

# Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las Matemáticas en los primeros grados de la primaria

Este artículo contiene dos partes. En la primera presentamos un análisis sobre los programas y libros de texto vigentes del área de matemáticas, de primero a tercer grados de primaria. Este análisis fue elaborado a raíz de la consulta sobre la modernización educativa y presentado al Secretario de Educación Pública (Balbuena, H. D. Block, I. Fuenlabrada, J. Ortega, R. Valencia, 1990). La segunda parte contiene un análisis del programa de matemáticas para primero y tercer grados de la escuela primaria que la Secretaría de Educación Pública dio a conocer en el primer semestre de 1990 como parte del Programa para la Modernización Educativa.

## **I. Las Matemáticas de Primero a Tercer Grado de la Escuela Primaria. Análisis del Programa Oficial Vigente y Sugerencias.**

### **1. Algunas consideraciones sobre la metodología de enseñanza sugerida en los libros para el maestro.**

En la presentación del área de Matemáticas del Libro para el Maestro de

primer grado (SEP, 1990) se delínean los aspectos metodológicos para la enseñanza de esta disciplina.

Estos aspectos, aunque muy generales e imprecisos, coinciden en algunos puntos con las tendencias curriculares recientes de varios países y con los aportes de la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

En particular, se destaca el carácter instrumental de la matemática, se manifiesta el interés de propiciar la participación del alumno "en la generación de los conocimientos (...), en el proceso que da lugar a ellos a partir de la realidad", se subraya la importancia de la "manipulación de entidades concre-

**Hugo Balbuena  
David Block  
Irma Fuenlabrada  
Juan Ortega  
Ruth Valencia**

Departamento de Investigaciones Educativas  
CINVESTAV-IPN

tas y del planteamiento de problemas acerca de ellas" y, finalmente, se propone una secuencia un tanto esquemática de los pasos que conviene al alumno recorrer en el proceso de adquisición de una noción matemática:

- a) partir del manejo de objetos concretos
- b) representar gráficamente los objetos
- c) pasar a la simbolización (modelos)
- d) aplicar lo aprendido en diversas situaciones

Sin embargo, en las actividades propuestas para el aprendizaje de las distintas nociones matemáticas, en los tres primeros grados, la orientación tiende a reducirse y deformarse, dando lugar a una propuesta metodológica con graves limitaciones y carencias. Las bases metodológicas anunciadas quedan aisladas, como un buen propósito no cumplido.

Intentaremos mostrar con algunos ejemplos, las omisiones y deformaciones más importantes desde nuestro punto de vista.

*Estructura de las actividades.* En los Libros para el Maestro se propone, acertadamente, realizar actividades previas al uso del Libro para el Alumno el cual contiene básicamente una presentación simbólica de la matemática.

Sin embargo, las actividades propuestas, lejos de constituir una problematización de distintos aspectos del mundo del niño para propiciar la construcción de herramientas matemáticas, son secuencias rígidas de pequeños pasos, desvinculados del problema planteado (cuando éste fue planteado) y regidas por una lógica ajena al niño.

### □□ 3.6 Establezca relaciones de orden entre dos números menores que cien.

- Considere, por ejemplo, las dos listas de plantas y animales que elaboró antes.

- Cuente los elementos de cada lista.
- Escriba los números correspondientes (por ejem., 13 y 25, o bien, 12 y 16).
- Represente cada número con objetos (palitos, semillas, etc.) agrupados en decenas y unidades.
- Observe cuántas decenas tiene cada número (por ejem., 13 tiene 1 decena y 25 tiene 2 decenas); (12 y 16 tienen 1 decena cada uno).
- Identifique el número mayor como el que tiene más decenas (25 es mayor que 13).
- Observe que, cuando el número de decenas es igual, el número mayor es el que tiene más objetos sueltos, (12 tiene 2 objetos sueltos y 16 tienen 6 objetos sueltos, entonces 16 es mayor que 12).
- Escriba en su cuaderno la relación de orden que guardan los dos números (25 es mayor que 13, o bien, 13 es menor que 25); (16 es mayor que 12, o bien, 12 es menor que 16).
- Compare parejas de números, siguiendo un procedimiento como el anterior.
- Realice ejercicios como los de su libro (L. págs. 44 y 45).

Estas secuencias de pasos recuerdan inevitablemente las secuencias de los algoritmos de las operaciones: "sumar primero las unidades; escribir sólo la cifra de las unidades del resultado obtenido; sumar las decenas a las cifras de las decenas...". Es decir, se ha ganado la introducción del material concreto, pero la forma sigue siendo la misma: se dicta a los alumnos una sucesión de acciones elementales que deben realizar; la lógica que articula estas acciones escapa al alumno. El desconoce el por qué y el para qué. No participa en la selección de las acciones a realizar. Se trata ahora de un algoritmo de la acción.

Dos aspectos centrales, vagamente anunciados en la presentación del área son dejados de lado: el carácter funcional de las matemáticas, y la partici-

pación del alumno en la construcción de dichas herramientas a partir de la realidad (Block, D., I. Fuenlabrada 1989).

**3.9 Resuelva problemas de adición relativos a la comunidad escolar.**

- Proponga una situación problemática, por ejemplo, determinar cuántos alumnos hay en 2o. "A", si se sabe que son 24 niños y 32 niñas.
- Indique cuáles son los datos conocidos en el problema y cuál es el dato que se busca.
- Represente los datos conocidos, por medio de colecciones de objetos agrupados en decenas y unidades.
- Junte las dos colecciones conservando las decenas agrupadas.
- Indique con una suma el número total de objetos reunidos,  
 $24 + 32 =$
- Plantee una ecuación que relacione los datos del problema,  
 $24 + 32 =$
- Cuente las decenas y unidades que hay en su colección y escriba la solución de la ecuación,  $24 + 32 = 56$
- Exprese nuevamente el problema y señale la solución. En el 2o. "A" hay 56 alumnos, 24 niños y 32 niñas.
- Resuelva otros problemas semejantes representando los datos en el ábaco o por medio de tiras y cuadritos.
- Resuelva ecuaciones del tipo  
 $25 + 34 =$
- Invente un problema que pueda resolver con alguna de esas ecuaciones.
- Escuche y comente los problemas que hayan inventado sus compañeros.
- Resuelva problemas y ecuaciones como los de su libro (L. págs. 118 y 119).

El papel de los problemas que deberán dar lugar a la herramienta mate-

mática es únicamente formal. Se sugiere que el maestro plantee un problema "de la realidad del niño" y en seguida se le pide que los lleve de la mano, paso a paso, a través del algoritmo propuesto para resolver la situación.

No se consideran en absoluto los recursos previos que los niños han desarrollado para abordar la problemática planteada, las dificultades a las que se pueden enfrentar, el proceso largo de asimilación de una técnica acabada.

*El uso del material concreto.* Si bien a lo largo de las actividades del programa se sugiere sistemáticamente el uso del material concreto, éste tiende a perder su función de volver accesible y significativa una situación problemática para los niños.

Por un lado, como hemos visto, las acciones con el material están completamente determinadas desde el programa con la intención de que el maestro las dicte a los alumnos, quienes más que establecer relaciones matemáticas con el apoyo del material para resolver una problemática, deben entender las instrucciones que se les van dictando (Fuenlabrada, I. I. Saiz, 1984.2).

