

El Método Gamma en la Educación Matemática*

Resumen

Pensamos que no debemos quedarnos en la solución clásica de un problema, presentando la Matemática en forma acabada, como un producto ya elaborado. Es preciso referirse a las actividades necesarias para conseguir ese producto, enseñando a iniciarse en ellas. Es por eso que presentamos un método original, el método "GAMMA", afirmando que el verdadero conocimiento llega a la persona, en este caso al alumno, cuando éste descubre una noción nueva para él. Se parte por un descubrimiento intuitivo, pasando a ser objeto consciente y luego finalizando con la formulación explícita.

El Método Gamma en la Educación Matemática

I. Algunas características de la Matemática

Una de las características esenciales de la matemática en su carácter abstracto y a veces se generaliza tanto dicho grado de abstracción que se pierde, aparentemente, toda conexión con la vida diaria y hace que al hombre medio todo aparezca como incomprensible. Así, si se pregunta ¿cuánto es 4×5 ? (lo que significa trabajar con números abstractos) ¿No sería mejor por ejemplo, hacer la operación con un número de muchachos por un número

de chocolates? Otro ejemplo de este carácter lo encontramos en la geometría no-euclidiana, en especial tratándose de Lobachewski; éste no veía su aplicación en la vida real, a pesar de que la buscaba. Al final dichas ideas fueron la base para establecer la Teoría General de la Relatividad, la cual es incomprensible para el hombre común. Sin embargo, ella no fue posible de formular sin el apoyo de la teoría geométrica-matemática mencionada. Esto demuestra que los principios abstractos de la matemática fueron la base para una de las más importantes teorías físicas.

Igualmente, el progreso de otras ciencias, mecánica o astronomía, por nombrar algunas, habría sido imposible sin la matemática. Pero no se trata sólo de aplicar fórmulas desprovistas de algún significado, pues será válida su aplicación matemática cuando ésta se haga a fenómenos concretos.

Esto sí, habrá que puntualizar que la abstracción no es exclusiva de la matemática, sino que es característica de toda ciencia y de la actividad mental en general. Es cierto que también el matemático usa constantemente modelos

Sylvia Cuevas
Ramón Robres
María Pardo
Eduardo Montenegro
Eduardo Cabrera

(*) Trabajo apoyado parcialmente por la Dirección General de Investigación de la Universidad de Playa Ancha de Ciencias de la Educación bajo el Proyecto CNEI 289192.

y analogías físicas como ayuda en el descubrimiento de teoremas y métodos.

Pero en ningún teorema pertenece a la matemática si no es demostrado por un razonamiento lógico.

La matemática exige que un resultado se deduzca de conceptos fundamentales, los cuales deben hallarse formulados con precisión en los teoremas. [1]

Los resultados de la matemática se distinguen por su alto rigor lógico y por su minuciosidad, de modo que lo obtenido pretende ser convincente e irrefutable. Ahora bien, la principal característica del conocimiento científico es su proyección aplicadora, lo que hace que su carácter sea eminentemente dinámico. Puesto que la matemática forma parte del conocimiento científico entra en este juego de la dinámica, o sea en el proceso de cambio y, por lo tanto, el rigor matemático no puede considerarse como absoluto, pero quien haya adquirido dicho rigor será capaz de elegir plenamente en el proceso de ver, mirar, observar, experimentar, modelar, teorizar, y generalizar. [4]

La llamada matemática contemporánea se caracteriza precisamente por el empleo de la axiomática, que junto con ser un método de clasificación lógica y de profundización de los fundamentos, permite que se convierta en un instrumento eficaz para todo trabajo matemático. Según Lebesgue [2, pág. 26], ningún descubrimiento ha sido realizado en matemática y en ningún otro lugar, mediante un esfuerzo de lógica deductiva, sino que ha resultado siempre de un trabajo creador de la imaginación y una vez hecho el descubrimiento, la lógica ejerce su control y es ella quien decide en último término si se trata de un descubrimiento y no de una ilusión; así, su papel, aún siendo importante, no pasa de ser secundario.

