ARTICULOS

Los contextos, las creencias y las intuiciones: Acerca de Cobb, Tversky y Kahneman

En este trabajo intentaré aplicar algunas de las ideas expresadas por Paul Cobb acerca de la importancia de los contextos, las metas y las creencias en el aprendizaje de las matemáticas a algunos casos de razonamientos "erróneos" reportados por Tversky y Kahneman en varios de sus trabajos acerca de las intuiciones estadísticas y la probabilidad subjetiva. Para ello, dividiré el trabajo en tres partes: la primera consiste en un resumen del artículo de Cobb, la segunda expone uno de los conceptos más notorios del trabajo de Tversky y Kahneman así como ejemplos e interpretaciones, y en la tercera pretendo analizar, a la luz de lo expuesto por Cobb, algunos de los ejemplos citados por Tversky y Kahneman.

I. La importancia de los contextos según Cobb

El canadiense Paul Cobb es uno de los más claros defensores de la incorporación de variables de índole sociológica en el estudio de la educación matemática. Cualquier análisis de la comprensión que tienen los alumnos de las matemáticas, o de la forma de enseñanza, o, más aún, de la interacción entre maestros y alumnos, es incompleto si sólo incluye los aspectos matemáticos, pedagógicos o psicológicos de los contenidos, su enseñanza o su aprendizaje, justamente puesto que todos ellos se dan en un contexto social.

En su artículo acerca de "Los contextos, las metas, las creencias y el aprendizaje de las matemáticas", Cobb [2] trabaja la hipótesis de que "los estudiantes reorganizan sus creencias acerca de las matemáticas para resolver problemas que en su origen son más sociales que matemáticos". Para ello, se ocupa primero de establecer la importancia de las creencias en la conformación del significado en general y del significado matemático en particular, y posteriormente analiza "la instrucción matemática como un proceso de socialización en las creencias del estudiante" para apoyar su sugerencia de que se haga hincapié en la investigación acerca de los aspectos sociales de la educación matemática. Yo me ocuparé de dar una visión más amplia de la primera parte del artículo de Cobb que de la segunda, puesto que es lo referente al contexto y las creencias lo que más se aplica a los ejemplos que presentaré más tarde.

Silvia Alatorre Frenk
UPN, México

La argumentación de Cobb tiene, en términos generales, el siguiente guión:

(1) el conocimiento sólo adquiere forma verdadera dentro de un contexto, por lo que
(2) comportamientos aparentemente irracionales y erróneos adquieren sentido cuando se ve en qué contexto se manejaba el sujeto; de ahí que sea necesario comprender los contextos y,
(3) como las metas y propósitos de un individuo se expresan en un contexto, es necesario comprenderlos también, así como entender
(4) la relación entre las metas y las creencias del individuo, ya que las segundas son el sustrato de las actividades encaminadas a la realización de las primeras; además,
(5) las creencias se ajustan para la realización de una de las metas más generales del individuo, a saber que su mundo (su contexto) tenga sentido; y
(6) todo lo anterior debe verse además dentro del marco de las interacciones sociales del individuo.

Con una exposición clara, Cobb va apoyando sus tesis mediante citas y ejemplos tomados de otros investigadores.

(1) Afirma Cobb que "el proceso de conocimiento necesariamente está acotado por el contexto". Apuntala su afirmación con la siguiente paráfrasis de Kuhn [7] y Barnes [1]:

"Un paradigma o una visión del mundo restringe el campo fenomenológico accesible a la investigación científica. El contexto general dentro del cual opera el científico limita por ende lo que puede contar como un problema y lo que puede contar como una solución".

(2) A continuación Cobb presenta un par de ejemplos muy interesantes:

— El primero de ellos se analizará con más detalle en la tercera parte de este trabajo. Se trata del problema de Linda, creado por Kahneman y Tversky (y según lo cita Schoenfeld [10]), y que, según Cobb, "demuestra que el contexto psicológico dentro del cual se le da significado a una situación puede afectar radicalmente el comportamiento subsecuente".

— También citados por Schoenfeld, Perkins et al presentaron cuatro preguntas de política, sociología y arte a sujetos adultos, y se encontraron con un "razonamiento ingenuo", válido en el contexto del razonamiento diario, que comprendía muchas contradicciones: "la prueba de la verdad es que una proposición tenga sentido intuitivo, que suene correcta". En contraste, estaría el contexto del razonamiento académico, en el que el pensador va previendo y atajando contraargumentos y críticas potenciales. En este contexto lo más frecuente es un escrutinio crítico tras un enunciado que el investigador tuvo tiempo de preparar, mientras que en el contexto diario ocurre lo contrario: importa más la eficiencia que una consideración sistemática de todas las alternativas.

En su análisis de estos dos ejemplos afirma Cobb que "comportamientos que pueden inicialmente ser descartados por irracionales empiezan a tener sentido cuando se consideran los contextos dentro de los cuales operaba el sujeto y las metas que pretendían alcanzar"

(3) Presenta luego Cobb otro ejemplo:

— En un trabajo sobre opiniones y participación política de norteamericanos, Wilker y Milbrath [17], afirman que un individuo común acude a mítines políticos o a votar no tanto para informarse o expresar una opinión política, sino para participar en actos rituales, para refrendar el mito del orden racional y de la buena sociedad, para ser un buen ciudadano.

Y hace la siguiente interpretación: "uno de los puntos cruciales del análisis contextual es un análisis de las metas, las intenciones y los propósitos del individuo. Inferir el contexto en el que un individuo está operando es inferir las metas generales que especifican el marco de trabajo dentro del cual se llevan a cabo la acción y el pensamiento".

(4) A su vez, las metas o propósitos están relacionados con las creencias: "las creencias pueden ser vistas como suposiciones acerca de la naturaleza de la realidad que subyacen bajo la actividad orientada a metas". Esto se ve claramente en los siguientes ejemplos:

— Según Skemp [12] los estudiantes que han construido creencias instrumentales acerca de las matemáticas, piensan que sus futuras experiencias en clase de matemáticas van a "encajar" en esas creencias: pretenden confiar en una autoridad como una fuente de conocimiento, esperan resolver tareas empleando procedimientos que les hayan sido enseñados explícitamente, esperan identificar claves superficiales cuando lean enunciados de problemas, etc. Si las cosas no funcionan de acuerdo a estas creencias, el estudiante muestra irritación o frustación.

En un trabajo de Lave et al. [8] sobre las habilidades aritméticas de adultos en el supermercado con papel y lápiz, hubo un promedio de 59% de éxitos con papel y lápiz y uno de 98% en el supermercado. Dice Cobb: "se podría especular que los sujetos emprendían la prueba aritmética con la intención de resolver tareas tratando de recordar y usar los procedimientos que se les enseñaron en la escuela. En la situación de compra, no trataban de recordar un método general, sino que usaban métodos que habían generado ellos mismo especialmente para las decisiones concretas que tenían que tomarse".