**2.10 Establezca la equivalencia entre diez decenas y una centena.**

- Forme una colección de diez decenas (canicas, corcholatas, palitos).
- Cuente el número de objetos que tiene esa colección.
- Identifique esta colección como "una centena" o "un centenar"
- Exprese con el símbolo 100 el número de objetos que forman una centena.
- Mencione otras centenas que pueda localizar, por ejemplo, cien pesos forman una centena de pesos; cien caballos forman una centena de caballos; cien personas forman una centena de personas.

- Recorte en papel cuadriculado un cuadrado de diez por diez cuadros y diez tiras de uno por diez.
- Llame al cuadrado centena de cuadros y a la tira decena de cuadros.
- Coloque sobre el cuadrado el número de tiras que pueda tener sin encimarlas y sin dejar que salgan del cuadrado.
- Observe su equivalencia entre una centena y diez decenas y exprese esta equivalencia con sus propias palabras.
- Mencione ejemplos de su medio en que se relacionen decenas y centenas.
- Realice ejercicios como el de su libro (L. págs. 102 y 103).

En otros casos, la manipulación sugerida se reduce meramente a un contacto físico.

"Que el alumno: manipule algún objeto, lo parta a la mitad y asocie la fracción  $1/2$  a cada mitad" (U.2.1, actividad 1.9).

El simple contacto con los objetos sin una problematización de por medio, no exige poner en juego ninguna relación y no lleva, en consecuencia, a ninguna elaboración matemática.

Se proponen además, concretizaciones inadecuadas desde el punto de vista práctico o conceptual. En el ejemplo anterior de las decenas y las centenas, es fácil advertir que la aún escasa habilidad de los niños para recortar, hará muy improbable que sus diez decenas de cuadritos coincidan en superficie con el cuadrado de cien cuadritos.

Por otro lado, se propone que los niños utilicen mitades de hoja para representar las mitades contenidas en diversos problemas de suma de fracciones. Sin embargo, la relación entre la mitad de una manzana, o la mitad de un listón con la mitad de una hoja es sumamente abstracta: en común tienen sólo la relación que guardan con las distintas unidades de referencia, ¡no es fácil!

*Vida real e intereses del niño.* Otro aspecto metodológico enfatizado en la presentación del área y con una traducción muy pobre en las actividades específicas es el intento de recurrir a la vida real y a los intereses del niño.

Se dice, por ejemplo, al término de una actividad de conteo: "Que el alumno utilice palitos para representar las colecciones que le interesen (libros, bancas, ventanas...)". Difícilmente la representación de las ventanas del salón con palitos será en sí misma una actividad interesante para el niño.

La concepción de la vida real del niño y de sus intereses tiende a reducirse a la pura cuantificación de los objetos que lo rodean, que él puede ver. No hay de por medio la resolución de algún problema significativo para él o, simplemente, el planteamiento de un reto motivante. Por cierto, la omisión de actividades de carácter lúdico es una gran carencia cuando se pretende tocar los intereses y la vida real de los niños.

La intención de apelar a la vida real flaquea también en otro sentido: se sugieren con frecuencia recursos matemáticos en situaciones donde éstos no resultan adecuados. Por ejemplo, en una actividad sobre medición, se invita a los niños a medir con un metro la longitud de un muro de su salón para después hacerlo con medio metro. La actividad termina con la sugerencia de que el alumno mencione otras situaciones en las que "se requiera la utilización de mitades de unidades de medida".

Es claro que teniendo un metro, no tiene sentido sustituirlo por una unidad más chica (medio metro) para medir un muro con varios metros de longitud. El medio metro es funcional en este caso, no como sustitución del metro, sino como unidad complementaria para dar una medida más aproximada.

La verdadera funcionalidad de esta herramienta (el medio metro) se nulifica y en su lugar se propone un ejercicio con escaso sentido.

*Otros recursos.* Aunque no se señalan en la presentación del área, a lo largo de las actividades propuestas se introducen otros dos recursos que consideramos muy valiosos, pero que se proponen con poca frecuencia y están insuficientemente aprovechados. Estos son la sugerencia de pedir a los alumnos un resultado aproximado a un problema antes de resolverlo (estimación) y la sugerencia de organizar a veces a los alumnos en equipos y propiciar la discusión entre ellos.

## 2. *Apreciaciones y sugerencias sobre los libros para el maestro.*

Consideramos que, para que estos auxiliares respondan en mejor medida a las necesidades de los maestros, deben atender los siguientes aspectos:

- Detallar el programa de cada área de aprendizaje.
- Proporcionar información sobre los contenidos matemáticos pertinentes al nivel de primaria. Numerosos estudios sobre la práctica de la enseñanza de la matemática y sobre formación docente ponen de manifiesto que los maestros tienen limitaciones en su conocimiento de la matemática del nivel básico.
- Proporcionar información sobre algunos aspectos relevantes del proceso de aprendizaje de la matemática en los niños (evolución de sus procedimientos, dificultades y errores frecuentes).
- Fundamentar las actividades de aprendizaje que se propongan en el Libro de Texto y sugerir ideas acerca de otras actividades posibles. Entre estas actividades deberían contemplarse algunas que los niños puedan realizar solos sin la intervención directa del maestro, con vistas a sustituir progresivamente las arraigadas "planas de números y de mecanizaciones". Podrían incluirse, por ejemplo, juegos matemáticos.

- Mejorar la presentación del Libro a fin de que éste invite al maestro a consultarlo. Entre otras cosas podrían incluirse fotografías de niños trabajando, para ilustrar las actividades que se sugieren y trabajos de los niños para mostrar algunos de los procedimientos espontáneos.
- Para hacer más evidente la relación complementaria entre el Libro de Texto y el Libro para el Maestro deberían ponerse referencias del primero al segundo.

## 3. *Apreciaciones y sugerencias sobre los libros de texto.*

Para llevar a cabo la tarea de enseñar hay dos preguntas que ningún profesor puede pasar por alto: qué enseñar y cómo enseñar.

Para responder a esas preguntas el maestro de escuela primaria dispone de algunas herramientas como las siguientes: su propia experiencia como docente; el aprendizaje adquirido a lo largo de su formación profesional; el Libro de Texto para el alumno y el Libro para el Maestro.

Es difícil determinar hasta qué punto los dos primeros elementos orientan el trabajo diario del maestro, pero es innegable que están presentes. Con respecto a los Libros de Texto, a lo largo de varios años de experiencia hemos visto que son una herramienta que siempre está presente en el quehacer del maestro y frecuentemente se convierte en el eje principal alrededor del cual gira la enseñanza y consecuentemente el aprendizaje que logra el alumno.

Hay muchas razones que justifican la presencia, a veces única, del Libro de Texto en la actividad docente, señalaremos algunas:

- a) El maestro de escuela primaria tiene la responsabilidad de atender por lo menos las cuatro áreas de

aprendizaje que señala el plan de estudios: Español, Matemáticas, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales. Para cada una de esas áreas el maestro debe proponer actividades mediante las cuales los alumnos se apropien de los contenidos que se establecen en cada programa.

