ARTICULOS

Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas

Presentación

Este documento es producto del proyecto "Formación de Profesores Sobre Áreas Fundamentales de la Educación Básica", que con apoyo del CONACYT se desarrolló en dos escuelas primarias (a las que llamaremos A y B), durante el año escolar 1988-1989. El proyecto fue coordinado por investigadores del Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV y en él participé como investigadora.

Para llevar a cabo el proyecto se planearon y desarrollaron talleres mensuales con los maestros de cada una de las escuelas, así como observaciones de clase, una por mes y por maestro, de algunos de los mismos maestros. Durante los talleres se propusieron a los maestros problemas para ser resueltos por ellos mismos y lecturas acerca de las características de los problemas escolares y las modificaciones posibles de estas características, el trabajo en equipo, la importancia de la confrontación de las estrategias producidas por los alumnos en la resolución de un problema, etc. Las estrategias y las soluciones de los maestros a los problemas propuestos, y sus reflexiones en torno a los materiales de lectura, fueron el objeto de las discusiones dentro de los talleres.

Siendo pues **el problema** el objeto central de este proyecto, en este documento trataremos de caracterizarlo, en un sentido amplio, y de caracterizar también las etapas por las cuales atraviesa su resolución. Coincidimos con Halmos y Krygowska en que el problema es «el corazón de la actividad matemática» (citados por Bouvier, 1981) y con Brousseau (1983) en que «un alumno no hace matemáticas si no se plantea y no resuelve problemas», y es en término de estas premisas que examinamos la práctica escolar de la resolución de problemas.

1. El problema como núcleo del quehacer matemático

¿Qué es un problema? «Un problema plantea una situación que debe ser mode-

Blanca M. Parra
Maestria en Educación
Matemática de la UACPyP, UNAM
Sec. de Matemática Educativa,
CINVESTAV

lada para encontrar la respuesta a una pregunta que se deriva de la misma situación» (Parra, 1989). Pero también, un problema debería permitir «derivar preguntas nuevas, pistas nuevas, ideas nuevas» como lo señala Bouvier (ibid).

Sin embargo, un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se lo plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera casi inmediata. Ciertamente, lo que es un problema para un individuo, puede no serlo para otro sea porque está totalmente fuera de su alcance o sea porque, para el nivel de conocimientos del individuo, el problema ha dejado de serlo.

¿En qué consiste la resolución del problemas? Puede considerarse que un problema ha sido resuelto por un individuo cuando éste cree, explícita o implícitamente, que ha obtenido la "verdadera" solución.

La resolución de problemas se refiere a la coordinación de experiencias previas, conocimiento e intuición, en un esfuerzo para encontrar una solución que no se conoce. A grandes rasgos, puede decirse que, al resolver un problema, el sujeto:

- Formula el problema en sus términos propios;
- Experimenta, observa, tantea;
- Conjetura;
- Válida.

La etapa de validación es central en este proceso porque a través de ella la conjetura puede ser reformulada, ajustada para dar mejor cuenta de la situación planteada por el problema; o puede mostrarse falsa, encontrarse un contraejemplo que la invalide, con lo que será necesario construir una nueva conjetura teniendo en cuenta los errores anteriores, que valen como ensayos. Dentro de la actividad matemática, la validación se da en un proceso dialéctico entre el que revuelve y el conocimiento matemático establecido, representado por los colegas o los profesores o por la misma teoría matemática.

Característica de la resolución de problemas escolares. El proceso de resolución descrito se traduce, para los problemas escolares, en un proceso de tres pasos, a saber:

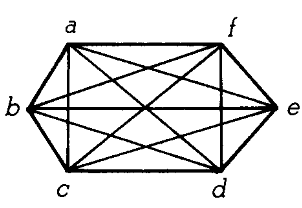
- entender el problema,
- desarrollar y llevar a cabo una estrategia, y
- evaluar la solución.

Dentro de este proceso, el desarrollo de una estrategia puede ser, a su vez, sujeto de otro proceso durante el cual la estrategia evoluciona, se afina, y se formaliza. Es decir, si se concede un tiempo suficiente, es posible que la reflexión del sujeto derive hacia el proceso de resolución mismo, buscando simplificar o hacer más comprensible el camino de resolución, o bien pasando de una resolución basada en la visualización a una formalizada por los algoritmos.

