

# Las matemáticas modernas en las Américas...

## Filosofía de una reforma

### 1. Introducción

*El origen del Comité Interamericano de Educación Matemática y las conferencias que éste organiza cada 4 años, está ligado al desarrollo de la reforma en la enseñanza de las matemáticas que se dio en casi todo el mundo en las décadas de los sesenta y los setenta y que instaló lo que llamamos las matemáticas modernas en la educación general básica de la mayoría de nuestros países.*

*Aunque algunos piensan que esa reforma ya no tiene nada que ver con lo que pasa en la educación matemática de hoy en día, la realidad es que buena parte de los que estamos aquí fuimos formados intelectualmente en ese marco, para bien o para mal; y —además— buena parte de los textos y currícula de nuestras escuelas y colegios llevan su impronta de una manera muy clara; y voy a adelantar una tesis, que desarrollaré en esta conferencia: lo que hoy existe en la educación matemática en este continente y también en el mundo, en gran medida responde a y es la consecuencia de esa reforma de las matemáticas modernas.*

*Por eso conviene que tengamos clara la película histórica que con mucho sentido de la realidad y con mucha perspectiva hagamos un balance de esa reforma, estudemos las líneas de la evolución de nuestra disciplina y tracemos con lucidez las mejores perspectivas de su desarrollo.*

### 2. ¿Cómo se dio la reforma en el mundo?

Comencemos por la simple descripción: aunque existía una atmósfera intelectual en la Europa de los años cincuenta<sup>1</sup> que señalaba problemas en la enseñanza de las matemáticas preuniversitarias, el primer impulso hacia una reforma se dio en Edimburgo, en el Congreso Internacional de Matemáticos del año 1958.<sup>2</sup> Después de un informe de cinco participantes norteamericanos<sup>3</sup>, procedentes de varios grupos de los EUA, se generó una onda que voceaba la necesidad de una reforma en los métodos empleados en Europa en la enseñanza de las matemáticas.<sup>4</sup>

Poco tiempo después, la Organización de Cooperación Económica Europea (OCEE)<sup>5</sup> congregó en el otoño de 1958 a representantes de 20 países en Francia y como consecuencia de esta

<sup>1</sup> Encuestas en esta dirección fueron realizadas por la UNESCO y la OECD antes de Royaumont, esto se puede ver en los reportes de la UNESCO de 1950 y 1956.

<sup>2</sup> Puede consultarse el libro de Howard Fehr, John Camp y Howard Kellogg: *La revolución en las matemáticas escolares (segunda fase)*, Washington D.C.: OEA, 1971; p. 8.

<sup>3</sup> Estos representantes fueron: Marshall Stone, Albert W. Tucker, E.G. Begle, Robert E.K. Rourke y Howard F. Fehr.

<sup>4</sup> *Ibid.* p.9.

<sup>5</sup> Esta organización estaba basada en París. Hoy se llama Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE).

**Angel Ruiz Zúñiga**

Escuela de Matemática  
Universidad de Costa Rica

reunión se convocó para noviembre de 1959 al famoso Seminario de Royaumont<sup>6</sup>. Éste prescribiría las líneas centrales de lo que sería la reforma de las matemáticas modernas, así como también discutiría las pautas políticas para su realización.<sup>7</sup>

Los contenidos de la reforma son conocidos por todos ustedes: introducción de la teoría de conjuntos, simbolismo moderno, erradicación de la geometría euclíadiana, introducción de las estructuras algebraicas y de sistemas axiomatizados, algebrización de la trigonometría, etc., etc.<sup>8</sup>

El grito de guerra del seminario fue expresado por el famoso matemático francés Jean Dieudonné en su exposición inaugural: "Que se vaya *Euclides*".

En los siguientes años tuvieron lugar varias reuniones para llevar hacia adelante la reforma; entre ellas la de Aarhus, Dinamarca, en 1960 (auspiciada por el ICME: la Comisión Internacional sobre Educación Matemática); las de Zagreb y Dubrovnik en Yugoslavia en el mismo año; la de Bolonia en 1962; la de Atenas en noviembre de 1963; la de Lyon, Francia, en 1969, etc., etc.

La reforma siempre se planteó primeramente en la enseñanza secundaria y luego en la primaria.

Entre 1959 y mediados de la década de los setenta, en los principales países europeos<sup>9</sup> y de América del Norte<sup>10</sup> se siguió un curso muy similar<sup>11</sup>; reuniones y conferencias; grupos de expertos para crear programas, libros de texto

y preparación de maestros; así como la creación de proyectos institucionales con financiación estatal o internacional para la primaria (a partir de cierto momento jugando la UNESCO<sup>12</sup> un papel muy importante). Algunos de los famosos proyectos fueron Nuffield<sup>13</sup> en Inglaterra, Alef<sup>14</sup> en Alemania, Analogue<sup>15</sup> en Francia<sup>16</sup>. Pronto vamos a recordar cómo se dio todo en América Latina.

La reforma se dio de diferentes formas en el Tercer Mundo, y hasta en la Unión Soviética ésta avanzó. En cuestión de quince años la enseñanza de las nuevas matemáticas llegó a dominar el planeta.

### 3. ¿Por qué se dio la reforma?

Si queremos saber las causas de la reforma tenemos que considerar varios factores y dimensiones, que yo sintetizo de la siguiente manera: 1) la acción de los matemáticos de las universidades; 2) la ideología y la filosofía de las matemáticas; y 3) el contexto político e histórico de la posguerra. Estas tres variables se integraron de una manera específica para generar la reforma.