- b) Además de la actividad de enseñar, se exige al maestro cumplir con una serie de tareas administrativas que le requieren tiempo dentro y fuera de la escuela (Rockwell, E., R. Mercado, 1985). El tiempo del que dispone para organizar su labor docente se reduce, razón por la cual el Libro de Texto se convierte en un recurso privilegiado.
- c) Existe entre los maestros de nivel básico una marcada tendencia a considerar el Libro de Texto como equivalente al programa de trabajo.
- d) En muchos casos el Libro de Texto es un vínculo entre el maestro y los padres de familia, ya que a través de él se muestra el avance de los niños o bien se proponen algunas tareas para que los alumnos las resuelvan en su casa.
- e) Dadas las condiciones económicas y culturales de la mayoría de las familias mexicanas, el Libro de Texto es en muchos casos el único material escrito a través del cual los niños adquieren conocimientos.

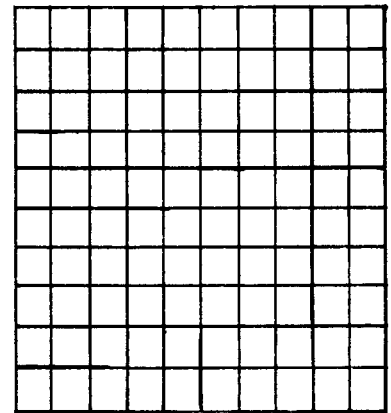
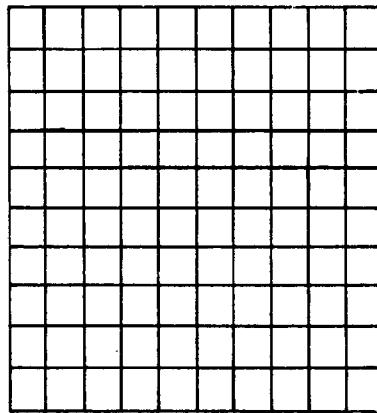
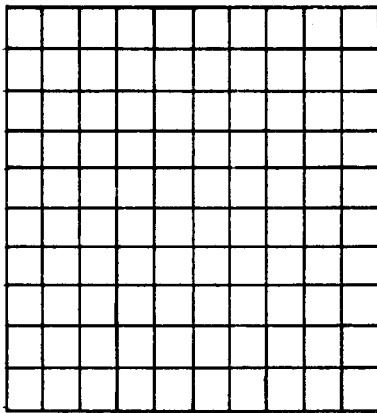
Seguramente hay algunos maestros que se preocupan por buscar actividades complementarias a las del Libro de Texto y habrá otros que únicamente lo utilizan como apoyo a las actividades previamente planeadas. Aún así, el Libro de

Texto es un instrumento que el maestro usa de una u otra manera y por tal razón es tal vez el material más importante para el trabajo docente en el nivel elemental.

En virtud de lo anterior haremos algunos señalamientos acerca de la manera en que se presentan los contenidos, dado que ésta determina en buena medida la relación que el alumno establece con el conocimiento.

Una cualidad de algunos de los Libros de Texto de matemáticas es la existencia de problemas interesantes que los maestros pueden aprovechar para propiciar la reflexión de los alumnos. Particularmente el libro de sexto grado contiene numerosos problemas que se plantean en diversos contextos y que apelan a varios contenidos de matemáticas. También es de destacar la incorporación de juegos matemáticos en los Libros de Texto de los tres primeros grados, aunque dichos juegos son aún escasos y poco aprovechados.

Sin embargo, por la forma en que se presentan las explicaciones y los ejercicios, se da muy poco lugar a la reflexión matemática por parte de los alumnos. Se ofrecen textos en los que faltan algunas palabras (que se señalan con una línea) o bien algunas cantidades (señaladas con unos cuadritos). La actividad intelectual del alumno las más de las veces se reduce a tratar de adivinar lo que va en los espacios vacíos. Si el niño no lo logra, la explicación del maestro se restringe a orientarlo para que pueda llenar dichos espacios. Veamos lo que expresa una niña al resolver un ejercicio del libro de tercer grado.



Aquí hay  centenas de cuadritos. Son  cuadritos.

Escribe el número que corresponde a cada conjunto.

“Yo creo que aquí (señala el recuadro pequeño) va un diez y aquí (señala el recuadro grande) va un mil, porque de este lado (señala el recuadro grande) el cuadrito es más grande.”

Tanto en la mayoría de los ejercicios del Libro para el Alumno (actividades con el lenguaje simbólico) como en las actividades sugeridas en el Libro para el Maestro (actividades con material concreto) subyace una fuerte subvaloración del razonamiento del niño que se traduce en la necesidad de guiarlo paso a paso.

En contraste con las actividades que se presentan en el área de Ciencias Naturales en las que se invita a los alumnos a reflexionar sobre su propia experiencia, a explorar su mundo circundante, las de matemáticas son sumamente cerradas. Los esquemas de resolución que ofrecen niegan toda posibilidad de que el alumno ponga en juego sus propios conocimientos.

Desde nuestro punto de vista, los Libros de Texto son un instrumento necesario para el aprendizaje, pero no suficiente. Dado que dentro del aula han sido elevados al estatus de objetos para la enseñanza y con el afán de adecuarse a la práctica de los docentes, pensamos que en caso de plantearse alguna modificación habría que replantear el

mensaje pedagógico. Si éste pretendiera cambiar la relación del niño con el saber matemático, de tal manera que sea visto como un instrumento útil y funcional y como una área de conocimiento sujeta a análisis y cuestionamiento, pensamos que el esfuerzo fundamental debería estar en diseñar una amplia gama de situaciones problemáticas o actividades que representen un reto para los niños a la vez que les permitan funcionalizar los conocimientos que ya han adquirido (Rockwell, E. et.al., 1989).

Las situaciones o actividades deben promover la discusión entre los alumnos, la búsqueda de información o datos que les permitan solucionar el reto al que se les enfrenta. Problemas que admitan varias soluciones, o bien que no tengan solución; problemas donde falten datos, haya datos implícitos o éstos no estén dados en el orden en el que deben ser considerados para realizar la operación que resuelve el problema. Algunos otros donde para encontrar la solución no sea necesario aplicar una o varias operaciones, sino establecer la relación entre los datos o realizar ciertas acciones sobre un material.

Problemas, finalmente, donde los alumnos deban acudir a otras fuentes de información, como su casa, su comunidad, el periódico, etcétera.

Debe considerarse también la posibilidad de incluir en los libros para el alumno, quizás a partir de tercer grado, situaciones que impliquen trabajar con material concreto, material fácil de hacer o de conseguir en cualquier lugar. Este tipo de situaciones se han incluido hasta ahora casi exclusivamente en los Libros para el Maestro y ya sabemos que de esa manera son pocas las posibilidades de que se lleven a cabo.

Finalmente, debe tenerse en cuenta que la capacidad para leer en los alumnos de primero y aún de segundo es todavía muy limitada.

#### **4. Apreciaciones y sugerencias sobre los contenidos temáticos.**

*Los primeros números y el sistema de numeración.* El niño siempre llega al salón con numerosos conocimientos empíricos sobre las cuestiones que se tratan en clase. La mayoría de los niños que ingresan a primer grado saben recitar los primeros números de la serie numérica, lo cual no significa necesariamente que sepan contar ni tampoco que tengan la posibilidad de representar simbólicamente todos los primeros números. Esto hace necesario, como se plantea en el programa actual de los primeros grados de la Educación Básica, contemplar situaciones didácticas que permitan que los niños interactúen con las propiedades cuantitativas de las colecciones.