Considérese por ejemplo el problema siguiente:

Hay 6 personas en una reunión. Si cada uno saluda de mano a todos los demás participantes, ¿cuántos apretones de mano tienen lugar?

Una primera estrategia de resolución puede estar dada por la figura siguiente y el conteo de los segmentos:



ad, *ab*, *af*, *ae*, *ac*
bc, *bd*, *be*, *bf*
cd, *ce*, *cf*
de, *df* y *ef*.

Así, hay en total 15 apretones de mano.

Pero esta estrategia puede invitar al alumno a buscar las relaciones aritméticas equivalentes. Esto es:

La primera persona saluda a 5 invitados;
la segunda, saluda a 4;
la tercera, saluda a 3;
la cuarta, saluda a 2;
la quinta, saluda a 1.

De modo que en total hay $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ *apretones de mano.*

En una segunda etapa reflexiva, la resolución puede tomar una forma más acabada, susceptible de ser generalizada:

Hay 6 personas, cada una estrecha, una sola vez, la mano de las otras cinco personas. Así, habría $6 \times 5 = 30$ *apretones de mano. Pero de esta manera se cuenta dos veces cada saludo, una vez de b a c y otra vez de c a b; luego, el número de apretones de mano es la mitad de lo que se había encontrado, esto es* $(6 \times 5)/2 = 15$ *apretones en total.*

Evidentemente, este tipo de proceso sólo puede ocurrir cuando el problema es suficientemente interesante como para que el alumno se "apropie" de él y lo considere casi como un hallazgo que debe ser comunicado.

La etapa de validación que, como ya se dijo, es central en el proceso de resolución de problemas, en matemáticas, es prácticamente inexistente en el proceso tradicional de enseñanza. Generalmente, el maestro valida (o invalida) las soluciones aportadas por los alumnos en términos de una, generalmente única, respuesta esperada. Es decir, la solución de un problema es calificada por el maestro de correcta o de incorrecta sin que se considere el proceso completo de resolución y sin que el alumno tenga la oportunidad de explicitar su concepción del problema resuelto y de la estrategia que lo condujo a tal solución.

Mucho se ha discutido acerca de la importancia de la resolución inteligente de problemas en la enseñanza elemental (Skemp, 1981; Alarcón y Parra, 1978; y Parra, 1989a). Esto es, la importancia de permitir que los alumnos construyan sus propios caminos de razonamiento, sus propias estrategias de resolución y, sobre todo, la importancia de que puedan explicitar el porqué de esa resolución. El proceso de resolución, como se ha descrito, es un medio para desarrollar el razonamiento matemático y una actitud positiva hacia las matemáticas, al mismo tiempo que se ponen en juego los conceptos que interesa afianzar.

También se ha mostrado que cuando esta actividad se les propone a los alumnos, el tiempo que tardan en abandonar los esquemas de resolución tradicionales es realmente muy corto, y que la variedad de estrategias correctas que resultan es muy grande y permite detectar diferentes momentos en la construcción de un concepto (Parra, 1989b). Así, por ejemplo, en Dávila y Martínez (1989) se muestran diferentes momentos en la constitución de la operación de sustracción —en niños de tercer año— que aparecieron en la resolución de un problema por demás tradicional.

La detección de estos momentos es posible merced a que en la resolución del problema no se considera solamente el resultado de manera dicotómica (correcto-incorrecto), sino que se observan, analizan y validan los caminos de resolución que han seguido los alumnos. Evidentemente, para que esto sea posible, se ha abandonado el modelo de resolución datos-operación-resultado para permitir la libre producción de estrategias y utilización de recursos.