#### a) Empecemos con la acción de los matemáticos

La reforma respondía esencialmente a una realidad: existía una amplia necesidad de modernizar la enseñanza de las matemáticas y existía una gran

<sup>6</sup> Del 23 de noviembre al 4 de diciembre de 1959, en el Cercle Culturel de Royaumont, Asnières-sur-Oise.

<sup>7</sup> Ibid. p.9.

<sup>8</sup> El Seminario de Royaumont culminaría un proceso de 4 o 5 años de interés en la modernización de las matemáticas pre-universitarias.

<sup>9</sup> En Francia, cuna del grupo Bourbaki, la agenda de la reforma se desarrolló así: 1955: clases preparatorias para las "Grandes Ecoles"; 1963: reforma en los últimos años de la secundaria; 1969: toda la secundaria; 1971: los primeros años de la escuela primaria. Véase *L'école en proie à la mathématique*, cahiers pédagogiques 110, Janvier 1973, p.7.

<sup>10</sup> En los EUA durante la década de los cincuenta se dieron muchas iniciativas de reforma en los programas de matemáticas escolares. De hecho, en 1958, antes de Royaumont, la National Science Foundation patrocinó una conferencia de matemáticos en Chicago; y una semana después se dio una reunión similar en Cambridge, Massachusetts. Véase Moon, Bob: *The 'New Maths' curriculum controversy. An international story*, London: The Falmer Press; 1986; p.46.

<sup>11</sup> Se usaron los sistemas institucionales de educación cuando las circunstancias lo recomendaban.

<sup>12</sup> El papel de la UNESCO se puede ver con claridad a partir de la segunda mitad de los años sesenta en la educación matemática. La creación del Centre for Educational Research and Innovation (CERI), en 1968, revelaba esta dirección; por eso mismo el estudio de los trabajos y "papers" asociados con ese centro son un mecanismo para examinar las líneas de la reforma: se puede decir que los años cruciales del apoyo de la UNESCO son de 1969 a 1974.

<sup>13</sup> El director de este proyecto fue Geofrey Matthews.

<sup>14</sup> En 1965 se designó a Heinrich Bauersfeld para dirigir el proyecto de matemáticas escolares; y en 1966 se lanzó el proyecto Alef en la Universidad de Frankfurt en Hessen.

<sup>15</sup> El proyecto Analogue fue dirigido por Nicole Picard.

<sup>16</sup> Con relación a la primaria, pueden citarse adicionalmente varias conferencias: en Stanford, EUA, en diciembre de 1964; en París en abril de 1965; y en Hamburgo en enero de 1966. Todas organizadas por el International Group for Mathematics, creado en 1962, y apoyado y financiado por la UNESCO. En estos años una de las personas que más ayudó a publicitar la reforma fue Z.P. Dienes. Se puede ver el informe de la UNESCO de 1966. Clr. Moon, Op. cit. p.55.

separación entre las matemáticas universitarias y las pre-universitarias.

La modernización arrancaba —entonces— de la necesidad de adecuar la formación matemática al desarrollo científico y tecnológico de las principales sociedades occidentales, así como —también— a ciertas condiciones históricas y políticas especiales, que ya vamos a considerar.

Esta situación generó la idea entre los matemáticos de que éstos tenían la misión histórica de meterse en la enseñanza pre-universitaria de las matemáticas y —peor aún— definir lo que debía ser la modernización de las mismas y el establecimiento del puente con las matemáticas universitarias<sup>17</sup>.

Lo cierto del caso es que casi todas las conferencias internacionales y nacionales fueron dirigidas plenamente por matemáticos<sup>18</sup> profesionales<sup>19</sup>, muchos de un gran prestigio internacional en su campo<sup>20</sup>.

Para adelantarnos, debemos plantear varios asuntos que se aceptaron como supuestos y que mirando retrospectivamente no podemos decir que eran ciertos:

- i) no está claro que la modernización de la enseñanza de las matemáticas debería ser leída o interpretada como la introducción de las matemáticas modernas como contenido (modernizar pudo haber sido mejorar métodos, mecanismos, objetivos, etc.)<sup>21</sup>;
- ii) tampoco está claro que las matemáticas pre-universitarias deban

definirse con base en las necesidades de las matemáticas universitarias, o con base en los requerimientos de las profesiones científicas y tecnológicas de las universidades;

- iii) no está claro que sean los matemáticos universitarios (por más capaces que puedan ser en su campo) los profesionales que deban definir los planes de enseñanza de las matemáticas en la educación general básica.

### b) Veamos ahora el asunto de la ideología y la filosofía de las matemáticas

El influjo teórico inmediato que dominó en los reformadores fue lo que podemos llamar la "ideología Bourbaki". Como todos saben en los años 30 y 40 en Nancy, Francia, se creó un grupo compuesto por notables matemáticos, motivados por el propósito siguiente: reconstruir las matemáticas sobre una amplia base general que abarcase todo lo que se había producido hasta la fecha en matemáticas.

La gran tarea organizadora, que dio decenas de volúmenes de matemáticas, se fundamentaba en las nociones de: la teoría de conjuntos, de las relaciones y de las funciones. Según ellos, las matemáticas se podían englobar a través de dos gigantescas estructuras: la estructura algebraica y la estructura topológica. Cada una se dividía en subestructuras. Por ejemplo: la algebraica se dividía en grupos, anillos, módulos, cuerpos, etc.; la topológica en grupos, espacios compactos, espacios convexos, espacios normales, etc. Ambas estructuras se unían estrechamente a través de la estructura de espacio vectorial.<sup>22</sup>

<sup>17</sup> Como señala Moon: "The case studies demonstrate that one interest group appears to have been particularly influential in the early years of reform. The impact of university mathematicians, notably those advocating a 'bourbaki' reform of the school curriculum, is demonstrated in each country", Op. cit. p.216. Se refiere Moon a Francia, Holanda, Inglaterra, Alemania y Dinamarca.

