

## Los números figurados

Daniel Augusto Rosas Riaño  
Universidad Nacional I.P.A.R.M.  
[darosasr@unal.edu.co](mailto:darosasr@unal.edu.co)

### Resumen

Este trabajo es una aproximación a los números figurados como sistema simbólico de representación de números naturales, con el fin de expresar algunos aspectos conceptuales y procedimentales y explicitar actividades cognitivas que surgen de manera natural al trabajar con este sistema. Se consideran algunos tópicos matemáticos concretos en donde con este sistema simbólico figurativo se trabaja de manera significativa como: multiplicación de naturales, números primos y compuestos, sucesiones de números naturales y la iniciación a la noción de término general de una sucesión y su simbolización, que es clave en el paso de la aritmética al álgebra. Un patrón de representación da origen a una familia de números caracterizados porque todos son representados según ese modelo. Por ejemplo los números triangulares y los números cuadrados satisfacen unas determinadas reglas de formación que pueden expresarse geoméricamente, aritméticamente, algebraicamente o mediante una relación de recurrencia.

### Fundamentación teórica

La enseñanza de las matemáticas apunta a diferentes objetivos: Desarrollo del pensamiento, solución de problemas concretos y cotidianos, desarrollo de la lógica, de las operaciones formales, de la capacidad de inferencia y la identificación de patrones y regularidades entre otros.

Para pensar en ideas matemáticas y comunicarlas necesitamos representarlas de algún modo. El conocimiento matemático es accesible solamente a partir de las representaciones externas que son los datos para este conocimiento. El fenómeno de la representación también concierne al funcionamiento mismo del pensamiento y ocupa una posición central en el aprendizaje de las matemáticas.

Teniendo en cuenta la importancia del pensamiento visual en los procesos de construcción del pensamiento matemático, se retoma la idea de la escuela Pitagórica, explorando propiedades de los números naturales, usando arreglos geométricos. Esto con el fin de aproximar intuitivamente a los estudiantes a la exploración de algunos conceptos y propiedades.

El aspecto dinámico de los números naturales queda restringido con la representación decimal usual. Esto hace que no se evidencie que también los números se pueden determinar por sus relaciones mutuas. Así conocer o saber lo que significa, por ejemplo, el número 15 no consiste solo en leerlo como una decena y cinco unidades sino; también es interpretarlo como 3 veces 5, 5 veces 3, siguiente a 14, anterior a 16, suma de dos números consecutivos (7+8), suma de tres números consecutivos (4+5+6), suma de cinco números consecutivos (1+2+3+4+5), anterior a un número cuadrado ( $4^2 - 1$ ), producto de la suma de dos números por su diferencia  $(4 + 1)(4 - 1)$ , mitad de 30 etc. Desde esta perspectiva cada número natural es un nudo en el que se entrelazan una multiplicidad de relaciones. Esto pone de presente que sobre la base de la notación decimal, hay otros sistemas de representación para los números naturales. Uno de ellos es el análisis aritmético de los números, considerando cada número



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

como suma o producto de números más sencillos; y otro es el sistema gráfico que consiste en las configuraciones puntuales utilizadas para representar números figurados y que tuvieron su origen y desarrollo en el concepto de número de la escuela pitagórica.

Según la forma de configuración distinguían números lineales, números rectangulares, números triangulares, números cuadrados, números oblongos, números pentagonales, números hexagonales, números estrellados.

La aritmética pitagórica atribuía también una importancia especial a los números llamados perfectos. Llamaban así a los números que son iguales a la suma de sus divisores propios, por ejemplo  $6 = 1 + 2 + 3$ . Pitágoras llegó a conocer cuatro números perfectos: 6, 28, 496 y 8128.

Los Pitagóricos, concebían los números como símbolo de las ideas; los consideraban principio y explicación de todas las cosas. Los números eran interpretados como puntos materiales que permitía asociarlos a formas geométricas. Ellos se interesaron mucho por el estudio de estas representaciones de los números mediante puntos, sus propiedades y relaciones.

Este sistema de representación al organizar geoméricamente las unidades que componen cada número, proporciona dos informaciones importantes sobre ese número. Por un lado se visualiza un análisis aritmético del número: un número triangular es la suma de números consecutivos comenzando desde 1; un número cuadrado es el producto de un número por sí mismo; un número oblongo es el producto de dos números consecutivos. Además un mismo número puede pertenecer a varios tipos de números figurados, por ejemplo el 6 es lineal, rectangular, triangular y oblongo. Por otra parte distintos números comparten un mismo tipo de configuración puntual. De esta forma este sistema de representación permite establecer propiedades numéricas generales e identidades algebraicas