Sin embargo, no compartimos la propuesta de los Libros de Texto en la que se enfatiza lo simbólico sobre lo conceptual, más aún, lo simbólico se complejiza innecesariamente. No sólo se espera que el niño aprenda a escribir por ejemplo el 3, sino que "vea" este número como  $1 + 1 + 1$  ó  $2 + 1$ . Se propone por otro lado enseñar los números en el "orden numérico", como si para aprender a escribir el 6 fuera necesario saber escribir del 1 al 5 y posteriormente aprender el 7, 8, 9 hasta

el 20; continuar con las decenas 30, 40, ... y finalmente las cantidades que se encuentran entre éstas 31, 32, ... 39.

Además, el tiempo que se da (desde el programa) al aprendizaje del sistema es tan poco, que prácticamente se sigue apelando a la memoria y a la práctica repetitiva de la escritura de símbolos, para que el niño se apropie de este contenido.

Con base en la experiencia recabada al diseñar y experimentar con grupos de niños situaciones didácticas para el aprendizaje del sistema de numeración (Fuenlabrada I. I. Saiz, 1984), creemos que debe iniciarse un mayor trabajo sobre el proceso de conteo de pequeñas colecciones, en donde se dé a los niños oportunidad de socializar en su grupo los símbolos numéricos que ellos ya conocen. A través de la necesidad de representar la cardinalidad de colecciones mayores; los niños van apropiándose de los símbolos que desconocen. Se sugiere que al interior de las situaciones de conteo se posibilite la comparación de cantidades, la construcción de colecciones mayores, menores o iguales a una colección dada, o bien colecciones cuya cantidad de elementos esté entre dos cantidades preestablecidas, todo esto con la finalidad de que los niños adquieran un razonable dominio sobre los primeros números, que al final de cuentas son básicos para escribir la representación de cualquier cantidad.

Posteriormente, los niños deben aprender *bajo qué reglas se combinan* estos símbolos para escribir los demás números. Se hace necesario, conservando en un principio el mismo problema de conteo y representación de colecciones (ahora se trataría de colecciones mayores) el aprendizaje del sistema de numeración, entendido éste como un sistema de base y posición.

Un buen aprendizaje de este sistema que no sólo permita que los niños aprendan las reglas, sino que también se les revele como un conocimiento útil y fun-



cional, implica un trabajo sistemático de aproximadamente un año.

La finalidad y utilidad del sistema de numeración reside en la posibilidad para el niño de dominar el conteo, la representación simbólica del resultado de contar (a través de agrupamientos reiterados), el establecimiento de la relación de orden del conjunto de los números naturales y las relaciones aditivas entre estos números.

¿Vale la pena invertir tanto tiempo? Nosotros sostenemos que sí, si se toma en cuenta que este conocimiento favorece la apropiación de los algoritmos de las operaciones elementales, (las reglas del sistema de numeración los fundamentan). Además, esta misma estructura del sistema es vigente en los sistemas de medición de longitud, peso y capacidad; los números decimales a nivel de su representación simbólica son una extensión de estas mismas reglas y en los sistemas de medida de superficie y volumen sólo cambia el tamaño del agrupamiento.

Por otro lado, hemos tenido oportunidad de experimentar situaciones didácticas sobre estos contenidos en grupos de maestros y se ha puesto de manifiesto el desconocimiento que los docentes tienen sobre el particular. Aunado a esto desconocen las dificultades que tienen los niños al intentar apropiarse de este contenido (Fuenlabrada, I., C. Espinosa, M. Dávila, 1984). Por tanto, es necesario también que los docentes tengan oportunidad de ampliar sus conocimientos sobre esta temática.

*Operatoria.* En los libros para el Maestro, se sugiere que para introducir cualquier operación, el profesor o el alumno planteen un problema, por ejemplo de suma, y a partir de ahí se enseñe el algoritmo de esta operación. El maestro puede recurrir a explicaciones verbales, a dibujos o bien darle a los niños algún material para que vayan siguiendo el razonamiento que él está formu-

lando. El maestro hace todo y consecuentemente sus alumnos son sólo espectadores. Así, se desfasa la enseñanza que el maestro realiza y el aprendizaje real, tal como opera en el alumno.

El maestro interviene según su plan, según su modo de pensar y sus conceptos (que ciertamente son compartidos por todos los adultos). Los niños, que poseen otras estructuras, otros conceptos, la mayoría de las veces no pueden comprender la explicación del maestro. Los alumnos siguen un esquema diferente, construyen otras imágenes y al mismo tiempo memorizan bajo coacción, una gama de representaciones con las cuales ellos nada tienen que hacer, porque no las comprenden, no les atañen.

Un ejemplo clásico en primaria es la enseñanza de los algoritmos de las operaciones básicas. Los alumnos deben comprender una serie de instrucciones detalladas. El maestro da una descripción, paso a paso, de las acciones a realizar para resolver una operación determinada, haciendo uso de algún contexto. Así los niños aprenden a obtener el resultado correcto de una operación, dicen con seguridad "llevo uno", "pido uno prestado", pero, cuando se les pregunta ¿por qué llevan uno? o ¿por qué aumentan diez si sólo pidieron uno?, responden "no sé" o "porque así me lo enseñaron" (Dávila, M., P. Martínez, 1989).

Creemos además que es necesario replantearse la pregunta acerca de para qué debe invertirse tanto tiempo y esfuerzo en enseñar los algoritmos de las operaciones cuando el uso de las calculadoras de bolsillo es cada vez más frecuente en la vida cotidiana.

Hace unos cincuenta años todavía era necesario que los niños adquirieran dominio y rapidez sobre los algoritmos de las operaciones, más aún, había quienes cobraban por hacer cuentas, pero en el momento actual, en nuestra opinión, deben aprovecharse los años de

escolaridad básica para que los niños participen más de la construcción de estos contenidos, antes de pedirles que los mecanicen.

Detrás de la incompreensión de los pasos que hacen al algoritmo, hay un problema aún más grande: en la enseñanza se reduce la noción de operación a la de algoritmo. La noción de división, por ejemplo, no es más que el algoritmo para dividir. Queda fuera el sentido de la operación, sentido que está dado por la gama de problemas que implican a la división. La expectativa de que una vez que los alumnos dominan el algoritmo, lo puedan aplicar en el corto plazo en todos los problemas que lo implican ha sido ya ampliamente desmentida (Vergnaud, 1979).

A manera de ejemplo, para la mayoría de los maestros es bien conocido el hecho de que a la altura del cuarto grado, cuando se supone que los niños ya conocen las cuatro operaciones, sucede que al proponerles un problema, éstos preguntan ¿es de suma o de resta?. Este hecho muestra que el aprendizaje de las operaciones se concibe como un fin en sí mismo y no como una herramienta que se puede usar con flexibilidad para resolver problemas.

Un buen conocimiento de la operatoria elemental implica comprender qué tipo de problemas se pueden resolver con cada una de las operaciones o bien seleccionar la operación que ante un problema determinado resulta más eficaz. Una alternativa didáctica para lograr esto, es plantear a los niños primero los problemas (antes de que se les enseñen los algoritmos), dejar que los resuelvan a su manera a partir de lo que ya saben, no necesariamente con los símbolos y con las operaciones más adecuadas. Hay que dejarlos que realicen las acciones que consideren necesarias y manipulen material en la medida que les resulte útil, ya que todo esto coadyuva a su razonamiento.

La función del maestro en esta fase del proceso es la de ayudar a los niños

a organizarse, explicarles aspectos del problema que no estén claros y reflexionar con ellos lo que están haciendo.