<sup>18</sup> Algunos con ciertos lazos gubernamentales. Véase Moon, Op. cit. p.198.

<sup>19</sup> Algunos de los más importantes reformadores en Europa fueron Bauersfeld en Alemania, Christiansen en Dinamarca, Freudenthal en Holanda, Picard en Francia, y Matthews en Inglaterra; sólo Matthews no venía de la universidad.

<sup>20</sup> En los EUA se realizó un esfuerzo concertado dirigido por los matemáticos: se nombró a E.G. Begle para dirigir el School Mathematics Group (SMG) patrocinado por la American Mathematical Society, la Mathematical Association of America y el National Council of Teachers of Mathematics; cfr. Moon, Op. cit. p.46.

<sup>21</sup> Resulta interesante señalar que uno de los críticos de la reforma (aunque fuese un reformador *sui generis* en Holanda) fue el mismo Hans Freudenthal. De hecho, desde los años cincuenta se había manifestado en contra de introducir la matemática moderna; es él quien más hablaba de una moderna enseñanza de las matemáticas en su contraposición. Uno de sus artículos críticos en los últimos tiempos fue: "New Maths or new education", Prospects, 9, 3, pp. 321-331, 1979.

<sup>22</sup> Véase Fehr et al., p.29.

Esta organización del conocimiento matemático logró tener una gran influencia en las universidades de varias partes del mundo; y con ella también muchos de sus supuestos teóricos a veces explícitos y a veces implícitos<sup>23</sup>.

Uno de estos supuestos era la afirmación de que las matemáticas son un cuerpo único; de que existe un lenguaje y una lógica conceptual que puede dar cuenta de todas las partes de la matemática; que la esencia de las matemáticas está en su abstracción y en la creación o ampliación de estructuras generales; etc.

La ideología Bourbaki encontró apoyo e influencia hasta en pensadores como Piaget<sup>24</sup>, que encontró en las estructuras lo que él pensó que era la clave del desarrollo del pensamiento humano, no sólo en la sociogénesis sino también en la psicogénesis.

Esta ideología fue decisiva en los reformadores de la enseñanza de las matemáticas pre-universitarias.

Pero la pregunta que nos debemos hacer es ¿por qué logró tener tantos adeptos tan fácilmente en todos los continentes? ¿Cuál era la fuerza de la que se nutría esta ideología? Es cierto que el hecho de que los integrantes del grupo Bourbaki fueran matemáticos muy prestigiosos pesaba mucho, pero esto no era suficiente. Yo creo que la respuesta se encuentra muy especialmente en la fuente filosófica de la que partía esta ideología. Es decir, su éxito fue el producto, también, de que la mente de occidente ha estado influida por cierto tipo de premisas filosóficas sobre la naturaleza de las matemáticas, y que la ideología Bourbaki asumió de manera específica. Voy a mencionarlas brevemente:

A — una primera idea: ha sido constante el considerar que las matemáticas son conocimientos a priori, es decir al mar-

gen de la experiencia; entonces las matemáticas no son empíricas; en ese sentido, la matemática no es ciencia natural (aunque puede servir a éstas); de esta forma, las matemáticas no son resultados verificables por la experiencia sino por la razón y por eso sus verdades no son aproximaciones sino absolutas y por lo tanto infalibles;

B — otra idea común: con base en la anterior idea, la abstracción y la axiomática se afirman como dimensiones decisivas de las matemáticas; y entonces, la deducción y el rigor lógico se consideran la esencia de la práctica matemática.

Estas ideas estuvieron presentes en época de los llamados Fundamentos de las Matemáticas, presentes en el Logocismo de Gottlob Frege y Bertrand Russell, y el Formalismo de David Hilbert, y algunas de ellas hasta en el mismo Intuicionismo de Brouwer<sup>25</sup>.

Yo creo que hay un problema con estas ideas, que es el siguiente: estas ideas promueven una visión de las matemáticas que las separa de la experiencia sensorial, las separa de las otras ciencias naturales; elimina el papel de la intuición empírica; erradica la aproximación heurística y approximativa de la práctica matemática; y hace de las matemáticas un territorio puro, abstracto, elevado, eterno, absoluto e infalible, al que sólo los mejores espíritus pueden ascender.

No debe sorprendernos, entonces, que haya sido común, aunque no siempre, que encontrara mucha fuerza dentro de esta visión el llamado Platonismo en matemáticas que afirma precisamente que existe un mundo de objetos matemáticos más allá de la conciencia humana —casi que más allá del bien y el mal—, independientemente de los individuos, y aprehensible por la razón; ¿cuál sería en esta visión, enton-

<sup>23</sup> La ideología Bourbaki tuvo influencia en los EUA sin lugar a dudas; véase Moon, Op. cit. p.65.

<sup>24</sup> Piaget incluso colaboró con una importante publicación que reunía a los principales reformadores en Francia; véase Lichnerowicz A., Piaget J., Gattegno C., Dieudonné J., Choquet G., Beth E.W., en *L'Enseignement des mathématiques*, Delachaux y Niestle, 1960.