Por otra parte, uno de los aspectos que se presentan en el proceso de la resolución de problemas, y que debería considerarse como parte inherente a él, es el error. El error que el alumno comete al resolver un problema o llevar a cabo un algoritmo merece ser considerado como fuente de conocimiento. Al maestro le permite detectar dificultades conceptuales de las que no había sido consciente y que pueden afectar a buena parte de sus alumnos, o dificultades de comprensión en la lectura, términos desconocidos para los alumnos y que admiten una significación distinta de la que el contexto del problema supone. Por su parte, si al alumno se le invita a discutir su resolución, si se le permite explicitar sus concepciones, sus estrategias, buscar la manera de validar su resultado —en un ambiente propicio para el diálogo—, es capaz de percatarse del error cometido y de buscar y proponer una resolución o una estrategia alternativa, y en esta búsqueda puede aclararse un concepto, comprenderse mejor.

El error puede también esconder una estrategia valiosa. Considérese, por ejemplo, el problema de los saludos intercambiados en una reunión de seis personas. Cuando se le propuso a un niño de 10 años, su respuesta inicial fue «tienen que ser 6 × 6», al responder a la pregunta de porqué tienen que ser 6 × 6 se hizo evidente el razonamiento y el error fue corregido por el propio niño: «porque cada persona saluda a todas las demás... entonces son 6 × 5». La consideración del doble conteo implícito surgió posteriormente, para dar lugar a una respuesta totalmente correcta en los términos que aparece reseñada anteriormente.

Importancia del papel jugado por el maestro. Debe reiterarse que el desarrollo de estrategias y la observación, análisis y validación de las mismas sólo son posibles si se proponen a los alumnos problemas interesantes desde el punto de vista de lo que demandan de él. Por su parte, la discusión de los errores y la consideración del papel didáctico que ellos juegan sólo pueden tener lugar si se abandona el modelo de resolución datos-operación-resultado.

Un factor esencial para que la resolución de problemas se convierta en una actividad interesante y productiva para los alumnos es, sin duda, el maestro. Sus acciones y el ambiente que logre crear dentro de su clase darán significado a la práctica de la resolución de problemas.

Charles (1982) señala que «la componente ambiente del aula identifica comportamientos que el maestro debiera modelar para desarrollar una atmósfera de clase propicia para la resolución de problemas de matemáticas. La componente acciones del maestro identifica algunos comportamientos útiles para ayudar a desarrollar las habilidades del alumno para seleccionar y utilizar estrategias de resolución».

En efecto, según algunas experiencias, el objetivo más importante de las prácticas de resolución de problemas debería ser la creación de una atmósfera propicia para la resolución de problemas, principalmente al inicio del año escolar. Entre los comportamientos con los que el maestro puede ayudar a crear esta atmósfera, dos merecen destacarse:

- Animar a los estudiantes a explorar cualquier idea o estrategia que pueda ayudarlos a entender y/o resolver un problema, sin censurar las ideas generadas.
- Reconocer y reforzar las diferentes tipos de habilidad o excelencia de los estudiantes.

La resolución de problemas es un proceso, y como tal debe considerarse. Consistentemente con esto, las acciones del maestro deberían encaminarse a, primero, asegurarse de que el problema ha sido comprendido por los alumnos antes de que estos procedan a la resolución, discutiendo las palabras del texto que eventualmente causen dificultades; luego, durante la resolución, observar el trabajo de los alumnos y cuestionarlos para identificar las dificultades que enfrentan, animarlos a desarrollar una o varias estrategias y, si es necesario, hacerles alguna sugerencia. Una vez que los alumnos han obtenido una solución, discutir las diferentes estrategias implementadas, aún cuando no hayan conducido a una solución correcta; si es posible, relacionar el problema con otros resueltos anteriormente y/o discutir posibles extensiones de él.

De estos dos puntos se infiere que los objetivos perseguidos al crear un buen ambiente son:

- lograr la buena disposición del alumno frente a la tarea de resolver un problema;
- la perseverancia al intentar la resolución, y
- la selección de una estrategia para llevar a cabo la resolución aún cuando la estrategia seleccionada no conduzca a una resolución correcta.

2. La concepción escolar del problema

En el proceso escolar tradicional, el problema y su resolución revisten características distintas a las que señalamos en las secciones anteriores. La diferencia más significativa está tal vez en la intención con la que se propone un problema. Si dentro de la actividad matemática el problema es algo que provoca al espíritu, que incita a la búsqueda de una respuesta, a satisfacer una necesidad de conocimiento, en la enseñanza, y sobre todo en la elemental, un problema es generalmente un medio de control de la adquisición de conocimientos.