— En una investigación acerca de las creencias sobre geometría de estudiantes de secudaria, Schoenfeld [10] ve que los estudiantes resuelven las tareas de geometría haciendo construcciones, y la precisión de la construcción es la que los lleva a aceptar o a rechazar una solución. Si se les pide una demostración, la pueden hacer, pero es para satisfacer la demanda de una autoridad, no porque les parezca realmente necesaria a ellos.

Concluye Cobb esta sección de acuerdo con Sigel [11]: "descontextualizar el desarrollo cognitivo del niño es tan erróneo como negar el papel del proceso interno del individuo" y con Rogoff [9]: "el contexto es un aspecto integral de los eventos cognitivos, no una variable perjudicial".

(5) Pero el contexto en sí no es lo importante, sino que es necesario hacer que las cosas adquieran sentido en un contexto: "La elaboración y la coordinación de contextos es esencial en la realización de la meta más general, la construcción de un mundo que tenga sentido". En la resolución de problemas el proceso de dar sentido parte del contexto general hacia el particular: el individuo siempre está en un contexto específico, y justamente en el proceso de resolución de un problema debe cambiar de perspectiva, o sea de contexto, para llegar a una reorganización contextual. Por ejemplo:

Las modificaciones que hacen los niños de sus creencias generales acerca de las matemáticas pueden ser vistas como intentos de moverse en situaciones problemáticas. Puesto que las creencias restringen lo que puede ser problemático en un contexto, el niño que reorganiza sus creencias y cambia sus metas generales trabaja con situaciones problemáticas modificando lo que puede contar como un problema más que tratando de encontrar maneras de resolver el problema original.

(6) El aprendizaje debe además considerarse en situaciones interactivas. En el caso particular de las matemáticas, ocurre que: "una de las grandes metas de la instrucción aritmética en primer año de primaria como se practica generalmente es reemplazar la aritmética de conteo autogenerada con aritmética teórica conjuntista académica". Según Hiebert [4], "a muchos niños se les dificulta el aprendizaje de las matemáticas en la escuela porque su naturaleza abstracta y formal es muy diferente de las matemáticas intuitivas e informales que adquieren los niños".

Cobb distingue dos fuentes potenciales de problemas para ayudar a explicar esta dificultad:

— El contraste entre los contextos generales de las matemáticas autogeneradas y las académicas. Cita a D'Ambrosio [3] con su concepto de etnomatemáticas, que son "las matemáticas que se practican entre grupos culturales identificables... Su identidad depende ampliamente de enfoques, de motivación, y de ciertos códigos y jerigonzas que no pertenecen al ámbito de las matemáticas académicas". Según Cobb, si se acepta que los niños de primer año forman un grupo cultural identificable, entonces lo que ellos practican son etnomatemáticas. Los niños resuelven sus problemas con las matemáticas que usan. Idealmente, también las matemáticas académicas están construidas para resolver problemas, pero además deben satisfacer formas establecidas para la comunicación. En esto, la diferencia entre ambos contextos es análoga a la diferencia entre los contextos del razonamiento diario y académico (cf supra). Las matemáticas autogeneradas son individualistas y anárquicas; las académicas corresponden a una historia cultural. En su primer contacto con la escuela, el niño debe aprender los formalismos estándar, y si no los entiende como medios de expresión en los que la gente se ha puesto de acuerdo, los verá como imposiciones arbitrarias de una autoridad. La matemática académica es entonces la matemática totalitaria, y la meta del niño se convierte en satisfacer a la autoridad y no en aprender las matemáticas académicas.

— Las interacciones entre el maestro y el alumno tienen como base un poder del maestro, pero éste puede manifestarse en un continuo de maneras, cuyos extremos son las negociaciones o las imposiciones. El primer tipo se parece a una interacción típica entre madre e hijo, en la que ambos van ajustando contextos y metas para tener un lenguaje común. El segundo, más frecuente, implica que el maestro tiene "una lista compartimentalizada de conocimientos específicos o habilidades que deben ser enseñados a partir de la nada, y completados en un tiempo determinado". Aquí, las metas del maestro son rígidas; la meta general de los alumnos es resolver los problemas que surgen de la interacción social y sus actividades están dirigidas a provocar o a evitar determinadas conductas del maestro. Si en este contexto hay algún intento de ayudar al conocimiento matemático, el alumno lo rechaza porque no encaja con sus metas. El alumno incluso aprende a comportarse como si supiera jugar el juego de las matemáticas académicas. "En general, los estudiantes que llegan a creer que las matemáticas escolares son una actividad en la que uno trata de producir formas apropiadas y así satisfacer las demandas percibidas del maestro, aumentan por ello mismo su dependencia al maestro", ya que dependen de él para saber si su respuesta es correcta o no.

Concluye Cobb su trabajo de la siguiente manera: "este análisis constituye un marco inicial de trabajo dentro del cual se pueden relacionar las creencias de los niños acerca de las matemáticas con sus experiencias escolares de hacer matemáticas. En particular, el análisis sugiere que para comprender los sentidos que los alumnos le confieren a los formalismos de las matemáticas académicas, es necesario considerar tanto los aspectos sociales de las matemáticas escolares como los puramente cognitivos".

"En resumen, las creencias de los alumnos acerca de las matemáticas son sus intentos de soluciones a los problemas que surgen cuando interactúan con el maestro y sus compañeros".

II. El estudio de las intuiciones probabilísticas según Tversky y Kahneman

Tal vez uno de los más interesantes casos de creencias son los que ocurren en torno a los conceptos relacionados con el azar y la probabilidad. Varios autores han estudiado, desde un punto de vista más o menos sicológico, las intuiciones estadísticas o probabilísticas que tienen niños y adultos. Entre ellos están Amos Tversky y Daniel Kahneman, dos sicólogos que desde los años 70 han tenido una fructífera relación de cooperación científica en los temas de la percepción sicológica de los eventos inciertos.

En esta parte de mi trabajo haré un resumen de algunos de los puntos tratados por estos autores en cuatro de sus artículos: "Juicios bajo incertidumbre: heurísticas y errores" [14], "Probabilidad Subjetiva: un juicio de representatividad" [5], "Juicios de y por representatividad" [15] y "Acerca del estudio de las intuiciones estadísticas" [6], incluidos todos ellos en una amplia antología que junto con Paul Slovic editaron los autores en 1982 bajo el título del primer artículo aquí citado.

Algunas definiciones y precisiones

Conviene aquí empezar con algunas definiciones fundamentales, tal cómo las enuncian los autores. Por una parte, hacen las siguientes precisiones en torno a las creencias comprendidas en los términos "intuición" e "intuitivo":

1. Un juicio es intuitivo si se llega a él por un modo de razonamiento informal y no estructurado, sin usar métodos analíticos o cálculos deliberados (...).
2. Una regla formal o un hecho de la naturaleza se llama intuitivo si es compatible con nuestro modelo del mundo (...).
3. Se dice que una regla o un procedimiento es parte de nuestro repertorio de intuiciones si aplicamos la regla o seguimos el procedimiento en nuestra conducta normal (...)."