<sup>25</sup> Para un estudio extenso de estos temas véase mi libro *Matemáticas y Filosofía. Estudios Logicistas*, San José, Costa Rica: Editorial de la Universidad de Costa Rica, 1990.

ces, el trabajo de los matemáticos?: el trabajo de los matemáticos sería simplemente el de describir este mundo abstracto. Esta visión, aceptada en algún grado y adecuada al momento histórico, ha constituido —en mi opinión— un problema en la práctica matemática; y este problema, ustedes lo saben, todavía no nos abandona.

Estas ideas han sido dominantes en la historia de la filosofía de las matemáticas desde la Antigüedad, reconstruidas en el pensamiento moderno por Descartes y especialmente por Leibniz, así como en cierta medida por Kant; podemos decir que son parte de lo que suele llamarse el Racionalismo epistemológico.

Pero también han sido parte de las tradiciones de los abanderados neopositivistas del empirismo del siglo XX. Veamos esto último un poco más despacio. El empirismo epistemológico afirma la preeminencia de la experiencia sensorial en la obtención de las verdades del conocimiento. En el siglo pasado, Mill decía que las proposiciones de las matemáticas eran generalizaciones inductivas y que la mente humana era algo así como cera donde la realidad exterior al sujeto imponía sus huellas. Por supuesto que Mill se equivocaba, puesto que las proposiciones de la matemática ni son inducciones ni el rol del sujeto epistémico se puede reducir tanto. No podríamos caer en ese extremo tampoco.

Pero los positivistas de nuestro siglo, especialmente reunidos en el famoso Círculo de Viena, antes de la Segunda Guerra Mundial, y que han influenciado notablemente la filosofía moderna, no pudieron dar una buena respuesta al racionalismo. Ustedes saben cuál fue su respuesta decían: "sí, sí no creemos en esos mundos platónicos, y seguimos pensando en la preeminencia de la experiencia sensorial en el conocimiento, pero de las matemáticas pensamos que no tienen nada que ver con el mundo, no se refieren al mundo; o son puras tautologías, o son convenciones de

naturaleza lingüística (sintáctica)" vean lo que dicen Carnap o Ayer, y verán que digo la verdad; estos pensadores casi podrían haber dicho que las matemáticas no existían. En mi opinión no enfrentaron el problema de la naturaleza de las matemáticas.

Pero sigamos con nuestra historia antes de que me acusen de filósofo. Y no me podría defender.

La ideología Bourbaki calzaba perfectamente con los paradigmas<sup>26</sup> dominantes sobre la naturaleza de las matemáticas; y por eso era fácil aceptarla. Pero aún así nos falta otro elemento adicional:

### c) el contexto político e histórico

Ideológicamente la reforma le debía mucho a Europa<sup>27</sup>, pero en los aspectos institucionales y financieros mucho le debe a los norteamericanos<sup>28</sup>. Uno de los factores que pesaron en los ritmos y en el respaldo internacional a la reforma tiene un nombre ruso: SPUTNIK<sup>29</sup>. La puesta en órbita de este satélite por los soviéticos asustó al mundo occidental, sumergido en lo que hoy ya es cosa del pasado: la Guerra Fría. Se vio como la expresión de que los soviéticos eran superiores tecnológicamente, y que si la situación seguía así, pronto conquistarían al mundo. El sistema educativo soviético fue considerado una maravilla, y un peligro poderoso para la libertad y la democracia. La historia cambiaría —como todos sabemos ahora— esta percepción, pero mucho tiempo después.

Lo que entonces sucedió fue una alarma general para modernizar y mejorar

<sup>26</sup> Indiscutiblemente, en la reforma de las matemáticas modernas se dio un proceso similar a los que en la ciencia Kuhn plantea como la adopción de un paradigma. Se creó un paradigma apoyado por una comunidad intelectual muy amplia y heterogénea, donde los matemáticos jugaron un papel central. El nuevo paradigma se deterioró en pocos años, sin haberse creado todavía un paradigma sustituto.

<sup>27</sup> Más que imposición europea o imposición estadounidense, el asunto debe verse como de un proceso paralelo de innovación donde se dieron influencias reciprocas. Cf. MacDonald, B. y Walter, R., *Changing the Curriculum*, London: Heinemann, 1976.

<sup>28</sup> Debe recordarse que fueron los EUA los creadores de la estrategia R & D que buscaba, entre otras cosas, provocar cambios en los currículos educativos.

<sup>29</sup> El lanzamiento de este satélite se hizo el 4 de octubre de 1957.

la educación científica y técnica en los países de Occidente; la reforma de las matemáticas no podía caer en un mejor momento<sup>30</sup>.

Un respaldo institucional muy amplio, y una fuerte inyección de dinero apuntalaron con fuerza la reforma matemática<sup>31</sup>.

Es posible que el carácter transparentemente internacional<sup>32</sup> de esta reforma contara como una de sus causas más determinantes a este factor político. (Como anécdota: poco tiempo después los rusos, como era común, copiaban de Occidente la reforma para iniciarla ellos en su propio territorio.)

#### **4. ¿Qué fue lo que pasó en América Latina?**

Las preocupaciones de la modernización no podían dejar de afectar también a nuestro subcontinente; pero la iniciativa de la reforma provino de fuera. Primeramente se recibieron los libros de texto del Grupo de Estudio de las Matemáticas Escolares de los EUA. Pero lo que sería lo más decisivo fue la realización de la Primera Conferencia Interamericana de Educación Matemática, en Bogotá en 1961. Esta se hizo con la amplia financiación de la National Science Foundation de los EUA, y se contó con la participación de importantes matemáticos como el norteamericano Marshall Stone, y Pappy de Bélgica. Se buscó contar con la representación de todos los países del continente para echar a andar con premura la estrategia: elaborar o traducir textos, cambiar currícula, entrenar profesores, etc., al igual que se estaba haciendo en Europa.