En el mejor de los casos, un problema se plantea para dar pie a un nuevo tema de estudio, en un afán motivacional. Pero en este caso es el maestro quien resuelve, quien plantea y responde las preguntas que habrán de conducir al alumno a admitir la necesidad de ampliar sus conocimientos o sus recursos algorítmicos. Ejemplo de ello es el inicio del estudio de los decimales, donde los problemas de medición son propuestos por el profesor para hacer sentir la necesidad de contar con fracciones de la unidad de medición, con la afirmación implícita de que la manera más eficiente de hacerlo es fraccionando en diez partes esta unidad.

En general, los problemas que se proponen a los alumnos se definen en relación con el contenido matemático que se quiere evaluar: se trata de aplicar algoritmos y procedimientos estudiados en clase; y casi siempre inmediatamente después de la o las sesiones que les han sido consagradas. Son, además, problemas estructurados de tal manera que la o las operaciones que se requieren para su resolución están prácticamente indicadas en el texto del problema, en el orden en que tienen que realizarse. En esta situación, los problemas no provocan la interacción del alumno con situaciones que los obliguen a comprometer sus conocimientos, a revisarlos, a modificarlos o rechazarlos para formar conocimiento nuevo.

Evidentemente, a través de esta propuesta de problemas no se espera desarrollar en el alumno una actitud de búsqueda, de formulación de preguntas, de elaboración de respuestas. En este sentido los problemas no reflejan, en lo absoluto, lo que ocurre en la actividad matemática verdadera.

No debe entenderse con esto que los problemas que Mialaret (1985) llama «guiados» —esto es, problemas cuya resolución sólo demanda del alumno la aplicación de una o varias operaciones aritméticas que deben realizarse en el orden solicitado en el enunciado—, deban excluirse de la enseñanza. Por el contrario, Mialaret señala que estos problemas familiarizan al estudiante con la aplicación de lo aprendido al nivel de las operaciones, a la resolución de problemas. Señala también que los problemas en los que hay varias operaciones, varias etapas de resolución, suelen verse como la concatenación de problemas elementales de un paso (guiados y de una operación) y se considera entonces que su resolución es simplemente la de estos problemas elementales, pero que deben tenerse en cuenta las dificultades de orden psicológico que estos problemas presentan para los alumnos del ciclo elemental. En otras palabras, «el niño que sabe resolver separadamente los problemas A, B y C, no resuelve forzosamente (por lo menos en un primer momento) el problema constituido por A + B + C». De ahí el interés en conservar estos problemas, en la enseñanza. Debe reiterarse aquí la importancia que tiene el papel desempeñado por el maestro para que estos problemas se vean realmente como problemas.

Desde la perspectiva del problema como ejercicio de aplicación de algoritmos, la resolución no se entiende como un proceso sino como un reactivo en el que se enfatiza la selección y realización del algoritmo correcto.

Durante uno de los talleres en la escuela A, una profesora, Marina, al cuestionarse la formulación de los problemas, hace la siguiente reflexión sobre la práctica docente:

"Es muy frecuente en nosotros como maestros. Nuestros objetivos tienen que abarcar más lo que es las operaciones que el texto del problema. Porque nunca me

he puesto a analizar con los niños el contenido del problema. Nunca. Porque siempre estamos abocándonos a las operaciones, que aprendan a multiplicar, a dividir, todo eso. Y como que siempre también hacemos hasta la pregunta, como que la remarcamos para que sea suma, resta. Como que se da mucho énfasis en la voz del maestro de marcar las preguntas para que el niño llegue a la operación que se tiene que utilizar, tal operación."

Durante el mismo taller, la maestra Carmen propone el siguiente problema y comenta el objetivo que persigue:

"Una señora fue al mercado de la Bola y compró 5 montones de naranjas. Cada montón le costó $3 000. La señora llevaba un billete de a $10 000; ¿cuánto pagó por las naranjas?"