Por otra parte, los autores definen de la siguiente manera la probabilidad subjetiva:

"Usamos el 'término probabilidad subjetiva' para denotar cualquier estimación de la probabilidad de un evento, que sea dada por un sujeto o inferida a partir de su comportamiento. No se exige que estas estimaciones satisfagan axiomas o requerimientos de consistencia. Usamos el término 'probabilidad objetiva' para denotar valores calculados, sobre la base de suposiciones explícitas, de acuerdo a las leyes del cálculo de probabilidades".

Según Tversky y Kahneman, "la evaluación de la probabilidad de un evento incierto o la predicción de una cantidad desconocida es un proceso complejo, que comprende interpretar el problema, buscar la información relevante y elegir una respuesta adecuada".

Para resolver este tipo de problemas, la gente usa un número limitado de principios heurísticos que le permiten simplificar este proceso, reduciéndolo a unas operaciones de juicio que son más sencillas. Los recursos más importantes son la representatividad, la disponibilidad y el ajuste y anclaje. En este trabajo hablaré solamente de la heurística de la representatividad, según la tratan Tversky y Kahneman en los artículos mencionados.

En general, los recursos heurísticos son bastante útiles, pero con frecuencia llevan a errores graves y sistemáticos. El estudio de los errores tiene tres razones:

1. exponen algunas de nuestras limitaciones intelectuales y sugieren maneras de mejorar la calidad de nuestro pensamiento;
2. revelan los procesos psicológicos y los procedimientos heurísticos que gobiernan el juicio y la inferencia;
3. ayudan a conocer las intuiciones humanas indicando qué principios de la estadística o la lógica son no intuitivos o contraintuitivos.

Ahora bien, para establecer que un juicio es erróneo se contrasta con un hecho establecido o con una regla aritmética, lógica o estadística. "Sin embargo, no toda respuesta que parece contradecir un hecho establecido o una regla aceptada es un error de juicio. La contradicción también podría surgir de una comprensión equivocada de la pregunta por parte del sujeto o de una interpretación equivocada de la respuesta por parte del investigador". Por ello, la comunicación entre ambos es un punto importante. "El estudioso del juicio debe evitar tanto las interpretaciones demasiado estrictas, que tachan a respuestas razonables de errores, como las demasiado caritativas, que tratan de racionalizar cada respuesta".

Qué es la representatividad

La representatividad es la medida en que un evento:

(i) es similar en propiedades esenciales a la población de la que proviene; y
(ii) refleja los rasgos más característicos del proceso que lo generó.

La gente suele usar la representatividad como una heurística cuando se enfrenta con preguntas probabilísticas del tipo:

"¿Cuál es la probabilidad de que el objeto A pertenezca a la clase B? ¿Cuál es la probabilidad de que el evento A se origine de proceso B? ¿Cuál es la probabilidad de que el proceso B genere el evento A?".

Por ejemplo, considérese la siguiente descripción de un individuo:

(E1) Steve es muy tímido e introvertido, siempre se presta a ayudar, pero se interesa poco en la gente o en el mundo de la realidad. Es un espíritu humilde y pulcro, necesita orden y estructura y tiene una pasión por los detalles.

Cuando se le pregunta a la gente qué ocupación tiene probablemente Steve de entre las de una lista, resulta que, por ejemplo, la de bibliotecario es favorecida, porque Steve se parece al estereotipo del bibliotecario. De hecho, ocurre que cuando se le pide a la gente que ordene las ocupaciones desde un punto de vista de probabilidad y desde uno de similaridad, los resultados son muy similares.

Algunos ejemplos más pueden ilustrar las características de una muestra representativa:

Parecido de la muestra a la población

(E2) Se estudiaron todas las familias de seis hijos de una ciudad. En

72 familias el orden exacto de los nacimientos de niños (M) y niñas (F) fue F M F M M F. ¿Cuál es su estimación del número de familias estudiadas en las que el orden exacto fue M F M M M M? 75 de 92 sujetos dieron números menores de 72, la mediana fue 30.

(E3) Hay dos programas en una secundaria. Los niños son mayoría (65%) en el programa A y minoría (45%) en el programa B. Hay el mismo número de clases en cada uno de los dos programas. Si usted entra en una clase al azar, y observa que hay 55% de niños, qué piensa usted, que la clase está en el programa A o en el B? 67 de 89 sujetos contestaron A

(E4) Dado un proceso binomial con p = 4/5, la mayoría de los sujetos dijeron que una muestra de 10 éxitos y 0 fracasos (P = .1074) es menos probable que una de 6 éxitos y 4 fracasos (P = .0881).

(E5) Suponga que ha corrido un experimento con 20 sujetos, y que ha obtenido un resultado significativo que confirma su teoría ($z = 2.23$, $p < .05$ en dos colas). Ahora puede correr un grupo adicional de 10 sujetos. ¿Cuál cree usted que es la probabilidad de que los resultados sean significativos, en una prueba de una cola, tomando este nuevo grupo separadamente?

La respuesta mediana fue de .85, en realidad es aproximadamente de .50.

Reflejos de la aleatoriedad

Las dos propiedades generales que más parecen "capturar la noción intuitiva" de probabilidad son la irregularidad y la representatividad local.

Irregularidad:

(E6) En cada vuelta de un juego, se distribuyen aleatoriamente 20 canicas entre cinco niños: Alan, Ben, Carl, Dan y Ed. Considérense las siguientes distribuciones: I: A-4, B-4, C-5, D-4, E-3; II: A-4, B-4, C-4, D-4, E-4. En muchas vueltas del juego, ¿habrá más resultados del tipo I o del tipo II?

36 de 52 sujetos ($p < .01$) dijeron que del tipo I, aunque la distribución uniforme es más probable.

Representatividad local:

(E7) Cuando se le pide a la gente que simule un proceso aleatorio tal como una serie de volados, producen secuencias que son localmente representativas, con demasiadas ligas cortas. Más aún, la gente tiende a considerar como poco probables, o a rechazar como no aleatorias, secuencias que tienen una distribución correcta de longitudes de ligas, tal vez porque las ligas largas no son localmente representativas (ligas = runs, o sea secuencias de una misma cara) (Tune, [13]; Wagenaar, [16]).

"Una muestra representativa es, entonces, similar a la población en características esenciales, y refleja la aleatoriedad como la gente la ve, o sea que todas sus partes son representativas y ninguna es demasiado regular. La mayoría de las muestras no son así, y por ello no parecen aleatorias. Por ejemplo, apostamos que entre los 20 posibles resultados (sin considerar la dirección ni la etiqueta) de seis volados, sólo A S S A S A parece realmente aleatorio. Para cuatro volados, puede ser que no haya ninguno".