<sup>30</sup> Debe tenerse cuidado aquí, por más que pesara históricamente el asunto SPUTNIK no fue un único factor, o el factor determinante en la reforma. Véase Moon, Op. cit. p.65.

<sup>31</sup> Una vez que se lanzó el SPUTNIK, en los EUA se creó el Madison Mathematics Project; Canadá creó el Sherbrooke Mathematics Teaching Project; en Inglaterra se creó una comisión educativa bajo la dirección de Sir Geoffrey Crowther; 7 años después se creó el Nuffield Mathematics Project para la primaria. Cfr. Moon, Op. cit. p.146.

<sup>32</sup> Esto se puede ver en la composición del mismo Seminario en Royaumont. Tal vez deba recordarse que la colaboración internacional se fortaleció precisamente en estos años: en 1960 Canadá y los EUA ingresan a la OCDE formándose la OECD.

Me decía hace algún tiempo don Bernardo Alfaro Sagot, quien fuera el representante de Costa Rica en la conferencia de Bogotá, que a los norteamericanos les preocupaba mucho lo de la "modernización" en América Latina, en especial porque muchos cerebros latinoamericanos luego irían a los EUA para hacer estudios de posgrado y/o quedarse, y se necesitaba que tuvieran la preparación "adecuada". Sin duda, el contexto político propiciaba un interés de la OEA en la reforma.

Una segunda conferencia se realizó en Lima en 1966 para darle seguimiento a la reforma. Aquí se elaboró el temario para toda la secundaria (12 a 18 años), con el que se reformarían todos los currícula de matemáticas en el subcontinente; también se diseñaron los medios y programas para entrenar profesores.

Es en este contexto que se creó el Comité Interamericano de Educación Matemática<sup>33</sup>. Su primer presidente fue Marshall Stone, y Luis Santaló fue elegido en 1966 para representarlo en todo lo que tuviera que ver con América Latina<sup>34</sup>. El comité debía ser el agente de la reforma con representantes en todas partes.

El influjo reformador en América Latina contó con una experiencia particular en el Cono Sur, que se puede simbolizar con la creación del Consejo Latinoamericano de Matemáticas e Informática, CLAMI. La especial relación de los intelectuales argentinos con Europa propició en particular una intervención especial del grupo Bourbaki en América Latina: el mismo Dieu-

<sup>33</sup> En la primera conferencia, 4-9 de diciembre de 1961, se designó un comité *pro tempore* hasta tanto se estableciera la Comisión de Educación Matemática, de acuerdo con la octava recomendación aprobada. El comité para el período 1961-1966 incluía a Marshall Stone como presidente, y participaban como miembros Bernardo Alfaro Sagot (Costa Rica), Alberto González Domínguez (Argentina), Carlos Imaz (México), Alfredo Pereira Gómez (Brasil), y José Tola P. (Perú). Véase *Educación matemática en las Américas. Informe de la Primera Conferencia Interamericana sobre la Educación de las Matemáticas*; editado por Howard Fehr, Teachers College, Columbia University, Bureau of Publications, 1962, p. 184.

<sup>34</sup> La Segunda Conferencia designó como los nuevos directivos a Marshall Stone como presidente, César Abahud (Chile), Ricardo Losada (Colombia), Manuel Meda (Méjico), Leopoldo Nachbin (Brasil), Luis A. Santaló (Argentina), Juan José Schaffer (Uruguay), Edgardo Sevilla (Honduras), y José Tola (Perú). Véase el informe de la segunda conferencia.

donné ofreció un curso de varios meses en Buenos Aires a jóvenes matemáticos que venían de varias partes de Sudamérica, y que luego serían influyentes profesionales en las matemáticas latinoamericanas. La ideología Bourbaki viajó a América Latina no sólo a través del CIAEM, sino de una manera muy directa.

En América Latina la ausencia de una sólida comunidad matemática o científica hacia la entrada de la reforma aún más fácil<sup>35</sup>; las universidades se involucraron en el proceso en diferentes formas y con diferentes ritmos<sup>36</sup>; los estudiantes graduados en matemática que volvían de los EUA y Europa apuntalaron —en general— los nuevos planes<sup>37</sup>. Los libros de texto, cuyo uso llega hasta nuestros días, jugaron un papel muy importante en esto<sup>38</sup>.

### 5. ¿Qué sucedió después?

Como casi todos saben, en la segunda parte de la década de los setenta la reforma de las matemáticas modernas entró en crisis. La financiación para los proyectos o los institutos que se crearon por todas partes disminuyó considerablemente; y el respaldo institucional bajó ante una nueva percepción de la situación internacional de la educación como del mundo político. Pero sobre todo pesó y ha pesado el rechazo de muchos de los sectores sociales involucrados: los maestros y profesores de secundaria, los padres de familia y —por supuesto— los estudiantes mismos. Los maestros y profesores que ján-

dose de no recibir ni el adiestramiento ni las indicaciones, ni los instrumentos, ni los materiales, ni la lucidez para llevar a la práctica la reforma; los padres de familia porque la reforma les impedía actuar y poder ayudar a la formación matemática “moderna” de sus hijos; los alumnos porque las matemáticas, de partida siempre difíciles, se les aparecía de una manera tan abstracta e inaprehensible que fomentaba su rechazo.

