)
35	satisfacer	(0)	tener (17), cumplir (4), ser (2), dar (1), llevar (2), seguir (2), presentar (1), vacío (8)	35	satisfacer	(0)	tener (19), cubrir (1), ser (3 hay (2), ciertas (1), requerir (1), cumplir (1), vacío (1)
36	pueden	(11)	deben (9), puede (1), siempre (2), poder (1), debe (1), vacío (8)	36	pueden	(5)	deben (8), siempre (3), solo (1), que (1), puede (3), de (1), tener (1), vacío (5)

Vocacional (37)				Secundaria (29)			
No.	Palabra correcta	Frec.	Otras respuestas	No.	Palabra correcta	Frec.	Otras respuestas
37	por	(18)	un (6), otro (1), segundo (1), en el (2), el (1), vacío (8)	37	por	(24)	en el (3), un (2)
38	triángulo	(24)	recta (1), caso (1), vacío (11)	38	triángulo	(27)	vacío (2)
39	3	(11)	4* (7), 20 (1), 5 (1), unidades (1), 12 (1), vacío (15)	39	3	(12)	4* (11), unidades (2), 8 (1); ni (1), vacío (2)
40	en	(24)	vacío (13)	40	en	(29)	— — —
41	que	(25)	en (1), con (1), la (1), que realizan (1), vacío (18)	41	que	(23)	la (1), como (1), tendre(mos) (1), vacío (3)
42	longitudes	(3)	unidades (13), rectas (3), circunferencias (1), vacío (17)	42	longitudes	(3)	medidas (2), unidades (15), distancias (2), cifras (1), circunferencia (1), 6 (1), líneas (1), vacío (2)
43	menor	(5)	igual* (2), mayor (1), ? (1), menos (1), por (1), en (1), decir (1), vacío (22)	43	menor	(4)	igual* (9), la (4), lo (4), de (1), decir (2), mayor (1), vacío (4)
44	tercer	(10)	otro (1), triángulo (1), 3 (1), ler (2), vacío (23)	44	tercer	(2)	otro (8), cada (2), 4 (1), en (1), un (2), segundo (1), el (2), los (1), vacío (9)
45	esto	(6)	eso (1), que (4), es (1), el 2o (2), vacío (23)	45	esto	(8)	eso (1), la base (1), que (7), 27 (1), el (1), este (1), ", " (1), vacío (7)
46	sucede	(3)	pasa (3), hay (2), surge (1), esta (1), es (1), e (1), vacío (25)	46	sucede	(7)	se puede (2), existe (1), hay (3), es (2), da (1), habrá (1), encontramos (1), puede (1), pasa (1), vacío (8)
47	saber	(3)	ver (3), que (3), rectificar (1), vacío (27)	47	saber	(6)	ver (3), el (1), que (8), por (1), vacío (10)
48	o	(5)	vacío (22)	48	o	(9)	ser (2), tener (1), ", " (2), que (1), vacío (14)
49	la	(9)	esta (1), vacío (27)	49	la	(17)	que (2), recordar(se) (1), vacío (9)
50	Ley	(16)	vacío (23)	50	Ley	(16)	el (3), un (1), vacío (9)
51	triángulo	(13)	resultado de (1), vacío (23)	51	triángulo	(15)	20% (1), fado (5), segmento (1), lugar (1), vacío (6)
52	longitudes	(5)	unidades (5), líneas (1), rectas (2), cantidades (1), vacío (23)	52	longitudes	(4)	unidades (7), partes (2), distancia (1), cosas (1), circunferencias (2), 4 (1), medidas (1), dos (1), vacío (9)
53	es	(10)	que (1), sea (1), que sea (1), no es (1), se debe (1), vacío (22)	53	es	(14)	que (2), la (1), tiene (1), sea (1), de (1), su (1), sean (1), vacío (7)
54	del	(15)	vacío (22)	54	del	(19)	de (1), sea (2), vacío (7)

Observaciones

Las observaciones están hechas sobre palabras asociadas a conceptos que presentan un significado más bien global y quedan incluidos en el *lenguaje del salón de clases*, o en situaciones típicas del tratamiento que de éstos conceptos se hace en clase.

La palabra 1, **problema** es sustituida por *segmento*. Ésta es la situación que se presenta:

Construcción de triángulos

Un _____ que se presenta
_____ en la geometría consiste

A _____ 7 _____ B

	Vocacional	Secundaria
1	problema segmento (4/37)	segmento (11/29)

Con estos resultados:

La palabra 7, **lados**, puede ser sustituida por *medidas* sin que el sentido del texto se transforme.

	Vocacional	Secundaria
7	lados segmento (5/37)	segmento (6/29)

Con la palabra 8, **unidades**, los estudiantes tienen un comportamiento escolarizado ya que en su lugar colocan *cm* sin corroborar en la parte gráfica si lo son o no. Parecería que a nadie se le puede ocurrir que las unidades *escolares* en una hoja de papel no sean centímetros, sobre todo en la secundaria.