Los primeros estudios parecían sugerir que en algunos tipos de problemas la gente se basa exclusivamente en la representatividad para resolver problemas de probabilidad. "Sin embargo, la mayor parte de la información actual apoya una hipótesis más moderada de que las predicciones intuitivas y las opiniones de probabilidad son muy sensibles a la representatividad aunque no están completamente dominadas por ella. Así, las probabilidades subjetivas son altamente influenciadas por factores irrelevantes que afectan a la representatividad, y relativamente insensibles a las variables relevantes que no afectan a la representatividad"

Los errores a que conduce la representatividad

Como lo ilustran los ejemplos mostrados hasta ahora, la representatividad como heurística puede llevar a errores de juicio. La heurística falla porque la similaridad, o la representatividad, no queda afectada por varios factores que sí deben afectar los juicios de probabilidad.

A pesar de los sesgos sistemáticos a los que da lugar la representatividad, la gente la usa en sus estimaciones probabilísticas porque: "(i) es accesible, (ii) frecuentemente está correlacionada con la probabilidad, y (iii) la gente sobreestima esa correlación".

Los sesgos son sistemáticos y predecibles porque la representatividad tiene su propia lógica, distinta de la de la probabilidad. El contraste se acentúa cuando la evidencia es falible o cuando el evento en cuestión es altamente específico.

"La magnitud de los sesgos de representatividad y el impacto de variables como el tamaño muestral, la confiabilidad y la proporción de base dependen de la naturaleza del problema, de las características del diseño, de la sofisticación de los entrevistados y de la presencia de claves sugerentes u otras características de la pregunta".

A continuación veremos los casos más comunes en los que la heurística de representatividad lleva a errores predecibles y sistemáticos.

Insensibilidad a probabilidades previas

Las probabilidades previas no afectan la similaridad pero sí la probabilidad. Por ejemplo, en el caso de Steve, el hecho de que hay muchos más campesinos que bibliotecarios debe afectar la probabilidad pero no afecta a la representatividad.

Esta hipótesis se puso a prueba en un experimento en el que:

(E8) Se les daba a los sujetos unas descripciones breves de individuos tomados supuestamente al azar de un grupo de 100 profesionales, ingenieros y abogados. En una de las condiciones experimentales, se les dijo a los sujetos que los individuos descritos venían de un grupo con 70 ingenieros y 30 abogados; en otra, se les dijo que el grupo tenía 30 ingenieros y 70 abogados.

Aunque es evidente que la probabilidad de que el individuo sea ingeniero es mucho más alta en la primera condición que en la segunda (5.44 = (.7/.3) / (.3/.7) veces más alta), los sujetos dieron las mismas respuestas en ambos casos, aparentemente evaluando el parecido de cada individuo a los estereotipos de ingeniero y abogado.

El único caso en que los sujetos daban las respuestas correctas de .7 ó .3, era cuando no se les daba ninguna información, pero cuando se les daba una descripción, olvidaban estas posibilidades previas. Curiosamente, esta cancelación ocurría aunque la descripción fuera tan desprovista de información relevante como la siguiente:

Dick tiene 30 años. Es casado y no tiene hijos. Es un hombre hábil y con mucha motivación, y promete ser muy exitoso en su campo. Sus colegas lo aprecian mucho.

En este caso la gente contestaba que la probabilidad de que Dick fuera ingeniero o abogado era .5.

Concluyen los autores que la gente responde de manera diferente cuando no se les da información y cuando se les da información intrascendente. En el primer caso sí se consideran correctamente las probabilidades previas, en el segundo se ignoran.

Insensibilidad al tamaño muestral

Otro de los casos en los que la gente usa típicamente la heurística de la representatividad, es para evaluar la probabilidad de obtener un resultado específico en una muestra obtenida de una población determinada. Por ejemplo:

(E9) La gente evalúa la verosimilitud de un resultado muestral, por ejemplo, la probabilidad de que la estatura promedio en una muestra de diez hombres sea mayor de 1.80 m, de acuerdo a la similaridad de este resultado con el parámetro correspondiente (es decir, con la estatura promedio en la población de hombres).

La similitud entre el estadístico muestral y su parámetro no se ve afectada por el tamaño muestral, mientras que la probabilidad sí.

Consistentemente con la hipótesis, la gente en un experimento conducido por Kahneman y Tversky asignó la misma probabilidad para muestras de 1000, 100 y 10 hombres. Los sujetos despreciaban el papel del tamaño muestral incluso cuando se les enfatizaba en la formulación del problema.

Por ejemplo:

(E10) En cierta ciudad hay dos hospitales. En el mayor de los dos nacen aproximadamente 45 bebés diariamente, y en el menor alrededor de 15. Como usted sabe, aproximadamente 50% de los bebés son niños. Sin embargo, el porcentaje exacto varía de día a día. A veces puede ser mayor de 50%, a veces menor. Durante un año, cada hospital anotó los días en los que nacieron más de 60% de niños. ¿Cuál de los dos hospitales piensa usted que anotó más de esos días?: El hospital grande (21), el hospital chico (21) o más o menos lo mismo (o sea, con 5% de diferencia máxima) (53).

Los números entre paréntesis se refieren al número de estudiantes universitarios que escogieron cada respuesta.

Los autores interpretan que los resultados iguales para ambos hospitales se deben a que los eventos descritos se refieren al mismo estadístico y por ende son igualmente representativos de la población general. Esto contrasta con la teoría de muestreo, según la cual se esperan más días con más de 60% de niños en el hospital chico, porque es menos probable que una muestra grande se aparte de 50%.

Evidentemente, esta noción fundamental de la estadística no forma parte del repertorio de intuiciones que tiene la gente.

Hay otro ejemplo de lo mismo, pero con probabilidades a posterior:

(E11) Imagínese una urna llena con canicas, de las que 2/3 son de un color y 1/3 son de otro. Un individuo extrajo 5 canicas de la urna y obtuvo 4 rojas y 1 blanca. Otro individuo extrajo 20 canicas y obtuvo 12 rojas y 8 blancas. ¿Cuál de los dos individuos debe tener más confianza de que la urna tiene 2/3 de canicas rojas y 1/3 de blancas, y no lo contrario? ¿Cuánto debe apostar cada individuo?.

En este problema, la apuesta correcta es de 8 contra 1 enla muestra de 4:1 ($C_5^4\ .67^4\ .33\ /\ C_5^4\ .33^4\ .67$) y de 16 contra 1 en la de 12:8 ($C_{20}^{12}\ .67^{12}\ .33^8\ /\ C_{20}^{12}\ .33^{12}\ .67^8$), suponiendo probabilidades previas iguales. Sin embargo, la mayor parte de la gente piensa que la primera muestra da evidencia mucho más fuerte para la hipótesis de que la urna es predominantemente roja, porque la proporción de canicas rojas es mayor en la primera muestra que en la segunda.