Pero, además, todos sentían que las nuevas matemáticas más bien confundían, debilitando la formación básica que la enseñanza tradicional de la matemática sí proporcionaba. Muchas de las voces críticas de la reforma, como las de René Thom<sup>39 40</sup> o de Morris Kline<sup>41</sup>, dejaron de ser apabulladas. El chiste sobre el padre de Juanito que contaba Kline adquiere entonces un sentido profundo muy compartido.

A finales de los setenta en buena parte de Europa se desarrolla un movimiento de “back to basics” en las matemáticas: en algunos lugares la contrareforma obliga incluso a quitar el nombre de matemáticas y volver al de aritmética<sup>42</sup>.

Los grupos de reformadores varían su actividad<sup>43</sup>, los proyectos o se mue-

<sup>35</sup> Su más famosa crítica la expresa en el artículo “Modern Mathematics: Does It Exist?”,

<sup>40</sup> René Thom señala lo siguiente: “Es cierto que dentro de las matemáticas actuales el uso del álgebra como método de demostración es sin duda importante, incluso decisivo. Pero podría ser razonable preguntarse si deben tenerse en cuenta las necesidades de los matemáticos profesionales a la hora de ocuparse de la segunda enseñanza. Los matemáticos de la generación actual, impregnados de espíritu bourbachista, tienen la tendencia sumamente natural a introducir en las enseñanzas secundaria y superior las teorías y estructuras algebraicas que tan útiles les han sido en su propio trabajo, tendencias por otra parte triunfantes en el espíritu de la matemática del tiempo. Pero habría que hacerse la pregunta de si, al menos en la enseñanza secundaria, resulta conveniente incorporar los últimos hallazgos de la técnica del momento”. “¿Son las matemáticas modernas un error pedagógico y filosófico?” en el libro de Piaget, et al., *La enseñanza de las matemáticas modernas*, Madrid: Alianza, 1980 pp. 117-118.

<sup>41</sup> Cir. Kline, Morris, *Why Johnny can't add. The failure of New Maths*, London: St. James Press, 1973.

<sup>42</sup> En Alemania se puede contrastar el cambio de actitud frente a la reforma entre la Kultuministerkonferenz de 1968, y la del 3 de diciembre de 1976. En 1976 la palabra aritmética es restablecida como un símbolo de los buenos tiempos.

<sup>43</sup> Algunas dudas tempranas con la reforma fueron puestas por dirigentes entusiastas de la misma pocos años después: véase por ejemplo las del mismo Begle en “The role of research in the improvement of Mathematics Education”, *Educational Studies in Mathematics*, p. 238, 1969. Begle reconoce aquí que no existía fundamento teórico en la educación matemática, e incluso —con una visión extraordinaria— propone desde entonces una “investigación empírica cuidadosa”.

<sup>35</sup> El caso de Costa Rica es interesante, porque la reforma se codificó en programas oficiales desde 1964; esto fue debido a una coyuntura especial: el sistema educativo costarricense vivía una reforma en los primeros años de los sesenta; el Dr. Alfaro Sagot, aprovechó la circunstancia para introducir los principales puntos de la reforma en el programa de matemáticas de 1964. Alfaro mismo escribió los primeros textos en la nueva dirección, aunque debe señalarse que sin desprendese totalmente de aspectos intuitivos y de una relación con la física.

<sup>36</sup> El proceso de formación de profesores de matemáticas en América Latina se desarrolló esencialmente en la década de los setenta; y estuvo dominado por los paradigmas bourbakiános y las filosofías racionalistas. Es necesario tomar en cuenta esta situación a la hora de trazar los planes del futuro.

<sup>37</sup> Muchos de ellos ayudaron a crear, además, un distanciamiento entre las matemáticas y la educación matemática, así como entre las matemáticas y las otras ciencias.

<sup>38</sup> De hecho, en la escala internacional se generó toda una industria de libros de texto de matemáticas, provocando una socialización extraordinaria de la nueva matemática.

ren o se transforman en otras condiciones<sup>44</sup>, los matemáticos profesionales vuelven a sus universidades, y se crea una nueva atmósfera en la educación matemática que ya vamos a delinear. Pero antes de hacer eso, quisiera mencionar por qué fracasa la reforma.

### **6. El fracaso de la reforma**

Se puede decir que algo fracasa porque aunque se trataba de algo bueno y correcto, había incapacidad práctica o inmadurez del medio y entonces no se pudo realizar. Pero también algo puede fracasar porque estaba basado en premisas erróneas y porque planteaba objetivos equivocados. ¿Cuál fue la situación con nosotros? Con la reforma de las Matemáticas Modernas creo que estamos en la segunda situación. Y vamos a decir resumidamente por qué.

**Primeramente:** i) Era correcto buscar, mejorar y modernizar la enseñanza de las matemáticas, pero esto no implicaba introducir las matemáticas modernas de las universidades en los contenidos de la matemática pre-universitaria<sup>45</sup>.

**En segundo lugar:** ii) Era incorrecto presumir un currículum para todo el mundo igual asumiendo una continuación en la educación universitaria; la mayoría de las personas no van a la universidad ni mucho menos a seguir carreras científicas y técnicas. (No exagero, recuérdese, como un ejemplo muy significativo de la intención y de las aspiraciones de los matemáticos, que en la conferencia de Cambridge de Boston, en la segunda mitad de 1963, se

propuso que el alumno que hubiera terminado el bachillerato secundario tuviese la preparación matemática de tres años de estudio del nivel universitario actual.)<sup>46</sup>

**En tercer lugar:** iii) Era incorrecto pensar que los matemáticos tenían las condiciones para determinar un currículo de matemáticas pre-universitarias por el solo hecho de ser matemáticos profesionalmente competentes; tampoco era cierto que estuvieran dotados de la filosofía y la visión educativa más apropiadas.