(Sus compañeros reconocen el texto como el de un problema al que le faltan datos, aún cuando lo que realmente cuestionan son las condiciones del problema; esto es, si la señora llevaba monedas además del billete, o si regateó con el comerciante. Entonces la maestra aclara:)

"Lo que yo quería es que se dieran cuenta, que no pudo comprarlas; yo planteaba que a lo mejor podían sumar, que es un paso para la multiplicación, lo que yo quería es que multiplicaran 5 × 3 y no 3 veces 5 (. . .). O sea que fue ahí en la multiplicación, que es lo que quiero. (. . .)"

Otro profesor, Camilo, lee el problema que construyó y a continuación menciona también los objetivos, explícitos:

"Pedro compró un terreno de 10 m de frente por 8 m de lado, y quiere clavar un poste cada 6 m en su patio. Si tenía 10 postes, ¿cuántos postes le faltaron para cercar todo el terreno que le vendieron?

Objetivos:

a) Reafirmar el conocimiento sobre perímetros;

b) Mecanización de la operación de división;

c) Análisis del problema e interpretación de algunas palabras."

Curiosamente, como se registra en Dávila y Martínez (ibid) cuando se pregunta ¿Cuál es el objetivo que el maestro persigue al plantear problemas a sus alumnos? las respuestas son del estilo:

- *"Para obligar a los niños a razonar"*
- *"Para hacerlos unos pensantes"*
- *"Para desarrollar su capacidad de razonamiento"*

entre otras que manifiestan la preocupación por desarrollar el manejo de algoritmos.

La pregunta que surge entonces, de manera natural, es ¿en qué consiste, para el maestro, esta capacidad de razonamiento? Basándonos en la actuación del maestro frente a la resolución de problemas, en lo que solicita a los alumnos, las recomendaciones y sugerencias para ayudarlos a resolver los problemas que él mismo plantea, y los ejemplos que él mismo desarrolla para mostrar en qué consiste la resolución de problemas, podemos afirmar que los que el maestro llama razonamiento consiste en:

- la identificación de los datos del problema, los cuales generalmente son numéricos y aparecen ordenados, sin que sobren o falten, en el texto del problema;
- la identificación de la pregunta: se trata de una pregunta única, generalmente, pero en el caso de haber más de una la segunda depende casi evidentemente de la primera; y
- la determinación de la operación, eventualmente las operaciones, que sirve(n) para responder a la pregunta.

Estos tres elementos constituyen el esquema de razonamiento que conducirá a la solución del problema. Y en términos de eso se diseñan estrategias o métodos para producir este esquema.

En síntesis, desde la concepción escolar el problema es, básicamente, un ejercicio de aplicación de algoritmos o fórmulas estudiadas en clase, que tienen la ventaja de disfrazar lo rutinario y que, además, obligan al alumno a identificar los datos del problema y la pregunta planteada y a determinar el algoritmo o fórmula a ser empleada para responder a tal pregunta. Este trabajo de identificación es lo que en la escuela se llama razonamiento.

De esta concepción se deriva que ciertos modelos de resolución sean privilegiados, así como la manera en que el maestro piensa que se construye la capacidad de razonar.

En lo que sigue veremos cómo, efectivamente, los problemas que plantean los maestros responden a esta concepción.

3. El problema escolar como objeto de análisis

El problema escolarizado es «una historia que nos cuenta algún tipo de actividad en la que el protagonista tiene que contar o que medir» (Parra, 1989a). Los problemas que generalmente se proponen son "de la vida real" o que se refieren a situaciones que pudieran ser vividas por los alumnos; en ocasiones, se trata incluso de situaciones que ocurren en el dominio de la fantasía. Pero aquellos puramente matemáticos no son reconocidos siempre como problemas.

En lo que se refiere al contenido matemático del problema, puede observarse que los maestros privilegian los aspectos puramente aritméticos en detrimento de los geométricos, combinatorios o lógicos, por ejemplo. En este sentido es interesante detallar las reacciones de los maestros ante diferentes problemas que les fueron propuestos. En una sesión de taller en el mes de junio se propusieron los siguientes problemas:

1) el de ubicar un lugar para construir una fábrica que tiene que estar a más de 3 km de cada una de unas casas (representadas por puntos) y a menos de 1 km de cada una de dos carreteras que se intersectan (representadas por rectas),
2) el de determinar el área de un jardín de forma irregular,
3) el de determinar cuántos frijoles hay en un kilogramo.