Posteriormente, el maestro debe enseñar algunos aspectos del contenido. Empieza por preguntar a sus alumnos sobre lo que han realizado, cómo han llegado a la solución o las razones por las que no tuvieron éxito; propicia la socialización de los hallazgos de los niños, sugiere formas de mejorar sus propios procedimientos; puede terminar mostrándoles otros procedimientos u otras formas de representar lo que han hecho.

Las explicaciones que da el maestro sobre el contenido temático, ahora podrán tener sentido para los alumnos, porque son respuestas a problemas que los niños enfrentan.

Es importante, por lo tanto, enriquecer considerablemente la gama de problemas que se propone en torno a una operación, atendiendo a las distintas formas en las que los problemas implican a la operación.

También se deben actualizar los precios usados en algunos problemas o bien, por ejemplo, que sean los propios alumnos quienes investiguen los precios actuales (en los ejercicios del libro pueden aparecer los artículos con etiquetas en blanco).

Otro tipo de actividad que podría incorporarse es la de proponer a los niños, con cierta frecuencia, una lista de problemas en donde el reto esté en identificar la o las operaciones que solucionan los problemas y en seleccionar los datos que deben usarse, sin pedirles que encuentren la solución.

### **Las fracciones.**

- a) Selección y distribución de contenidos de 1o. a 3o.

La selección y distribución de contenidos de fracciones de 1o. a 3er. grados presenta problemas considerables: la introducción prematura del lengua-

je simbólico y, correlativamente, la ausencia de experiencias sobre aspectos fundamentales de la noción de fracción.

Una de las familias más importantes de problemas relacionados con esta noción es el reparto equitativo y exhaustivo.

Estudios psicológicos (Piaget, J., D. Inhelder, Szeminiska, 1948) y pedagógicos (Balbuena, H., C. Espinosa, M. Dávila, I. Saiz, 1980, Behr, H., R. Lesh, T. Post, 1983) han mostrado por un lado la relevancia de las experiencias de reparto en la adquisición de la noción de fracción y, por otro lado, la complejidad de las relaciones implicadas en esta acción.

Resolver situaciones de reparto implica coordinar dos relaciones: la equitatividad (reparto en partes iguales) y la exhaustividad (reparto agotando el todo). Los niños logran esta coordinación relativamente pronto (en promedio a los seis años) en el caso de las mitades, más tardíamente en el caso de los cuartos, y mucho después en el caso de los tercios o quintos. Mientras tanto, tienden a partir en partes desiguales y/o no agotan el todo.

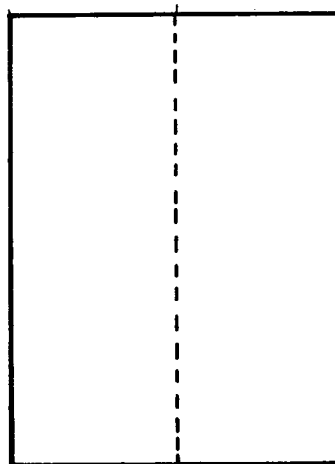
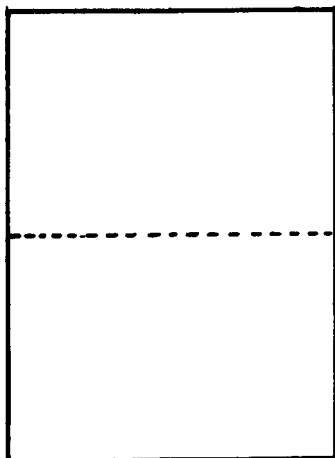
La consecuencia didáctica más relevante de este hecho es la necesidad de proponer a los niños de primero a tercer grados varias experiencias de re-

parto (y posiblemente de medición) antes de introducir la escritura formal de la fracción.

Sin embargo, en primer grado se proponen ya expresiones aditivas con fracciones, precedidas de escasas experiencias que se reducen a "partir objetos a la mitad".

Otro aspecto que subyace a la noción de fracción es la relación inversa entre el número de partes en que se divide un entero y el tamaño de cada parte. Esta relación se construye también hacia los 7 u 8 años. Por ejemplo, en un estudio de los alumnos de un grupo de segundo grado, comparando una mitad de hoja formada de una sola pieza, con otra mitad formada con  $2/4$ , afirmaron con toda seguridad que la segunda mitad era mayor porque... constaba de dos pedazos mientras la primera constaba de un solo pedazo (Dávila, M., 1989). No obstante, en segundo grado se espera que los niños escriban:  $1/2 = 2/4$ ;  $2/2 = 4/4$  a partir de lo que ven dibujado en sus Libros de Texto, o a partir de pegar en sus cuadernos mitades y cuartos de círculos.

Finalmente, otro aspecto complejo y que es soslayado en la programación de este tema, es la relación entre objetos que son la misma fracción del mismo entero, pero que tienen, por ejemplo, distinta forma (fracción relacional).



También en este caso, los niños tienden primero a considerar estas partes como distintas (Streefland, L. 1978). Evidentemente este problema no se manifiesta cuando se enseña la fracción a partir de representaciones gráficas siempre iguales, estereotipadas. Pero que el problema no se manifieste, no significa que no exista y que no obstruya el intento de aprendizaje de la noción de fracción.

Teniendo en cuenta estas dificultades, consideramos que la enseñanza de las fracciones debe iniciarse en tercer grado. En primero y segundo grados a lo más pueden proponerse experiencias de reparto, con la conciencia de que numerosos niños no podrán aún dominar algunas de las relaciones implicadas, y que esto es absolutamente normal.

#### b) Contextos y modelos empleados

Se aprecia un buen intento de diversificar los contextos en los que se presenta la fracción: partición de objetos concretos, de longitudes, de figuras geométricas regulares. No obstante la diversidad es aún insuficiente, sobre todo en el Libro de Texto. Los modelos son sistemáticamente figuras geométricas regulares, partidas siempre de la misma manera. A partir de tercer o cuarto grado, podrán incluirse otros modelos, por ejemplo, medidas de tiempo (el reloj de manecillas, el año, el mes, la semana) y magnitudes discretas ("la mitad de mis canicas...") (Parrat, D., 1980).

#### c) Interpretaciones de la fracción (aspectos matemáticos).

En la forma de presentar las fracciones se advierte una marcada tendencia a reducir su complejidad por la vía de "acercarlas" a los números naturales.

Una vez dividido el entero en partes iguales, el trabajo que se propicia es, en general, contar y sumar *las partes* en tanto nuevas unidades más pequeñas.

La relación parte-entero, esencial a la noción de fracción tiende a ser soslayada. Por ejemplo, cuando se pide a los alumnos que comparen cinco mitades de alguna unidad con tres mitades de la misma unidad, ¿en qué pondrán en juego la fracción? Esas mitades serán naturalmente consideradas por los niños como objetos *enteros* más pequeños; es exactamente la misma situación que si compararan cinco canicas contra tres canicas.

La vía de simplificar el trabajo con fracciones destacando las aparentes similitudes que guardan con los enteros, produce a la larga errores conceptuales considerables (Brousseau, 1981).

Una manera de evitar, o al menos aminorar este problema, es proponer también situaciones en las que se ponga en juego de manera explícita la relación parte-todo subyacente a la fracción. Por ejemplo: realizar repartos con material utilizando a veces más de un entero; cambiando eventualmente el tamaño de los enteros; previendo y verificando cómo varía el tamaño de la parte, cuando aumenta el número de enteros, el tamaño del entero o el número de partes (Brousseau, G., 1981, Block, D., 1987, Balbuena, H., C. Espinosa, M. Dávila, I. Saiz, 1980).