De lo expuesto se deduce que en el oficio de matemático la intuición interviene de modo esencial y será el rigor matemático el que permita decidir si

se trata del ejercicio del oficio de matemático.

Se puede afirmar que el método axiomático lejos de ser un fin en sí mismo, está dirigido a la consecución de un buen rendimiento en una determinada actividad y además, como dice Dieudonné [2] permite asegurar la comunicación entre los matemáticos mediante el uso de un lenguaje común.

Al considerar estas ideas bajo un prisma pedagógico podríamos argumentar lo siguiente:

Para formar debidamente a los profesores y que lleguen a comprender aceptablemente la matemática, de modo que la pueda transmitir con una propiedad a sus alumnos con una presentación adecuada de la materia, el recurso más conveniente para hacerlo es enseñarles las materias en forma axiomática.

A lo mejor se podría considerar el método axiomático como un método racional y ordenado de presentar definiciones y teoremas que sirva para clarificar la intuición en vez de eliminarla. El siguiente principio debe tenerse en cuenta en la Educación Matemática: obtener del alumno una capacidad de uso de la intuición en el manejo de los objetos matemáticos. Para esto la experiencia enseña que es necesario presentar al alumno sus perspectivas desde distintos ángulos o puntos de vista y lograr familiarizarlos con el tema.

Teniendo en cuenta estas reflexiones, podríase afirmar que los cambios que deben hacerse no son tan radicales. Deben apuntar más bien a la formación para un "actuar crítico" considerando las ventajas o desventajas de las distintas opciones. Sería importante combinar ordenadamente el método sistemático y preciso con consideraciones críticas de modo que se obtengan los mejores resultados pedagógicos y prácticos.

Otra característica de la matemática es su carácter aplicativo, que permite un reciclaje entre lo abstracto y lo real.

La vitalidad de la matemática, a pesar de su abstracción, tiene su origen en la vida real y al mismo tiempo en un sinnúmero de aplicaciones en otras ciencias y en la vida diaria.

A continuación se cita un párrafo de A. D. Aleksandrow: "En primer lugar hacemos constante uso en la industria y en la vida social y privada de los más variados conceptos y resultados de la matemática sin pensar en ello; por ejemplo, empleamos la aritmética para calcular nuestros gastos o la geometría para calcular la superficie de un apartamento. Segundo: La tecnología moderna sería imposible sin la matemática. No hay probablemente un solo proceso técnico que pueda realizarse sin cálculo más o menos complicado; y la matemática juega un papel importante en el desarrollo de nuevas ramas de la tecnología.

Finalmente, es cierto que toda ciencia, en mayor o menor grado hace uso esencial de la matemática y el progreso de toda ciencia habría sido completamente imposible sin la matemática". [1]

II. El Método GAMMA

La didáctica tradicional está adaptada para cierto tipo de matemática. Pero a través del tiempo se han ido introduciendo nuevos temas sin adaptar las metodologías y esto ha producido el desconcierto que estamos viviendo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Habrá que considerar que la enseñanza de una teoría matemática no se justifica sólo por su consistencia lógica, sino más bien por el apoyo que recibe de una didáctica bien aplicada. La solución clásica del problema es presentar la matemática de manera acabada; o sea es una visión estática. Si por el contrario, se quiere referir no a un producto acabado, sino a las actividades para llegar a él, el enseñar significará iniciar a una actividad.

Refrendando la idea, ciencia durante siglos fue sinónimo de transmisión de creaciones de los maestros. Actualmente, la ciencia está fuertemente ligada a la invención creadora. Habrá por tanto, que hacer la adaptación necesaria de la enseñanza científica de modo que todo proceso de aprendizaje debe tener una etapa de invención dirigida, o sea en perspectiva de quien aprende y no en sentido objetivo.

De aquí que la tarea del profesor debe consistir en iniciar a las actividades culturales, en general, más que en la transmisión de adquisiciones culturales.