Como en el otro caso, los juicios intuitivos están dominados por la proporción muestral y no se modifican con el tamaño muestral, que tiene un papel preponderante en la determinación correcta de las apuestas a posteriori.

Conceptos erróneos del azar

La gente espera que una secuencia de eventos generada por un proceso aleatorio represente las características esenciales del proceso, incluso si la secuencia es corta.

Por ejemplo,

(E12) Al pensar en tiros al aire de una moneda, la gente considera que la secuencia A-S-A-S-S-A es más verosímil que la secuencia A-A-A-S-S-S, que no parece aleatoria, y también más verosímil que la secuencia A-A-A-A-A-S-A, que no representa la legalidad de la moneda.

Esto es, la gente espera que las características esenciales de procesos queden representadas, no sólo de manera global en toda la secuencia, sino también de manera local en cada una de sus partes. Sin embargo, una secuencia localmente representativa se desvía sistemáticamente de lo esperable en términos probabilísticos: tiene demasiadas alternaciones y demasiado pocas "ligas". Otra consecuencia de la creencia en representatividad local es la bien conocida falacia del jugador. Por ejemplo,

(E13) Después de observar una larga serie de solamente rojo en la rueda de la ruleta, la mayoría de la gente cree erróneamente que ahora debe caer negro, tal vez porque la ocurrencia de negro dará una secuencia más representativa que la de otro rojo más.

Frecuentemente se considera el azar como un proceso autocorrectivo en el que una desviación en una dirección induce una desviación en la dirección contraria para restaurar el equilibrio. De hecho, las desviaciones no se 'corrigen' cuando el proceso aleatorio se lleva a cabo, sino que simplemente se diluyen.

Incluso personas con estudios de nivel superior, como psicólogos, parecen creer en una "ley de los pequeños números", según la cual incluso las muestras pequeñas son representativas de las poblaciones de las que son extraídas.

Insensibilidad a la predicibilidad

Otro uso de la representatividad es cuando se le pide a la gente que haga predicciones numéricas. Por ejemplo,

(E14) Supongamos que nos dan una descripción de una compañía y que nos piden que predigamos su ganancia. Si la descripción es muy favorable, una ganancia muy alta nos va a parecer muy representativa de la descripción; si la descripción es mediocre, una ganancia mediocre nos parecerá representativa.

El grado en el que la descripción es favorable no es afectado por la credibilidad de la descripción ni por el grado en el que permite una predicción exacta.

Por otra parte, de acuerdo con la teoría, hay consideraciones de predicibilidad que afectan tanto el rango de las predicciones como lo extremoso de éstas.

De acuerdo con algunos experimentos de Kahneman y Tversky, las predicciones intuitivas no incluyen ninguna consideración de predicibilidad. Por ejemplo, en un experimento:

(E15) Se les dio a los sujetos varios párrafos, cada uno de los cuales describía el comportamiento de un aprendiz de maestro en una determinada lección de práctica. A algunos sujetos se les pidió evaluar la calidad de la lección descrita en el párrafo en puntuaciones de percentiles relativos a una población especificada. A otros sujetos se les pidió predecir, también en puntos percentiles, el valor de cada estudiante 5 años después de la práctica.

Ambos juicios fueron idénticos, esto es, las predicciones realizadas por los sujetos fueron tan extremas como sus evaluaciones.

Ilusión de la validez

La manera en que la gente suele hacer predicciones es seleccionando el resultado (por ejemplo, una ocupación) que es más representativo de la información dada (por ejemplo, la descripción de una persona). La confianza que la gente tiene en su predicción depende fundamentalmente del grado de representatividad, con escasa o nula consideración de los factores que limiten la exactitud de la predicción (por ejemplo, el que la información sea escasa, no confiable u obsoleta). "La confianza sin garantía que se produce por un buen ajuste entre el resultado previsto y la información inicial puede ser llamada ilusión de validez.

Este error es cometido, por ejemplo, por los psicólogos que aun conociendo lo falibles que son las entrevistas a los candidatos a un puesto de trabajo en la predicción del desempeño del trabajador, siguen realizando entrevistas con gran confianza.

Otro factor determinante en la confianza en las predicciones es la consistencia interna de la información inicial. Por ejemplo,

(E16) La gente expresa mayor confianza al predecir la calificación promedio final de un estudiante en cuyo cárdex del primer año aparecen sólo ocho que al predecir la de uno con dieces y seises.

Es muy frecuente observar patrones altamente consistentes cuando las variables de inicio son redundantes o correlacionadas. Por ello, la gente tiende a tener gran confianza en predicciones basadas en variables redundantes. Sin embargo, un resultado elemental en la estadística de la correlación afirma que, dadas variables de validez determinada, una predicción basada en varios datos de las variables puede tener mayor exactitud si son independientes que si están correlacionados. Así, la redundancia entre los datos iniciales disminuye la exactitud y aumenta la confianza.

Conceptos erróneos de regresión

Supongamos que se ha examinado a un gran número de niños, en dos versiones equivalentes de un test de aptitudes. Si uno selecciona a diez niños de entre los que mejores resultados tuvieron en una de las dos versiones, podrá encontrar resultados decepcionantes en la otra. Inversamente, si uno selecciona diez niños de entre los que peores resultados tuvieron en una versión, encontrará que, en promedio, les fue mejor en la otra. De manera más general, considérense dos variables, X y Y, que tengan la misma distribución. Si uno elige individuos cuya calificación X difiera de la media de X en K unidades, entonces el promedio de sus calificaciones de Y tenderán a desviarse de la media de Y en menos de K unidades. Estas observaciones ilustran un fenómeno general conocido como regresión hacia la media, documentado por Galton hace más de un siglo.

Aunque en la vida diaria nos encontramos con toda clase de ejemplos de regresión, "la gente no desarrolla intuiciones correctas acerca de este fenómeno. En primer lugar, no esperan que haya regresión en contextos en los que debe ocurrir. En segundo lugar, cuando reconocen la existencia de la regresión, inventan explicaciones causales espurias". Los autores sugieren que "el fenómeno de la regresión sigue siendo elusivo porque es incompatible con la creencia de que el resultado final debe ser máximamente representativo de la información inicial y, por ende, el valor final debe ser tan extremo como lo sea el valor inicial".

Los autores dan también un ejemplo de lo pernicioso que puede ser este concepto erróneo, con la anécdota de unos entrenadores de vuelo que descubrieron que después de una alabanza por un buen aterrizaje solía haber un peor aterrizaje y después de un regaño por un mal aterrizaje solía hacer uno mejor, de donde sacaron la moraleja de que las alabanzas son contraproducentes y los regaños muy efectivos, siendo que de todos modos, por efectos de la regresión, estos comportamientos se deben observar haya o no retroalimentación verbal.

Errores con eventos altamente específicos

Un aumento de especifidad no lleva a una disminución en representatividad pero sí a una probabilidad menor:

(E17) Resulta más representativa una mano de cuatro cartas de baraja con K♥, A♦, 9♠, 4♣ que una con cuatro cartas del mismo palo, aunque la segunda es más probable que la primera.