*Geometría y Medición.* En relación con los contenidos de geometría y medición, tanto en el Libro para el Maestro como para el Alumno se aprecia la tendencia a llegar muy rápido al uso de palabras y símbolos convencionales.

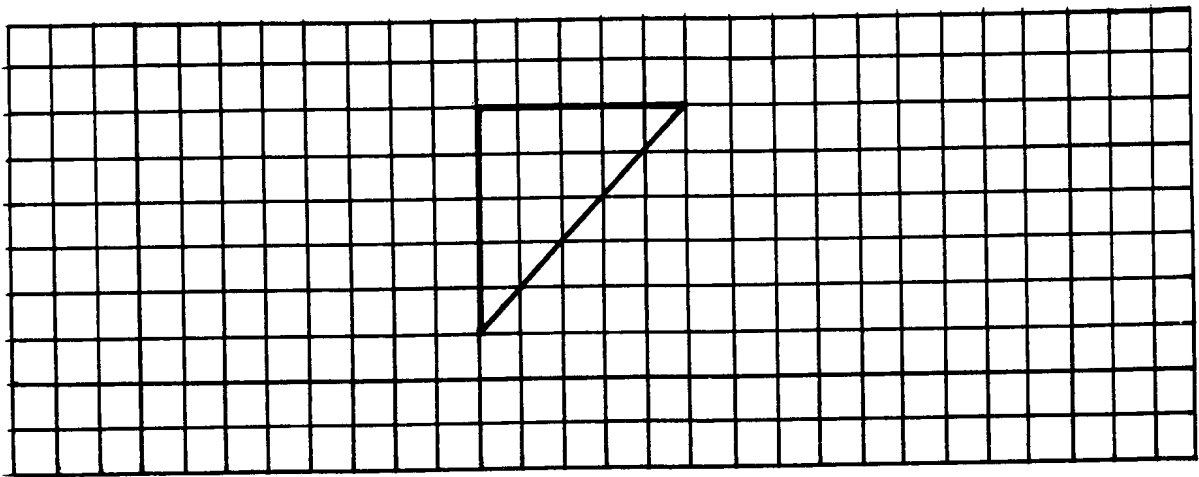
En el caso de la geometría se pone mucho énfasis en los nombres de las figuras y de las partes que contienen (Fuenlabrada, I., C. Espinosa, M. Dávila, 1985). En la medición, los procedimientos formales para medir y el uso de las unidades de medida convencionales es muy prematuro.

Tales características de los contenidos de geometría y medición acarrearán serias dificultades porque entre otras cosas, la única manera de "cumplir" con los objetivos que se proponen es

que el maestro guíe paso a paso la actividad de los alumnos. Las consecuencias de esta forma de trabajo son muy desalentadoras para los niños y para el propio maestro. Por ejemplo, hay un alto porcentaje de niños que conocen muy bien el nombre del cuadrado y del rectángulo pero cuando se trata de construirlo no pueden distinguir una figura de otra, o bien, basta con modificar la posición "normal" de una figura para que ya no la reconozca como tal.

Este problema no es sólo de los niños, los propios maestros se confunden cuando una figura no está en la posición "acostumbrada". Veamos un ejemplo:\*

Una maestra, ante la consigna de calcular el área del triángulo que está dibujado abajo, usando como unidad de medida un cuadrado, dice: "Yo me sé la fórmula, ¿la puedo usar en este triángulo aunque no sea normal?"



La pregunta de esta maestra deja ver claramente que el resultado de enseñar un solo procedimiento resolviendo un caso particular, da como resultado un aprendizaje restringido que inhibe la capacidad natural de explorar distintos caminos para resolver una situación.

Con la medición, el problema es aún más complicado porque se plantean situaciones que los alumnos resuelven mecánicamente con ayuda del maestro, pero están lejos de comprender las relaciones matemáticas que se ponen en juego. Un ejemplo de lo anterior son las nociones de perímetro y área. A pesar de que desde tercer grado aparece el cálculo de perímetros y áreas con unidades de medida convencionales, la mayoría de los alumnos que terminan la primaria no saben distinguir estos dos conceptos, pero lo más grave es que

al enfrentarse a un problema de la vida real, no tienen idea de cómo se puede medir una superficie cuando no están a la vista los datos precisos y la fórmula en la que sólo tienen que sustituir letras por números.

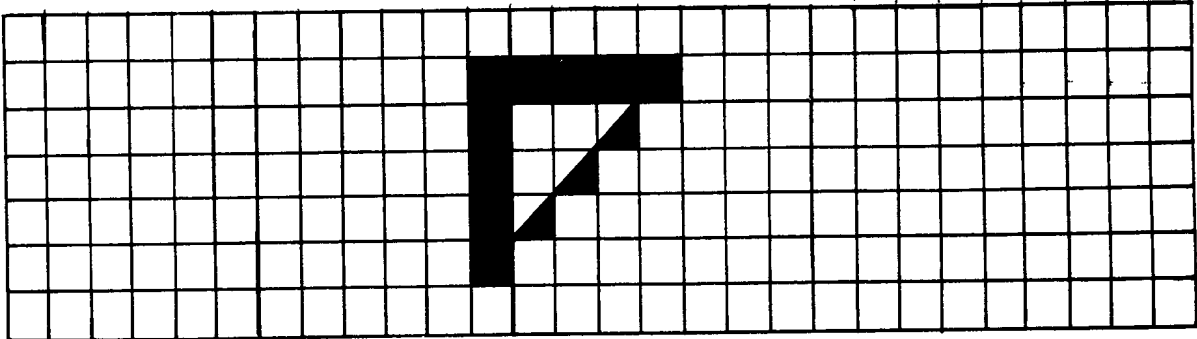
Llevar de la mano a los alumnos para que utilicen prematuramente procedimientos que no comprenden, los hace creer que el objetivo principal en el tema de medición es aprender las fórmulas de memoria y aplicarlas ciegamente sin reparar en los resultados que se obtienen. Esta idea es compartida por muchos maestros como se puede ver en el siguiente ejemplo:

Para resolver el problema anterior, otra maestra aplicó la fórmula  $b \times h$   
2

\* Respuestas de alumnos de la Universidad Pedagógica Nacional en el curso de Matemáticas I.

obtuvo como resultado 12.5 cuadritos, que es una respuesta correcta. El profesor le pide que verifique su resultado contando los cuadritos. La maestra

cuenta únicamente los cuadritos de la orilla y las mitades que están marcadas fuera de la figura. Así, obtiene como resultado 10.5 cuadritos.



La maestra se desconcierta al ver que no obtiene el mismo resultado que con la fórmula pero no logra descubrir el error, dice: "Yo apliqué la fórmula y me salió 12.5 pero no sé por qué así no me sale".

Se puede leer en este ejemplo que la fórmula para calcular el área del triángulo está totalmente desvinculada del problema concreto y que hay una confusión acerca de lo que significa medir una superficie. ¿Se justifica entonces, que problemas similares a éste se planteen en tercer grado de primaria?