La matemática debe caer también en esta concepción dinámica. Para esto será necesario buscar los métodos adecuados para una adaptación urgente.

¿Será la solución a esto trabajar con un esquema de invención? ¿El hacer análisis será más necesario que hacer demostraciones?

El método GAMMA consiste en:

- a) Establecer un perfil para el alumno,
- b) Hacer que éste descubra una idea preconcebida y
- c) Evaluar con un carácter fundamentalmente lógico el resultado de tal descubrimiento.

Aceptando esta idea de descubrir, resulta que para aplicar el método GAMMA es necesario analizar tanto la matemática como el proceso inventivo correspondiente.

Este proceso inventivo tendrá que ser dirigido y para que sea real debe sacar partido de la experiencia de quien lo oriente.

Para efectuar este trabajo, que en sí no es fácil, habrá que considerar una estructura de niveles en el proceso aprendizaje.

Esta estructura debe comenzar por un descubrimiento intuitivo, pasando luego a un nivel superior en donde la idea intuitiva pasa a ser un objeto cons-

ciente y para luego, en otro nivel, terminar con la formulación explícita.

A nuestro criterio la vía natural para llevar el objeto a la conciencia dándole sentido e importancia ya sea operacional o conceptual es comenzar con la intuición antes de la formalización cualquiera que sea el nivel taxonómico.

De esto se deduce que el "verdadero problema que se plantea en la enseñanza de la matemática no es el del rigor sino el de la construcción del sentido, de la justificación ontológica de los objetos matemáticos. La exactitud absoluta no existe y a cada nivel le corresponde su propia forma de exactitud y/o rigor". [2]

Basándonos en lo expuesto y en la afirmación de la necesidad de simular la realidad exterior se engendra el pensamiento matemático. Este, a su vez, genera el oficio de matemático que consiste en el ejercicio de la capacidad del sujeto pensante de aislarse de su propio pensamiento y visualizarlo abstractamente, independizando el contenido de dicho pensamiento. En otras palabras, consistirá en la capacidad de absorber lo implícito o viceversa.

Como se ha expuesto, el método GAMMA debe partir de la intuición, y específicamente de la intuición matemática. Ahora bien, el avance de la intuición debe pasar por un período de comprensión superficial primero y formal enseguida, para que poco a poco sea sustituida por una comprensión más profunda.

La formalización se efectúa en forma lineal: es la organización del lenguaje en general, y no de la matemática, por lo que se presta más para la ejercitación que la axiomática propiamente tal, que la entenderemos como un modo racional y ordenado de presentar definiciones y teoremas, que tienen como finalidad esclarecer lo descubierto por la intuición.

De lo que se deduce que la formación de la capacidad de formalización en los estudiantes, a partir de la Ense-

ñanza Media, debe ser el objetivo primordial de la enseñanza de la matemática.

El método que llamaremos GAMMA no es más que el uso amalgamado de la intuición y el rigor.

Presentamos lo siguiente con el fin de esclarecer, en cierta forma este proceso:

El cálculo aritmético y algebraico, en realidad, son los únicos procedimientos formales de la matemática, pero no basta para obtener la matemática, ya que efectivamente, dentro de una situación calculatoria habrá un sinnúmero de posibilidades para realizar dicho cálculo y será la intuición el auxilio que haga efectiva la elección adecuada.

Se estudiará el perfil: "descubrir que cuando la variable real x se aproxima a 2 el cuadrado de la misma se aproxima a 4", por el método GAMA.

Para esto el profesor entregará unidades de intuición [3] al alumno, por ejemplo, dar valores a la variable x cercanos (2,1; 2,01; 2,001;...; 1,9; 1,99; 1,999;...) y calcular el cuadrado de los mismos.

El alumno descubrirá cómo el valor de dicho cuadrado será muy cercano a 4, ya sea por exceso o por defecto, cuando el valor x se aproxima cada vez más a 2.