_____ ejemplo, a continuación
veremos _____ construir un
triángulo de _____ 4, 5 y 7

	Vocacional	Secundaria
8	unidades cm. (3/37)	cm. (15/29)

Las líneas *escolares* son rectas y las rectas son líneas; veamos la palabra 9,

	Vocacional	Secundaria
9	recta líneas (7/37)	línea (17/29)

La incidencia es mayor entre los estudiantes de secundaria, posiblemente porque en vocacional se hace un uso más extensivo de diferentes tipos de líneas.

Una situación particular surge en la palabra 10, **una**, o en la 14, **una**; estos artículos indefinidos pueden ser sustituidos por los artículos definidos *la*. Sin embargo, si observamos la palabra 22, **el**, artículo definido, no puede ser sustituido por un artículo indefinido ya que el contenido matemático sí se ve afectado en esta segunda situación.

La palabra 12, **B**, responde a un esquema de enseñanza en la escuela, todos los segmentos se llaman AB.

		Vocacional	Secundaria
12	B	B (36/37)	B (29/29)

La palabra 12, **centro**, es sustituida por una larga serie de palabras de lo más sugestivas. Todas ellas pertenecen a la *jer-ga escolar* particularmente cuando se procede a la construcción de una circunferencia; el texto dice

SEGUNDO PASO: tomando como
_____ el punto A, trazamos

Los resultados son:

		Vocacional	Secundaria
13	centro	referencia (6/37)	referencia (9/29)
		base (12/37)	base (3/29)
		eje (1/37)	eje (2/29)
		apoyo (4/37)	

La insistencia en las unidades como centímetros se reduce a través del texto.

		Vocacional	Secundaria
18	unidades	cm (2/37)	cm (13/29)

Sobre todo en el caso de los alumnos de vocacional, quienes, por lo menos curricularmente, deben manejar diferentes tipos de unidades.

En seguida tenemos en el texto:

Llamemos C _____ D a los
puntos _____ se intersectan las
dos _____ trazadas.

Con la palabra 21, **circunferencia**, pensamos en otro esquema de enseñanza. En clase insistimos mucho en la intersec-

ción de las rectas, y pareciera que sólo ellas pueden hacerlo. Llama la atención sobre todo en el caso en que las circunferencias intersectadas aparecen a la izquierda.

	Vocacional	Secundaria
21	circunferencias líneas (6/37)	líneas (8/29)

Con la palabra 27, **BC**, se presenta una situación de *inducción* provocada por el propio texto; tenemos segmentos AB, AC y ____ la respuesta *inducida* fue posiblemente más fuerte que la imagen colocada a la izquierda de donde se podía tomar información. A estas alturas, el estudiante parece no utilizar la gráfica para completar el texto.

	Vocacional	Secundaria
27	BC AD (5/37)	AD (9/29)

La palabra 42, **longitudes**, aparece sustituida adecuadamente por *unidades* en un porcentaje importante, tanto entre los estudiantes de secundaria como entre los de vocacional. Aquí notamos por un lado una debilidad del texto, y por otro, una estructura escolar muy firmemente instalada, en el sentido de que lo que se suma son las unidades no las longitudes.

	Vocacional	Secundaria
42	longitudes unidades (13/37)	unidades (15/29)

Una situación semejante se presenta en la palabra 52, **longitudes**.

	Vocacional	Secundaria
52	longitudes unidades (5/37)	unidades (7/29)

Conclusiones

Encontramos una relación estrecha entre el uso que se hace de algunas expresiones gráficas asociadas a conceptos geométricos y al manejo de significados coloquiales alrededor de dichos conceptos. Esta interrelación la hemos encontrado de manera más acusada en el nivel medio básico y en torno a conceptos que van, frecuentemente, acompañados por sus expresiones gráficas como son: la recta (identificada por línea), las rectas que se cruzan (en lugar de circunferencias), los centros de los círculos (que son el eje, la base o la referencia), y las unidades (que son centímetros). En este último caso la relación entre expresión gráfica y concepto no es tan clara, más bien pareciera que se unen el concepto por un lado y por el otro la acción de medir, para formar una sola cosa, en estrecha asociación.

Las frases coloquiales que hacen referencia a situaciones diversas en el salón de clase en ocasiones, toman el lugar del objeto, los atributos de lo definido en lugar de éste; sin embargo, parece que esta situación es transitoria si se cuenta con elementos que rompan esas asociaciones, como sería un manejo más extenso y profundo de dichos conceptos. Así parece suceder con los estudiantes de vocacional.

Bibliografía

PLUVINAGE, F. *Test de completación y lectura de textos matemáticos. Cuadernos de Investigación del Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas*, 1987, México.
ACUÑA SOTO, CLAUDIA M. *Algunas obser-*

vaciones sobre la interrelación de estudiantes de secundaria y la construcción geométrica; Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias; 1987; **CINVESTAV**, México.
ALAN HOFFER. *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*; Cap. 7. **Van Hiele-Based Research Academic Press**; 1983.