El contraste más agudo entre la probabilidad y la representatividad se presenta con los eventos compuestos. De acuerdo con las leyes de la probabilidad, es válida la "regla de conjunción": $P[A \& B] \leq P[B]$ (por ejemplo, la probabilidad de que un norteamericano sea un artista republicano es menor que la probabilidad de que sea un artista), pero esta regla no se aplica a la similaridad o representatividad (un individuo puede parecerse más a nuestra imagen de un artista republicano que a la de un artista, así como un cuadrado azul se parece más a un círculo azul que a un círculo cualquiera).

El parecido de un objeto X a un objeto de referencia A puede aumentarse agregándole a A rasgos que tiene también el objeto X, y por ello se puede aumentar la representatividad mediante una especificación del objeto A. Para verificar esta hipótesis se hicieron tres estudios.

(E18) El primer estudio se hizo en Jerusalem en 1974, con 184 sujetos a quienes se les dio una descripción sumaria de cuatro personalidades. Cada descripción correspondía al estereotipo de una ocupación particular (por ejemplo, taxistas) y difería del estereotipo de un partido político particular (por ejemplo, el laborista), o viceversa. Así, cada descripción (X), era representativa de un objeto de referencia A, y no representativo de otro objeto de referencia, B. A cada descripción seguía una lista de cinco o seis eventos descritos por una ocupación, una afiliación política o a una conjunción, por ejemplo un taxista laborista. Para cada descripción, la mitad de los sujetos recibía una lista que incluía a A y a B mientras que la otra mitad recibía una lista con la conjunción A&B. Los otros cuatro eventos eran idénticos en ambas listas. A la mitad de los sujetos se les pidió que ordenaran los eventos de acuerdo al "grado en que X es representativo de esa clase", y a la otra de acuerdo a la "probabilidad de que X sea un miembro de esa clase".

El diseño del estudio permitía una comparación indirecta de la representatividad y la probabilidad del evento B y del evento compuesto A&B en relación con las cuatro alternativas constantes. Los resultados se pueden abreviar como sigue. En primer lugar, en las cuatro descripciones se juzgó que el evento compuesto A&B era más representativo que el evento B solo. En segundo lugar, el orden de representatividad y el orden de verosimilitud para cada conjunto de eventos fueron casi idénticos en todos los casos; el promedio de la correlación de producto-momento, entre los rangos promedio fue .96. En particular, al evento compuesto A&B se le asignó un rango significativamente mayor en la ordenación por probabilidad que al evento B. Evidentemente, la confianza en la heurística de representatividad llevó a las personas que contestaron el cuestionario a considerar un evento conjuntivo como más probable que uno de sus componentes, contrariamente a la regla de conjunción de la teoría de la probabilidad. Este comportamiento será llamado al efecto de conjunción.

(E19) El segundo estudio es una versión norteamericanizada del estudio anterior, con algunas modificaciones de diseño y la inclusión de tres grupos de sofisticación estadística: los inocentes (estudiantes de pregrado sin entrenamiento en probabilidad no estadística), los intermedios (estudiantes de posgrado con varios cursos de estadística y conocedores de los conceptos básicos de probabilidad), y los sofisticados (estudiantes de posgrado en ciencias de la decisión, con varios cursos avanzados en probabilidad y estadística). Se construyeron dos descripciones de personalidades, la de Bill y la de Linda, cada una seguida por una serie de afirmaciones. A continuación se presentan los retratos como ocurrían en unos de los diseños, en el que se pedía a los sujetos que ordenaran las afirmaciones por su probabilidad, usando 1 para la más probable y 8 para la menos probable. Los números entre paréntesis son los rangos promedio asignados a los posibles resultados por los sujetos que recibieron esta forma.

Bill tiene 34 años. Es inteligente, pero sin imaginación, compulsivo y en general poco vital. En la escuela le iba bien en matemáticas y mal en ciencias sociales y en humanidades.

(4.1) Bill es médico y su hobby es jugar al poker
(4.8) Bill es arquitecto
(1.1) Bill es contador (C)
(6.2) Bill tiene como hobby tocar jazz (J)
(5.7) Bill tiene como hobby el surf
(5.3) Bill es reportero
(3.6) Bill es contador y su hobby es tocar jazz (C&J)
(5.4) Bill tiene como hobby escalar montañas

Linda tiene 31 años. Es soltera, extrovertida y muy brillante. Estudió filosofía. Cuando era estudiante, se preocupaba activamente por problemas de discriminación y justicia social, y también participó en demostraciones antinucleares.

(5.2) Linda es maestra de primaria
(3.3) Linda trabaja en una librería y hace yoga
(2.1) Linda es activista feminista (F)
(3.1) Linda es trabajadora social en psiquiatría
(5.4) Linda pertenece a la Liga de Mujeres Votantes
(6.2) Linda es cajera de banco (B)
(6.4) Linda es vendedora de seguros
(4.1) Linda es cajera de banco y es activista feminista (F&B)

El efecto de conjunción pudo ser medido directamente en uno de los diseños del experimento; el porcentaje de sujetos inocentes que lo tuvieron fue de 92% para Bill y 89% para Linda, el de intermedios 86% y 90% respectivamente, y el de sofisticados 83% y 85%. El evento de conjunción (C&J y F&B) tuvo siempre mejor rango que el evento sencillo menos representativo (J y B). La sofisticación estadística, para sorpresa de los autores, tuvo un efecto prácticamente nulo en los porcentajes del efecto de conjunción cuando se presentaron las ocho afirmaciones. Sólo cuando se presentaron únicamente el evento de conjunción y el sencillo menos representativo hubo diferencias: 86% de los sujetos inocentes y 50% de los intermedios para el caso de Linda.

(E20) El tercer estudio se aplicó mediante cuestionario en diciembre de 1980. Se le pedía a la gente que evaluara la probabilidad de varios eventos que pueden ocurrir durante 1981. Cada problema incluía cuatro eventos posibles, y el sujeto debía ordenarlos de acuerdo a su probabilidad, usando 1 para el evento más probable, 2 para el segundo, 3 para el tercero y 4 para el evento menos probable. Dos de los eventos fueron:

Tenis 1981 (efecto de conjunción: 72%). Suponga que Bjorn Borg llega a las finales de Wimbledon en 1981. Ordene los siguientes resultados del más al menos probable.

(1.7) Borg ganará el juego
(2.7) Borg perderá el primer set
(3.5) Borg ganará el primer set pero perderá el juego
(2.2) Borg perderá el primer set pero ganará el juego

Política norteamericana, 1981 (efecto de conjunción: 68%)

(1.5) Reagan suprimirá el apoyo federal al gobierno local
(3.3) Reagan dará apoyo federal a madres solteras
(2.7) Reagan aumentará el presupuesto de defensa menos de 5%
(2.9) Reagan dará apoyo federal a madres solteras y suprimirá el apoyo federal a los gobiernos locales

"Evidentemente, los sujetos combinaron los eventos de acuerdo con principios de representatividad, o impacto causal, más que de acuerdo a las leyes de probabilidad".