Ahora al considerar el concepto de sucesión de números naturales, éste resulta complejo para los estudiantes pues en el se encarna la noción de conjunto totalmente ordenado, con primer elemento y de proceso infinito. La expresión del término general de una sucesión de naturales presenta grandes dificultades de comprensión en los estudiantes, pues expresa la estructura común que comparten todos los términos y se escribe en notación algebraica. Por ejemplo si se considera  $a_n = (n^2 + 2n)/2$  indica que todos los términos de la sucesión se obtienen elevando al cuadrado el ordinal correspondiente y sumándole su doble y dividiendo el resultado entre 2. Sin embargo esta estructura que comparten todos los términos de la sucesión no incluye las relaciones entre dos o más términos consecutivos. Para conocer bien la estructura es necesario que los números estén escritos mediante un desarrollo aritmético o que se presenten mediante una configuración puntual que se ajuste a un mismo patrón. Esto se obtiene al visualización de los números triangulares 1, 3, 6, 10, 15, ...y la traducción aritmética de ese patrón es:  $1, 1 + 2, 1 + 2 + 3, 1 + 2 + 3 + 4, 1 + 2 + 3 + 4 + 5, \dots$ , pues cada uno de ellos es la suma de números consecutivos comenzando en 1 y hasta el natural que corresponde a su posición ordinal en la sucesión.

Este trabajo con patrones numéricos mediante configuraciones puntuales proporciona un instrumento de visualización y análisis de las sucesiones para que los estudiantes descubran y expresen las relaciones y propiedades numéricas.

## Metodología

El taller constará de dos sesiones, en donde se trabajará por grupos de 4 integrantes. Cada grupo desarrollará la guía de trabajo y al final, presentará los aportes con los resultados obtenidos, para establecer unas conclusiones finales.

El material que requiere cada grupo es 50 fichas de forma circular.

El siguiente es el contenido de la primera sesión del taller.

## Taller Los Números Figurados (Primera sesión)

### Primera Parte

- Hagan filas consecutivas con las fichas hasta llegar a una de 15 o más  
Llamemos número lineal al número de fichas de un arreglo lineal.  
Por ejemplo el seis y el diez son números lineales.  
Haga una lista de número lineales.  
¿Cuál cree usted que debe ser el primer número lineal y porqué?
- Trate de convertir en arreglos rectangulares rellenos los números lineales encontrados anteriormente.

Llamemos número rectangular al número de fichas de un arreglo rectangular relleno.

Por ejemplo el ocho y el doce son números rectangulares.

Haga una lista de números rectangulares.

- ¿Entre los rectángulos que construyo anteriormente hay algunos que son cuadrados?

Llamemos número cuadrado al número de fichas de un arreglo cuadrado relleno.

Haga una lista de números cuadrados.

¿Cuál cree usted que es el primer número cuadrado?

¿Los números cuadrados serán también rectangulares? ¿Porqué?

- ¿Cuáles arreglos lineales permiten formar arreglos rectangulares? (¿o cuadrados?), ¿cuáles no?.  
¿Conoce algún nombre para los números que no se dejan volver rectangulares? ¿y para los que si se dejan volver rectangulares?

### Segunda Parte

- Construya arreglos rectangulares rellenos de tal manera que uno de los lados tenga una ficha más que el otro.

Escriba el número de fichas que utilizó en cada caso.

Llamemos número oblongo al número de fichas de estos arreglos rectangulares.

Haga una lista de números oblongos.

¿si consideramos el número 1 como primer número cuadrado, el número 2 puede ser oblongo?

Encuentre una expresión general para los números oblongos.

- Utilice las fichas para obtener número oblongos a partir de números cuadrados.
- ¿Cómo los construyó?. Escriba los datos correspondientes en un cuadro

Número cuadrado	Número de fichas que agregó	Número oblongo



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

---

Busque una expresión general que exprese la obtención de números oblongos a partir de números cuadrados.

Compare esta expresión con la que obtuvo en el punto anterior. ¿Qué concluye?

### Conclusión

La incorporación de este sistema de representación proporciona un instrumento importante para analizar los números naturales y obtener diferentes desarrollos aritméticos de un mismo número. También se refuerza la idea de que hay números que comparten estructura aritmética; dicha estructura se visualiza mediante un patrón geométrico. En las relaciones entre números que comparten patrón, aparecen los primeros intentos de generalización en expresiones numéricas.

Es necesaria la integración entre varios sistemas de representación, para establecer vías que permitan superar las dificultades que se presentan en conceptos como el del término general de una sucesión.

### **Bibliografía**

Recamán Santos, Bernardo. LOS NÚMEROS Una historia para contar. Madrid Grupo Santillana de Ediciones S. A. 2006.

Boyer, Carl B. Historia de la Matemática. Ed. Alianza. Madrid. 1987

Enciclopedia Sigma. El mundo de las matemáticas. De. Grijalbo. Barcelona 1976

Historia de las Matemáticas. Fondo de Cultura Económica. México 1995

Rico, Luis. La Educación Matemática en la enseñanza secundaria.

[books.google.com.co/books?isbn=8485840658...](https://books.google.com.co/books?isbn=8485840658...)

---