Lo anterior sugiere claramente que no es a base de repetir mecánicamente los procedimientos acabados como los niños aprenden. Por el contrario, hace falta dedicarle mucho más tiempo a situaciones donde puedan explorar las nociones para que descubran diversas relaciones numéricas que poco a poco los llevan a apropiarse de procedimientos cada vez más eficaces.

A cambio de abarcar muchos contenidos de manera mecánica, resulta más interesante y provechoso para los niños observar diferentes formas en el medio físico o a través de dibujos, dibujar formas diferentes (sin ayuda de plantillas), recortarlas, clasificarlas, verbalizar los criterios usados para clasificarlas, comparar sus tamaños. Con actividades de este tipo los niños van incor-

porando a su lenguaje los términos convencionales a la vez que incorporan a su experiencia el significado de los mismos.

## II. Análisis de la Propuesta Curricular del Programa de Modernización Educativa en el Área de Matemáticas (Primero a Tercer Grados)

A continuación describiremos algunas reflexiones en torno al programa y la propuesta curricular generada en 1990 por la SEP, en el marco del proyecto de Modernización.

### 1. Selección de contenidos curriculares: aciertos importantes y problemas no resueltos.

Con respecto a la selección y distribución de los contenidos temáticos, es un acierto haber postergado a la secundaria algunos contenidos sobre fracciones así como haber aplazado hasta tercer grado de primaria el inicio de la enseñanza de este tema.

La manera de abordar el sistema decimal de numeración muestra, sin embargo, que no se han superado las limitaciones del plan de estudios actual. La forma de introducir los números: primero la secuencia segmentada del 1 al

9; después los múltiplos de 10; y finalmente los intermedios, es decir aquellos que se componen de decenas y unidades, es posiblemente útil para memorizar la serie numérica, pero resulta insuficiente para comprender las reglas implícitas en el sistema de numeración.

Los agrupamientos en los sistemas de numeración adquieren sentido cuando los alumnos se enfrentan con la necesidad de controlar cantidades con numerosos objetos. Esto es lo que les permite determinar por sí mismos cuándo se puede y es útil agrupar en decenas. De este modo, nada justifica que los números se presenten en una secuencia segmentada.

## ***2. Enfoque metodológico: los avances en las líneas generales contrastan con un descuido en la implementación didáctica.***

*El tratamiento de los problemas.* En la propuesta se considera acertadamente que los conocimientos matemáticos adquieren sentido a través de los problemas y que en ellos se pone de manifiesto su utilidad. Esto es, el conocimiento se funcionaliza a través de los problemas. Sin embargo, hay que tomar en cuenta que diseñar problemas relacionados con los distintos contenidos y con la riqueza y variedad necesarias para propiciar aprendizajes, es una tarea difícil. Para franquear esa dificultad sería de gran ayuda para los maestros contar con una diversidad de problemas con las características antes mencionadas que les permita enriquecer su concepción de lo que es un problema y que además constituya una base para que elaboren otros diferentes.

De acuerdo con lo anterior, la sugerencia que se reitera en la propuesta, que se refiere a que los niños generen los problemas, queda fuera de lugar. Esta propuesta debe considerarse solo como una actividad complementaria que no pretenda sustituir el trabajo didáctico de resolución de problemas para funcionalizar el conocimiento.

También es un avance significativo el que se plantee explícitamente que los niños tienen la posibilidad de solucionar los problemas de manera distinta a las formas de solución canónicas que suelen enseñarse en la escuela. Pero esta sola afirmación requiere de un fuerte trabajo de fundamentación y de alternativas didácticas para los maestros. La afirmación implica desde reconocer la diferencia entre, por ejemplo, noción de resta y algoritmo de la resta, reconocer que durante largos periodos los alumnos no aplican el algoritmo de resta simultáneamente en todos los tipos de problemas "de resta", hasta conocer recursos didácticos para propiciar la evolución de los procedimientos de los niños. Sin esto, la afirmación queda inevitablemente desprovista de sentido.

Por otro lado, en la propuesta no es muy claro el planteamiento sobre el aprendizaje de contenidos matemáticos a través de problemas: no se sabe si los problemas van a plantearse a los alumnos sólo como aplicación de conocimientos previamente enseñados (como actualmente se hace), o si los problemas van a ser el medio fundamental para aprender nuevos conocimientos. La segunda posibilidad contiene un potencial didáctico muy superior al de la primera pero es más compleja y conlleva el diseño de estrategias de formación y capacitación de profesores que habría que prever.

*El proceso de representación gráfica.* En el nuevo programa se reconoce que la apropiación del lenguaje matemático implica un proceso que pasa por la producción de representaciones gráficas no convencionales. Pero no se considera el proceso didáctico que posibilitaría la evolución de las representaciones no convencionales, que en todo caso, es un proceso desconocido por los maestros porque no forma parte, actualmente, de su práctica docente.

*La concepción del juego como un medio de aprendizaje.* Con mucha frecuencia se sugiere en el nuevo programa que los maestros inventen juegos, argumentando que el aspecto lúdico es característico de la etapa infantil. Este es otro acierto importante del programa. Sin embargo hay que considerar que no cualquier actividad es un juego y no cualquier juego propicia la generación de conocimiento matemático.

El maestro necesitaría contar con una gama de juegos que favorezcan el aprendizaje de la matemática para que a partir de ellos pueda apreciar su valor didáctico y conocer algunas características que le ayuden a inventar otros juegos.

### **3. Dos ausencias: la estimación y el cálculo mental.**

Consideramos necesario que en la propuesta se incorporen otros dos tipos de actividades fundamentales en el aprendizaje de la matemática que son la estimación y el cálculo mental. Estas actividades permiten por un lado adquirir una destreza para resolver problemas de cálculo en la vida cotidiana así como apreciar la viabilidad de un resultado cuando el cálculo se resuelve recurriendo a los algoritmos escritos.

### **4. Etapa objetiva, etapa gráfica, etapa simbólica: Un modelo cuestionable.**

Este modelo, objetivo-gráfico simbólico, (suponemos que lo gráfico se refiere a las representaciones gráficas no convencionales) tiende a ocultar uno de los retos metodológicos en la enseñanza de la matemática: lograr que los conocimientos sean funcionales para los alumnos. Dichas etapas llaman la atención sólo sobre el referente con el que trabaja el alumno (objetos, grafías no convencionales, el lenguaje matemático). Una de las consecuencias que suelen encontrarse detrás de este planteamiento es que se generan algoritmos sin sentido para el alumno en cada una

de las "etapas". Por ejemplo: que el alumno manipule palitos (con cierta distribución espacial), que el alumno haga rayitas, que el alumno escriba números (ver comentarios sobre metodología del programa vigente en la primera parte de este artículo). Claramente, quedan descartados también los procesos de construcción de relaciones conceptuales en cada una de las "etapas".

### **5. Comentario final y algunas sugerencias.**

Las ideas metodológicas señaladas en la propuesta representan un avance importante, pero su realización implica un trabajo didáctico que desde la propuesta se ve descuidado. En algunos casos se deja en manos de los niños (se propone que los niños inventen los problemas) en otros, parece haber una confusión entre trabajo didáctico y material didáctico.

Finalmente se lee una postura que deja totalmente en manos de los maestros la creación de "buenas ideas didácticas" para implementar un programa que, al menos en sus principios generales, está señalando cambios importantes respecto a las prácticas más comunes en la enseñanza de la matemática.