Durante la resolución del primer problema, el coordinador del taller trata de mostrar la riqueza del mismo y de hacer evidentes los conceptos involucrados en la resolución. Gilda, maestra de 5° año, comenta:

«**Gil.**: No, está bien diferente, no es matemático, pero es un problema.
Coord.: ¡Ah! ¿Por qué no es matemático?
Gil.: Bueno, porque no tiene números ¿no? O sea, estamos acostumbrados a que es matemáticas si lleva números».

Más adelante, reitera: «Pero yo creo que no es matemático sino geométrico ¿no? O sea, manejándolo así». Pero, aclara luego, el problema es «geométrico en cuanto a medidas de longitud» porque «no hubo que hacer operaciones complicadas sino medir con una regla».

Para Rosario, otra de las maestras del grupo, el problema es para «razonar, más que nada, usar el razonamiento, para poder resolver el problema», dejando de lado el manejo de los conceptos de circunferencia, paralelismo, etc., necesarios para la resolución.

En cambio, el problema del jardín no es cuestionado como el anterior. Calcular un área, aunque no se usen fórmulas, sí cae dentro de los problemas matemáticos.

El problema del kilo de frijoles enfrenta un cuestionamiento distinto. No se trata de si es matemático o no, sino de su utilidad. De nuevo, es la maestra Gilda quien cuestiona:

«**Gil.**: Yo, yo, . . . bueno, no sé ¿qué objeto tiene el problema?
Coord.: Buena pregunta.
Gil.: Yo se los dejo (a los alumnos) y digo ¿para qué? Todavía éste (el de la fá-

brica) se ve más... La verdad, yo no le veo objeto al problema».

Y más adelante:

«**Gil.**: En éste también (el del jardín) estaba bien canijo sacarlo, pero así al de los frijoles no le veo objeto. ¿Qué caso tiene? Un kilo es un kilo y, ... si, no le veo nada práctico».

Después de una larga discusión sobre lo que el problema aporta, el coordinador comenta: «Si, es una posibilidad, podría ser... para Lupita... convertir el problema de la bolsa (del kilo) de los frijoles en algo que se parezca un poquito más a la vida ¿no?». Sugerencia que es rápidamente aceptada por el grupo de maestros. Otra maestra, Irene, sugiere «pasar a canicas... Y ya les interesa (a los niños) porque son canicas».

En lo que respecta a otras características del contenido, puede señalarse que en los problemas que usualmente son propuestos en la escuela:

- La historia se inicia regularmente con el protagonista;
- Los datos del problema están ordenados, son numéricos, explícitos y ni sobran ni faltan;
- Los verbos que describen las acciones del protagonista y la esencia de la misma pregunta, son generalmente palabras claves para la resolución;
- Hay una única pregunta, con la que termina el enunciado;
- La respuesta esperada es numérica y única.

Respecto a cuándo se proponen problemas, en la enseñanza, encontramos tres momentos:

- Para iniciar un tema,
- Como ejercicio de aplicación,
- Como evaluación.

Ya se había señalado que el momento privilegiado es el segundo; esto es, la mayor parte de los problemas se presentan como aplicación del contenido matemático que acaba de ser presentado a los alumnos. Muchas veces sirven de disfraz para los ejercicios algorítmicos rutinarios.

En este sentido, al analizar los problemas que los maestros de la escuela B propusieron a lo largo del año que duró el proyecto, encontramos sólo problemas que buscan reforzar algoritmos ya estudiados. Por ejemplo, Irene, maestra de 3er año, en una sesión en el mes de noviembre "cuenta" el problema siguiente:

Había una vez un conejito que salió a buscar zanahorias, iba brinca y brinca y brinca y no pudo coger ni una zanahoria porque ahí estaba el lobo. Al segundo día que salió pescó una y otra y otra, fueron 8 zanahorias. El tercer día no salió el sol, el conejito se dijo "me tengo que apurar más, más rápido, antes de que vaya a llegar el lobo", y juntó 14 zanahorias. Al día siguiente nada más 10 zanahorias juntó. Resulta que dijo "Ahora voy a comer", y se comió 6 zanahorias. ¿Le ayudan al conejito a contar sus zanahorias?