La representatividad como heurística en la predicción de eventos futuros por estadistas, médicos, etc., etc., puede ser grave, pues mientras más específicos y detallados sean aumentará su representatividad pero disminuirá su probabilidad. Lo mismo ocurre con la reconstrucción del pasado. "Una buena historia es frecuentemente menos probable que una menos satisfactoria".

Análisis de la relación de representatividad

En un análisis retrospectivo de la relación de representatividad, los autores afirman que:

"La representatividad es una relación entre un proceso o un modelo, M, y una instancia o evento, X, asociado con el modelo. Como la similaridad, la representatividad puede ser establecida empíricamente, por ejemplo, preguntándole a la gente cuál de dos eventos, X_1 o X_2 es más representativo de un modelo M, o si un evento X es más representativo de M_1 o M_2".

Hay cuatro casos en los que se invoca el concepto de representatividad:

1. M es una clase y X es un valor de una variable definida en esta clase. Ejemplos: valores representativos del ingreso de los profesores universitarios, o de la edad en que los miembros de cierto grupo social se casan. El valor más representativo es la media, mediana o moda, y la relación de representatividad está dada por el conocimiento del opinante acerca de la distribución de frecuencias de la variable en cuestión.
2. M es una clase y X es un elemento de ella. Un elemento de una categoría se considera representativo de ella si tiene las características esenciales que comparten los miembros de esa categoría y no tiene muchas características que no comparten los miembros de la categoría. Por ejemplo, se considera que un petirrojo es más representativo de las aves que una gallina, aunque haya más gallinas que petirrojos. Dos tipos de representatividad se distinguen aquí: la de los elementos típicos y la de los prototípicos. Por ejemplo, tal vez la mujer francesa prototípica sea una parisina joven y

elegante, y la típica una campesina madura y rechoncha.

3. M es una clase y X es un subconjunto de M. La diferencia entre este caso de representatividad y el anterior es que un subconjunto no sólo debe representar la tendencia central sino también la variabilidad de la población.
4. M es un sistema (causal) y X es una consecuencia (posible). Por ejemplo, M puede ser la economía de un país y X la tasa de inflación.

El caso (1) de un elemento y una variable se puede considerar como caso particular del (2), que tiene un elemento y varias variables, y que a su vez se puede ver como caso particular del (3), multielemental y uni o multivariado. Los factores determinantes en cada caso son: en (1), la percepción de la frecuencia relativa, en (2) y (3), la similaridad, y en (4) las creencias causales, válidas o no.

Representatividad y probabilidad

El uso de la representatividad para explicar opiniones de probabilidad y predicciones intuitivas tiene las siguientes suposiciones:

1. La relación "X es (muy,..., nada) representativa de M" puede establecerse de manera significativa por jueces.
2. Estas afirmaciones no deben basarse en impresiones de probabilidad o frecuencia, que deben ser explicadas por representatividad.
3. La relación de representatividad tiene una lógica propia, que difiere sistemáticamente de la lógica de la probabilidad.

Cuando estas suposiciones se cumplen, puede verificarse si las opiniones de probabilidad están mediadas por juicios de representatividad.

Es notable que los errores cognitivos que surgen de la confianza en heurísticas de juicio ocurren en legos y expertos; incluso gente entrenada en estadística, aunque no comete errores sencillos del tipo de la falacia del jugador, cae en falacias similares cuando se trata de expresar intuiciones en problemas menos transparentes. Según los autores, "los principios estadísticos no se aprenden de la experiencia diaria porque los ejemplos relevantes no son codificados apropiadamente".

III. Algunos ejemplos de Tversky y Kahneman desde el punto de vista de las propuestas de Cobb

Los trabajos de Cobb, por una parte, y de Tversky y Kahneman, por otra, no son tan divergentes como podrían parecer. Ambos están enfatizando la importancia de las creencias de la gente, y procurando ubicarlas dentro de sus contextos. Es cierto que Tversky y Kahneman acentúan el lado sicológico (o sea el contexto). Sin embargo, aunque Cobb pueda criticarles a los otros su falta de análisis del contexto (como tal vez también podrían aquéllos criticarle al primero su poco énfasis en los aspectos individuales), sus argumentaciones están emparentadas.

A continuación trataré de completar el análisis de algunos de los interesantísimos ejemplos de Tversky y Kahneman con algunos de los argumentos de Cobb.

El caso de Linda

El primer ejemplo que consideraremos aquí es el que Cobb mismo cita en su artículo: el de Linda (E19). Para Cobb, resulta insuficiente decir que los razonamientos de los sujetos que afirman que es más probable que Linda sea feminista y cajera de un banco (F&B) que cajera de un banco (B) utilizan la heurística de representatividad, ignoran la estadística básica y por lo tanto no son perfectamente racionales.

Una consideración de las intenciones y los propósitos de los sujetos extiende el análisis y nos permite entender por qué pueden haber utilizado la heurística mencionada (...). Los sujetos que eligieron F&B no intentaban para nada jugar el juego de la estadística, sino que estaban operando en un contexto diferente.

Para jugar exitosamente el juego de la estadística, uno debe aprender a ver a los individuos como miembros de clases. Salvo por las propiedades que especifican su pertenencia a una clase, su individualidad no tiene ningún interés. Sin embargo, los sujetos que eligieron F&B parecen haberse re-presentado la individualidad de Linda, y su meta era construir una representación detallada de Linda. Y el proceso de modelaje, ya sea el producto de una teoría científica o la representación de otra persona, implica buscar lo que encaja bien y adaptarse a lo incongruente. Saber que Linda es cajera es, en el mejor de los casos, neutral con respecto a sus representaciones sobre Linda. Aunque es posible que sea una cajera dado lo que se sabe acerca de ella, no lo hubieran predicho. Por otra parte, saber que es una feminista activista encaja en sus representaciones: esto es lo que se esperaría o, en otros términos, es probable.

"Este análisis indica que cuando se dice simplemente que el comportamiento de los sujetos no es completamente racional se está pasando por alto un punto importante. Dentro de los límites del contexto de modelaje, su comportamiento fue perfectamente racional: saben, de su experiencia anterior, que funciona. Es el proceso por el que cada uno de nosotros construye modelos de los demás. El error de los estudiantes no se debió necesariamente a una falta de entendimiento de la probabilidad elemental, sino que era un reflejo de las metas que establecieron y los contextos dentro de los que interpretaron el término 'probable' ".