La evaluación deberá ser tal que permita al profesor darse cuenta que el alumno descubrió que si x tiende a 2, x^2 tiende a 4.

Si estudiamos otros perfiles análogos para otras funciones, obtendríamos unidades de intuición que nos permitirá que los alumnos descubran el concepto de límite.

Históricamente, se puede observar una transición desde un enfoque impresionista de la pedagogía, que trata de esclarecer lo oscuro con proposiciones más sugestivas que chocan con los hábitos intelectuales establecidos, prevaleciendo el uso de un estilo imaginativo, pero impreciso, provocando "crisis" dentro de la matemática. Estas crisis

fueron superadas mediante la práctica de la pedagogía expositiva, que permite presentar las cuestiones sin ambigüedad y permitiendo la transición de conocimientos sin que sea necesario una lucidez fuera de lo común, especialmente mediante el uso del lenguaje conjuntista y del simbolismo lógico. Esta forma de transmisión del pensamiento matemático requiere además de lo anterior, cierta costumbre y tenacidad para capacitar una disciplina de espíritu. Además, este lenguaje debe considerarse un instrumento extraordinario para fomentar el espíritu inventivo y de descubrimiento. No bastará con el conocimiento adquirido sólo de oído. Habrá que hacer notar eso sí, que el desarrollo de la pedagogía expositiva contribuye a la creación de un esquema único de presentación de los conocimientos. Para solucionar estos inconvenientes se debe pensar en una pedagogía dinámica que, al mismo tiempo que se preocupa del contenido científico del mensaje transmitido también se preocupe que la recepción del mismo sea la conveniente, adaptándose a las aptitudes de los individuos a los que va dirigido. Para esto habrá que elaborar el programa de materias siguiendo criterios distintos y no limitarse a la importancia del contenido científico.

Afirmamos que el conocimiento matemático del alumno se produce cuando descubre una noción, nueva para él; la estructuración de su cerebro, se

hará mediante ciclos y etapas sucesivas que le permitirá pasar de un nivel a otro del pensamiento.

Las etapas que podríamos mencionar son: Observación: ver, mirar, observar, Matematización: experimentar, modelar. Deducción: teorizar, generalizar, y Aplicación.

Este proceso debe ser recorrido por el alumno y orientado por el profesor. Está demás decir la importancia que éste está impregnado del método GAMMÁ para poder luego cumplir con su rol orientador. Esto implica necesariamente que el profesor sea un investigador, en el sentido que se le ha dado en el proceso expuesto.

Finalizamos con esta reflexión: Frente al desarrollo científico y tecnológico que invade nuestra sociedad se podría afirmar que el primer deber de los matemáticos será proporcionar cosas que no se le piden: "hombres capaces de reflexionar por sí mismos, de despreciar los argumentos falsos y las frases ambiguas y a los ojos de los cuales la difusión de la verdad importa muchísimo más que, por ejemplo, la televisión planetaria en colores y en relieve: hombres libres y no tecnócratas-robots. Al enseñar matemáticas no debe ignorarse la existencia misma de los problemas humanos y se debe tratar de dar a las personas el gusto de la libertad y de la crítica y habituarlas a verse tratadas como seres dotados de la facultad de comprender". [2]

Referencias:

- [1] **A.D. ALEKSANDROW Y OTROS:** "La matemática: su contenido, métodos y significados". Tomo I. Alianza Editorial S.A. Madrid. España. 1985.
- [2] **J. PIAGET Y OTROS:** "La enseñanza de las matemáticas modernas". Alianza Editorial Madrid. España. 1978.
- [3] **VAN DOORN, J.:** "Ideas básicas de las matemáticas intuicionistas". Memoria de Título, U.C.V. 1967. (Dirigida por el Dr. Elmer Nemesszeghy)
- [4] **WAGENSBERG, J.:** "Ideas sobre la complejidad" Superínfimos 3- Tusquets Editores, Barcelona. España. 1985.