En el pizarrón, la maestra escribe:

El conejito: el 1er día no pudo tener nada

2° día	*8 zanahorias*
3er día	*14 zanahorias*
4° día	*10 zanahorias*

(En un diálogo, la maestra pregunta a los niños cuántas se comió el conejito; los niños responden que 6 zanahorias, entonces ella termina de escribir) *¿Cuántas le quedaron?*

En la misma sesión de noviembre, propone:

Paquita tiene un arbolito; su arbolito tiene 120 ramitas pero sólo tiene 45 esferas. ¿Cuántas esferas tiene que comprar?

Luego, en febrero del año siguiente, propone:

Quiero llenar un álbum de animales. Ya tengo 1 256 estampas. El álbum se llenará cuando junte 1 500 estampas. ¿Cuántas necesito reunir todavía?

Aún cuando la maestra incorpora al texto del problema elementos que lo hacen interesante —como es el hecho de no preguntar, en el segundo de los problemas citados, "cuántas esferas faltan" sino "cuántas esferas tiene que comprar"—, su preocupación está centrada en hacer comprender y ejecitar los mecanismos de la sustracción.

De hecho, en ninguna de las dos escuelas en las que se desarrolló el proyecto los maestros mostraron una utilización espontánea del problema como medio para abordar un tema nuevo, por lo menos en las sesiones de clase que fueron observadas y registradas. Cabe señalar que esta posibilidad tampoco fue explorada o desarrollada durante los talleres, en los que el interés se centró más en el problema como objeto de exploración.

En la escuela A, lo más generalizado fue la adaptación de los problemas propuestos en los talleres para los fines que ahí mismo se especificaron: trabajo en equipos, confrontación, validación de estrategias, análisis del texto del problema, etc. También se propusieron algunos problemas que trataban de seguir los lineamientos desprendidos de las discusiones dentro de los talleres. Sin embargo, no parece claro que un año de trabajo sea suficiente para favorecer la aparición de problemas, en tanto que aplicaciones de clase, más atractivos para los alumnos. Al finalizar el proyecto, durante el cual se dedicaron varias sesiones de taller a discutir la conveniencia de propiciar una reflexión entre los alumnos acerca del texto del problema, sobre la importancia de garantizar la comprensión de las palabras del texto, de la conveniencia de enfrentar a los alumnos a problemas no estereotipados, problemas donde sobre o falten datos, donde estos datos no sean siempre numéricos, donde haya más de una pregunta, donde no haya palabras claves para la resolución, etc., los problemas propuestos por los maestros de la escuela A son más bien del tipo de los que construyeron Camilo y Carmen, que citamos aquí mismo, aunque hay maestros más prontos a adoptar estas sugerencias, como en los casos de Antonia y Marina, que proponen los problemas que aparecen a continuación:

Se va a organizar un torneo de futbol en el que participarán cuatro equipos: "Deportivo Tepic", "Club Puga", "Club Bellavista" y "Seguro Social". Cada equipo debe jugar con todos los demás, una vez en su cancha y otra en la del equipo contrario. El torneo empezará el domingo 24 de septiembre de 1989 y se realizará un partido cada domingo y uno cada miércoles.

1. *¿Cuántos partidos se realizarán en total?*
2. *¿Cuántas personas presenciarán los partidos?*
3. *¿En qué fecha será la final?*
4. *¿Cuánto tiempo de juego efectivo hicieron todos los equipos juntos?*

Un avión sale del aeropuerto de la Ciudad de México con destino a la Ciudad de Nueva York con 175 pasajeros. El vuelo hace escala en Los Ángeles, donde bajaron 98 pasajeros y subieron 47.