Lograr un cambio significativo en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria que posibilite una mejor calidad en la educación y consecuentemente abata los niveles de deserción del sistema educativo implica centrar los esfuerzos en propiciar una reconceptualización de los docentes sobre su propia práctica. Una declaración de principios metodológicos de ninguna manera puede lograrlo.

Este proceso exige, en nuestra opinión, que se contemplen dos acciones paralelas: por un lado, poner a disposición de los maestros materiales bibliográficos sobre experiencias didácticas desarrolladas desde la óptica metodológica que plantean los programas; y por



otro lado, centrar los esfuerzos en la formación y capacitación de maestros.

Los materiales bibliográficos permitirán a los maestros conocer el enfoque metodológico "en vivo", a la vez que les proporcionarán los elementos básicos para generar otras experiencias. En México existen ya algunas propuestas didácticas funcionando con un enfoque muy similar al del nuevo programa y que podrían ser una base para elaborar estos materiales para los maestros.\*

Con respecto a la formación y capacitación de maestros, consideramos que es uno de los aspectos centrales que deben contemplarse en un proyecto educativo como el que se propone en el programa de modernización. Son numerosas las experiencias que demuestran que los cambios sólo en los libros y programas producen resultados sumamente pobres en la práctica.

Mencionamos a continuación y a título de ejemplo, algunas dificultades que los maestros enfrentan cuando intentan poner en práctica propuestas como las señaladas en el programa.

La consideración de permitir y validar los procedimientos espontáneos que los niños siguen en la resolución de problemas es opuesta en varios sentidos a las prácticas escolares de resolución de problemas. Para los maestros, los problemas se resuelven de un modo único (el canónico) y la resolución debe enseñarse antes de plantear el problema.

En un proyecto de formación de maestros (Fuenlabrada, I., D. Block, M. Nemirovsky, 1990), cuando se pidió a

los maestros por primera vez que propusieran a sus alumnos un problema sin decirles antes cómo resolverlo, los maestros se mostraron en general muy inseguros frente a su grupo y demostraron una dificultad considerable para aceptar las formas de resolución propuestas por los alumnos sin enseñanza específica previa. Algunos maestros relegaron a un segundo plano lo que los alumnos habían hecho y continuaron la clase como siempre; otros invalidaron las respuestas de los niños porque no correspondían a lo que ellos esperaban que sus alumnos hicieran y muy pocos perseveraron tratando no sólo de entender lo que los niños producían sino haciendo un esfuerzo por reconocer en estas producciones "otras soluciones correctas" pero diferentes a las convencionales.

Algo muy similar sucede con la consideración de respetar la producción de representaciones gráficas no convencionales, con el agravante de que en este caso es aún más clara la necesidad del maestro de contar con recursos que le permitan propiciar la evolución de las representaciones elaboradas por los niños.

Nuestra experiencia en procesos de capacitación de maestros nos muestra que los docentes no necesitan tanto conocer temas matemáticos de niveles superiores como conocer con mayor profundidad los mismos temas que ellos enseñan, y sobre todo, necesitan reconceptualizar su idea de lo que es hacer matemáticas, así como su idea de cómo se aprenden y cómo se enseñan.

\* Propuestas para la enseñanza de las matemáticas creadas en la Dirección General de Educación Especial entre 1984 y 1989; propuestas para la enseñanza de las matemáticas incluidas en "Dialogar y descubrir. Manual de instructor comunitario" elaboradas por el DIE en convenio con CONAFE entre 1988 y 1991.

## Bibliografía

- BALBUENA, H., D. BLOCK, I. FUENLABRADA, J. ORTEGA, R. VALENCIA.** (1990) "Análisis de problemas metodológicos y curriculares" En *Análisis y propuestas para los primeros grados de primaria* Documento de trabajo para el Programa de Modernización Educativa, DIE-CINVESTAV-IPN.
- BALBUENA, H. C. ESPINOSA, M. DÁVILA, I. SAIZ.** (1980) *Descubriendo las fracciones*, Cuaderno de Educación DIE-CINVESTAV-IPN. México, D.F.
- BEHR, H., R. LESH, T. POST.** (1983) "Rational Number Concepts" En *Acquisition of Mathematics concepts and processes*, New York, Academic Press
- BLOCK, D.,** (1987) *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria*. Tesis de Maestría. Departamento de Investigaciones Educativas CINVESTAV-IPN, México, D.F.
- BLOCK, D., I. FUENLABRADA.** (1989) *Los problemas de matemáticas en la escuela primaria. Recursos para la enseñanza*. Edición videograbada. DIE-CINVESTAV-IPN, México, D.F.
- BROUSSEAU, G.,** (1981) "Problèmes de l'enseignement des décimaux" En *Recherches en didactique des Mathématiques* Francia, La pensée sauvage éditions, Vol. 1 No. 1
- DÁVILA, M.,** (1989) "Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones" En *Memorias de la Tercera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*. San José, Costa Rica
- DÁVILA, M., P. MARTÍNEZ,** (1989) "¿Qué piensa el maestro sobre los problemas de matemáticas? Reflexiones sobre una experiencia de formación de maestros" Ponencia presentada en el *X Congreso Nacional de la A. N. P. M.* Acapulco, Gro. México
- FUENLABRADA, I.** (autor) **C. ESPINOSA, M. DÁVILA.** (1985) (colaboradoras) *Los cuadriláteros y sus diagonales* Cuadernos de Educación. DIE-CINVESTAV-IPN. México, D.F.
- FUENLABRADA, I., C. ESPINOSA, M. DÁVILA.** (1984) *Sistemas de numeración*. Cuadernos de Educación. DIE-CINVESTAV-IPN. México, D.F.
- FUENLABRADA, I., I. SAIZ.** (1984) *Sistemas de numeración, suma y resta. Un estudio experimental*. Tesis de Maestría. Sección de Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, México, D.F.
- FUENLABRADA, I., D. BLOCK, M. NEMIROVSKY** (Responsables), **A. CARVAJAL, M. DÁVILA, P. MARTÍNEZ, J. ORTEGA, M. PARRA, R. VALENCIA.** (1990) *Proyecto: Formación de profesores sobre áreas fundamentales de la educación básica* (financiado parcialmente por CONACYT, clave 218CC00880403)
- PARRA, D.,** (1980) *La notion de Moitié*. Tesis de doctorado, Universidad de Ginebra, Suiza.
- PIAGET, J., D. INHELDER, SZEMINISKA.** (1948) "La partition des surfaces et la notion de fraction" En *La géométrie spontanée de l'enfant*". Paris, PUF
- ROCKWELL, E.** (Coordinación), **D. BLOCK, A. CANDELA, C. DÍAZ, I. FUENLABRADA, J. GONZÁLEZ, L. NAVARRO, P. SAFA, E. TABOADA, S. VERNON.** (1989) *Dialogar y descubrir Manual del instructor comunitario*. CONAFE-DIE CINVESTAV-IPN. México, D.F.
- ROCKWELL, E., R. MERCADO** (1985) "La escuela, lugar de trabajo docente. Descripciones y debates". DIE-CINVESTAV-IPN. México, D.F.
- SEP.** (1990) *Libro para el maestro. Primer grado*. México
- STREEFLAND, L.,** (1978) "Some observational results concerning the mental constitution of the concepts of fraction" En *Educational Studies in Mathematics* Holland, D. Reidel Publishing Company
- VERGNAUD, G.,** (1979) *Acquisition des structures multiplicatives dans le premier cycle du second degré* IREM, Paris