A mí me parece que en el caso de Linda hay otro punto más que refuerza algo en lo que curiosamente coinciden los tres autores, o sea la importancia de la comunicación. Como lo ve Cobb, el razonamiento cotidiano no busca precisiones ni exactitudes, y por ello las ambigüedades a las que puede dar lugar el lenguaje ordinario pueden ser pasadas por alto. Yo creo que en una lectura no encaminada al escrutinio riguroso, las siguientes afirmaciones resultan totalmente equivalentes:

(1) "Linda es activista feminista y es cajera de un banco"
(2) "Linda es cajera de un banco y es activista feminista"
(3) "Linda es una cajera de banco que es activista feminista"

Sin embargo, la probabilidad de estas afirmaciones expresada formalmente se convierte en:

(1) P (F & B)
(2) P (B & F)
(3) P (F : B)

Las primeras dos probabilidades son iguales: son la probabilidad de que Linda, una mujer de 31 años, soltera, extrovertida, etc., sera simultáneamente feminista y cajera. Pero la tercera difiere de ambas: es la probabilidad de que Linda sea feminista DADO QUE es cajera (y de 31 años, soltera, etc.). El sujeto que interpreta así esta afirmación se hace, explícita o implícitamente, la siguiente argumentación: es poco probable que Linda sea cajera (B), pero si lo es (y después de todo, de algo tiene que vivir la gente), es casi seguro que es feminista (F : B).

Quiero observar que este análisis no difiere del de Cobb, sino que lo completa, dando un argumento formal (puesto que efectivamente es muy probable que en este caso se tuviera P (F : B) > P (B) y resaltando la importancia de saber cómo entiende el sujeto las afirmaciones que se le presentan.

Por otra parte, voy a apoyar mi interprestación con una frase de los mismos Tversky y Kahneman: en su artículo sobre las intuiciones estadísticas [6] reportan el experimento con las siguientes opciones:

(B) Linda es una cajera de banco; y

(F:B) Linda es una cajera de banco que es activista feminista (subrayado mío)

¡¡¡Para los mismos autores son pues equivalentes los eventos F & B y F : B !!!

Steve y Dick y los ingenieros y abogados

En estos ejemplos (E1 y E8) se podría decir lo mismo que Cobb dice en el caso de Linda: "los sujetos parecen haberse re-presentado la individualidad (del personaje), y su meta era construir una representación detallada (de él). Y el proceso de modelaje... implica buscar lo que encaja bien y adaptarse a lo incongruente... Dentro de los límites del contexto de modelaje, su comportamiento fue perfectamente racional: saben, de su experiencia anterior, que funciona. Es el proceso por el que cada uno de nosotros construye modelos de los demás... era un reflejo de las metas que establecieron y los contextos dentro de los que interpretaron el término 'probable' ".

Los niños de las canicas

En el ejemplo de los niños de las canicas (E6), se presentan las dos distribuciones

I: A-4, B-4, C-5, D-4, E-3 y

II: A-4, B-4, C-4, D-4, E-4

Y la pregunta que se les hace a los sujetos es ¿habrá más resultados del tipo I o de tipo II?

En mi opinión, la expresión "del tipo I" significa lo mismo que "parecido a la distribución I", o sea "en contraposición a la II", y como lo que distingue las dos distribuciones es precisamente que la II es uniforme, entonces las del tipo I son las que no son uniformes, y de esas, claro, hay muchas más. Esta pregunta es pues un "torito", porque el planteamiento mismo sugiere que se está hablando paradigmáticamente y no concretamente.

De nuevo me voy a apoyar aquí en los mismos autores. A mi entender, lo que ocurre aquí, favorecido por el planteamiento mismo de la pregunta, es que la distribución I no se considera como elemento de una clase sino como subconjunto (y, como tal, cumple perfectamente con que "no sólo debe representar la tendencia central) sino también la variabilidad de la población". En términos de Cobb se podría decir que en el contexto (apoyado por el mismo texto) del problema, la distribución I es, efectivamente, un tipo de distribuciones.

Las familias de seis y las cartas de la baraja

De manera similar al caso de las canicas, en el ejemplo de las familias (E2) y en el de las barajas (E17), la gente cambia el contexto estricto en el que está planteado el problema y convierte un elemento en un subconjunto.

Así, la familia F M F M M F es representante del subconjunto de familias, con tres niños y tres niñas, y la familia M F M M M M es representante del subconjunto de familias con cinco niños y una niña.

Análogamente, la mano K♥ A♦ 9♠ 4♣ representa las manos de "basura" en el poker, que como cualquiera sabe son mucho más abundantes que las manos con cuatro cartas del mismo palo.

Bibliografía

Barnes, B. Interests and the growth of knowledge (1977), apud Cobb [2]

Cobb, Paul. Context, Goals, Beliefs and Learning Mathematics. The Learning of Mathematics 6, 2 (June 1986)

D'Ambrosio, U. Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics (1985), apud Cobb [2]

Hiebert, J. Children's mathematicas learning: The struggle to link form and understanding (1984), apud Cobb [2]

Kahneman, Daniel & Tversky, Amos. Subjective probability: A judgement of representativeness. Cognitive Psychology, 1972, 3, 430-454. (From chapter 3 of Judgement under uncertainty: Heuristics and biaoses, ed. Kahneman, Slovic & Tversky, Cambridge University Press, 1988).

Kahneman, Daniel & Tversky, Amos. On the study of statistical intuitions. Cognition, 1982, 11, 123-141. (Chapter 34 of Judgement under uncertainty: Heuristics and biases, ed. Kahneman, Slovic & Tversky, Cambridge University Press, 1988)

Kuhn, T.S. The structure of scientific revolutions (1970), apud Cobb [2]

Lave, J., Murtaugh, M., & de la Rocha, O. The dialectic of arithmetic in grocery shopping (1984), apud Cobb [2]

Rogoff, B. Everyday cognition: its development in social contexts. (1984), apud Cobb [2]

Schoenfeld, A.H. Mathematical problem solving (1985), apud Cobb [2]

Sigel, I.E. Social experience in the development of representational thought: distancing theory (1981), apud Cobb [2]

Skemp, R.R. Relational understanding and instrumental understanding (1976), apud Cobb [2]

Tune, G.S., Response preferences: A review of some relevant literature (1964)), apud Kahneman & Tversky [5]

Tversky, Amos & Kahneman, Daniel. Judgement under uncertainty: Heuristics and biases. Science, 1974, 185, 1124-1131. (Chapter 1 of Judgement under uncertainty: Heuristics and biases, ed. Kahneman, Slovic & Tversky, Cambridge University Press, 1988)

Tversky, Amos & Kahneman, Daniel. Judgements of and by representativeness. Chapter 6 of Judgement under uncertainty: Heuristics and biases, ed. Kahneman, Slovic & Tversky, Cambridge University Press, 1988.

Wagenaar, W.A. Subjective randomness and the capacity to generate information, apud Kahneman & Tversky [5]

Wilker, H.R. & Milbrath, L.W. Political belief systems and political behaviour (1972), apud Cobb [2]