1. *¿Cuántos pasajeros llegaron a la Ciudad de Nueva York?*
2. *¿Cuántos pasajeros viajaron en ese avión?*
3. *¿Cuántas personas llegaron a la Ciudad de Nueva York?*

En el estadio Azteca hubo un partido de futbol, se vendieron 7 672 boletos y solamente asistieron 6 379 personas, más 11 jugadores de cada equipo. En el primer tiempo expulsaron a 3 jugadores, y en el segundo tiempo se salieron 125 espectadores. Contesta las siguientes preguntas:

1. *¿Cuántas personas quedaron al final del juego?*
2. *¿Cuántas personas no asistieron al partido?*

3. *¿Cuántas personas había al inicio del partido?*
4. *Si el boleto costó $7 000.00 M/N. ¿Cuánto dinero se recaudó?*

En la escuela B, por su parte, además de adaptar los problemas propuestos en el taller para llevarlos a sus alumnos, produjeron mayormente problemas cuyo denominador común es el reforzamiento de algoritmos y procedimientos aprendidos en clase. Aquellos problemas adaptados de los talleres son, en su mayoría, los que pueden catalogarse dentro de los "problemas de la vida cotidiana", como es el caso del problema de la propaganda, en el cual, a partir de una hoja de ofertas de un supermercado, se propone a los alumnos hacer una lista de artículos que se puedan comprar con $20 000 de manera que sobre lo menos posible de dinero. Este problema tuvo una gran aceptación entre los profesores porque traduce situaciones que los niños enfrentan o pueden enfrentar en su vida diaria. Otro problema, propuesto por los mismos maestros, se refiere al conocimiento y manejo del calendario; se trata de hecho de una situación de la cual pueden derivarse diferentes problemas para cada uno de los grados escolares, desde el conocimiento de los nombres de los meses, el orden en que se presentan, el número de días de cada uno, hasta problemas relativos a edades, días laborables, porcentajes de asistencia, etc. De nuevo, se trata de situaciones que eventualmente son vividas por el niño. Como ya vimos, los problemas que traducen situaciones puramente matemáticas son los menos aceptados.

Es muy probable que el trabajo necesario para hacer que los profesores reconozcan en la resolución de problemas una fuente de conocimiento, para permitirles optar por un acercamiento a los diferentes temas de estudio del programa de matemáticas a través de problemas, sea un trabajo que requiera de muchos años de paciente labor en los que, tal vez, sea el mismo maestro el que se adentre en áreas de la matemática que hasta ahora le son desconocidas, a través del planteamiento de algunos problemas clave que despierten su interés y su curiosidad por saber cuál podría ser la solución y cuál la manera o las maneras de encontrarla. Es evidente que un año de labor en esta dirección no es suficiente.

Bibliografía

ALARCÓN, J.; PARRA, B. (1978). *Cómo los niños resuelven problemas*. Comunicación Interna. SME-CINVESTAV. México.

BOUVIER, A. (1981). *La mystification mathématique*. Herman. París.

BROUSSEAU, G. (1983). *Obstacles épistemologiques en mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 4. La Pensée Sauvage. Grenoble.

CHARLES, I. (1982). *An instructional system for mathematical problem solving in Problem solving in the mathematics classroom*. Math monograph No. 7. Mathematics council of The Alberta Teachers' Association. Calgary.

DÁVILA, M.; MARTÍNEZ, P. (1989). *¿Qué piensa el maestro sobre los problemas de matemáticas?* DIE-CINVESTAV. México.

MIALARET, G. (1985). *La resolución de problemas matemáticos*. Psicología Educativa. No. 9. CEIPA. Medellín.

PARRA, B. (1989a). *Acerca del papel de la representación en la resolución de problemas*. Pedagogía. Vol. 6, No. 17. Universidad Pedagógica Nacional. México.

PARRA, B. (1989b). *La resolución de problemas en la construcción de esquemas de razonamiento*. Primera Reunión sobre Razonamiento Matemático. SME-CINVESTAV. México.

SKEMP, R. (1981). *What is a good environment for the intelligent learning of mathematics? Do schools provide it? Can they?*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 2, No. 2. La Pensée Sauvage. Grenoble.