**Pero, además, en cuarto lugar:** iv) Porque tanto la ideología Bourbaki, como todos los supuestos filosóficos de los que se nutría, eran y son dudosamente válidos.

**Yo añadiría una quinta cosa:** v) Creo que, además, se pensaba y todavía muchos piensan que las matemáticas son más importantes de lo que son<sup>47</sup>; se piensa que el papel de las matemáticas en la ciencia y la tecnología moderna se puede transmitir mecánicamente a la educación: algo así como si usted aprende teoría de grupos, categorías y espacios topológicos vectoriales, esto en sí mismo apuntala mecánicamente —por arte de magia— la ciencia, la tecnología, y el desarrollo nacional. Eso no es cierto.

No es así, primero: porque no toda matemática sirve a la ciencia; seamos honestos, hay una nube casi infinita de resultados y publicaciones matemáticas que sólo sirve para que muchos matemáticos justifiquen su sueldo<sup>48</sup>; y, segundo, el aporte a la ciencia, y de ésta a la tecnología y la sociedad, depende de una colección muy densa y compleja de mediaciones teóricas y prácticas.

<sup>44</sup> En Francia los Institutes de Recherche des Mathématique (IREM) se habían creado regionalmente con el espíritu del 68; tuvieron influencia por la reforma hasta 1975. Luego se dirigieron a otras cosas, entre ellas la informática. Véase Moon, Op. cit. P.104-105, 118.

<sup>45</sup> El tema de la reforma de contenidos versus reforma de los métodos de la modernización se podría estudiar en el artículo de W. Servais, "Continental tradition and reform", del *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 6, 1, P. 37-58, 1975.

<sup>46</sup> Véase Fehr et al. Op. cit. p.8.

<sup>47</sup> Esta sobreestimación "chauvinista" de los matemáticos se puede ver en la respuesta que dio Dieudonné en el *American Scientist* de Enero-Febrero de 1973 a un artículo de R. Thom.

<sup>48</sup> Véase un interesante artículo de Morris Kline sobre la investigación matemática: "The Nature of Current Mathematical Research", en el libro de tres tomos editado por Douglas Campbell y John C. Higgins: *Mathematics People, Problems, Results*. Belmont, California: Brigham Young University, 1984 (Tercer tomo).

Por el solo hecho de que algo sea matemático o sea moderno, no se puede afirmar que esto sea útil, formativo intelectualmente y fecundador del progreso de la humanidad: eso es una falacia.

En la reforma había entonces premisas erróneas, preceptos teóricos equivocados y objetivos inadecuados: no podía resultar en un éxito<sup>49</sup>.

Sin embargo, es evidente que no podemos vivir en el pasado, y no ver hacia adelante; la mejor actitud que debemos tener, yo opino, es la que dice el refrán: "Del ahogado el sombrero". La reforma provocó resultados muy importantes para la educación matemática del presente y del futuro, ya sea por evolución propia ante la dura realidad<sup>50</sup>, ya sea por reacción a ella, o porque las buenas intenciones algo positivo dejan. (Aunque también conocen ustedes el otro refrán: "De buenas intenciones está empedrado... ya saben qué".)

## 7. La educación matemática del presente y del futuro

La primera cosa que debemos citar de la historia de la reforma y de la educación matemática de los últimos treinta años es: la creación de una nueva profesión o mejor dicho, de nuevos profesionales<sup>51</sup>: los educadores de la matemática<sup>52</sup>.

<sup>49</sup> Una de las sentencias más duras fue la de Morris Kline: "Las nuevas matemáticas, como un todo, corresponden al punto de vista del matemático superficial, que sabe apreciar solamente pequeños detalles deductivos y distinciones estériles y pedantes como aquella entre número y numeral, y que pretende realizar lo trivial con una terminología y un simbolismo impresionantes y sonoros. Se nos ofrece una versión abstracta y rigurosa de la matemática, que oculta su rica y fructífera esencia y hace hincapié en generalidades poco inspiradoras, aisladas de todo otro cuerpo de conocimiento. Se subrayan sofisticadas versiones finales de las ideas simples, mientras se tratan superficialmente las ideas más profundas, lo que conduce necesariamente al dogmatismo. El formalismo de este plan solamente puede conducir a una disminución de la vitalidad de las matemáticas y a una enseñanza autoritaria, al aprendizaje mecánico de nuevas rutinas, mucho más inútiles que las rutinas tradicionales. Resumiendo, pone de relieve la forma a expensas de lo sustancial y presenta lo sustancial sin pedagogía ninguna". En *El fracaso de la matemática moderna*, Madrid: Alianza.

De hecho, en la segunda mitad de los setenta se restringieron o se anularon las posibilidades de financiación para la reforma.

En todos estos países de un pequeño grupo de educadores de la matemática casi amateur surgió una clase profesional que se puede apreciar con toda plenitud en el ICME 1980 en Berkeley, California.

Los matemáticos o se transformaron o —con buen tino— han vuelto a las universidades, así como los muchos administradores educativos que participaron en los primeros años de la reforma, ahora no ocupan el nivel de importancia de antes. En los últimos treinta años se ha dado una verdadera profesionalización de la enseñanza de las matemáticas<sup>53</sup>.

Por supuesto, no se me malinterprete, que no quite su lugar a los matemáticos o a los administradores pero, como debe ocurrir siempre en la práctica cognitiva y social debe darse su lugar al especialista. Ustedes son expresión de ese proceso de profesionalización que no ha concluido y que está más avanzado en otras latitudes<sup>54</sup>.

Otra cosa muy importante ha ocurrido, aunque ligada a la anterior: el desarrollo extraordinario de campos de investigación sistemática<sup>55</sup> ya no tanto en aspectos de política y de currículum como de asuntos teóricos y académicos<sup>56</sup>. Ya no predomina la investigación holística o general o ideológica, sino esencialmente la investigación concreta y específica, con lo que se busca obtener muchos datos y resultados que sirvan al educador<sup>57</sup>. El "currículismo", el exceso de importancia atribuido al currículo ha causado que muchas veces —como decimos en Costa Rica— se agarre el chayote por las

<sup>52</sup> Clr. Moon Op. cit. p.68.

<sup>53</sup> El reconocimiento de la nueva disciplina puede verse por ejemplo en Matthews, G. y Brown M. "Summary of European Seminar", *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 6, 1, p.77-79, 1975.

<sup>54</sup> El solo hecho de que exista esta legión de profesionales es bueno; pero debe decirse que resulta insuficiente. Esto es así sobre todo por la formación cargada de racionalismo y formalismo que recibieron. Es necesario reciclar todo este personal de acuerdo a líneas formativas diferentes, que enlazan la heurística, la construcción, la intuición sensorial, la filabilidad de las matemáticas, los métodos gráficos y plásticos, la relación con las ciencias, etc.

<sup>55</sup> Un número interesante del *Journal for Research in Mathematics Education* que trata sobre la investigación es el quinto del volumen 17 de noviembre de 1986. Contiene entre otros los artículos de Jere Brophy: "Teaching and Learning Mathematics: Where Research Should Be Going"; "Where Are the Data? A Reply to Confrey"; y de Jere Confrey: "A Critique of Teacher Effectiveness Research in Mathematics Education".

<sup>56</sup> Se puede constatar que la investigación adquirió fuerza en los setenta estudiando comparativamente los trabajos del ICME de Lyon en 1969 y el ICME de Exeter en 1972. Véase Moon Op. cit. p.59.

<sup>57</sup> En los institutos de investigación y los departamentos de educación matemática la investigación se fue despegando de la motivación reformista en los setenta; véase el reporte de la Conferencia Karlsruhe en el informe UNESCO de 1979.

hojas; es decir, que se pierda lo básico y fundamental en lo superficial y secundario.

Se ha dado un avance enorme, vean la misma agenda de este congreso: resolución de problemas<sup>58</sup>, enseñanza del álgebra, enseñanza de la geometría, uso de calculadoras y microcomputadores en la enseñanza, etc. Vean las ponencias y podrán darse cuenta de esta concreción y especialización de la investigación; y, además, con una finalidad pragmática.

Al igual que en el resto del mundo se modificaban los reformadores y sus planes en esta dirección, en las Conferencias Interamericanas de Educación Matemática también ha sucedido lo mismo<sup>59</sup>. Ciertos temas claves de la investigación actual, como el relativo a las influencias socio-culturales en la matemática, han sido desarrollados por profesionales ligados al CIAEM. Pero, además, este doble proceso de profesionalización y de investigación en la educación matemática, se puede apreciar también, aparte de las CIAEM. Por ejemplo, ya se han llevado a cabo cuatro Reuniones Centroamericanas y de el Caribe de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa (la última hace una semana en Honduras); en septiembre del año pasado se realizó con un gran éxito el Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática en Sevilla. Todo esto nos muestra lo que antes señalábamos.

En otro orden de cosas, y desde un punto de vista teórico, el constructivismo en la enseñanza de las matemáticas, que ha adquirido influencia durante la década de los ochenta, tal vez pueda verse también como una "reacción" ante la ideología de la reforma de las décadas previas.

Por encima de los aspectos particulares: entender que la educación matemática debe fundamentarse en la construcción donde el sujeto participa activamente, y a través de la resolución de problemas<sup>60</sup>, es un resultado metodológico y teórico formidable. Aunque debe señalarse que en el tipo de construcciónismo que se ha formulado hasta ahora, pesan mucho algunas ideas de Piaget, y recuérdese el sesgo "estructuralista" y la influencia Bourbakiana que estuvo presente en este gran epistemólogo. Pero no me voy a detener aquí en esto.

Estas nuevas realidades definen una nueva situación en la educación matemática del presente<sup>61</sup>.

Para ir concluyendo este artículo con aspectos que más parecen prescripciones, quiero señalar dos asuntos importantísimos que opino debemos enfatizar aquí. Uno es el papel de la computación; otro el papel de la filosofía.

### **8. La computación**

Debo mencionar, para empezar, que el uso de las microcomputadoras y calculadoras especiales en la enseñanza de las matemáticas ha servido para muchos grupos de ex-reformadores e institutos como una tabla de salvación después de que perdieran respaldo financiero e institucional en la década de los setenta. Eso debe decirse. Pero no es eso malo. Ha ayudado (y ayudará) a acelerar la transición hacia la nueva educación matemática.

Lo más importante no es eso: sino el sentido histórico de la computación y la informática. No se trata aquí de señalar lugares comunes<sup>62</sup>, sino de extraer conclusiones prácticas. El desarrollo de la informatización y la tecn-

<sup>58</sup> Esta es una investigación muy especial; un estudio muy conocido sobre estos temas es Alan Schoenfeld, véase por ejemplo "Measures of Problem-Solving Performance and of Problem-Solving Instruction", en el *Journal of Research in Mathematics Education*, Enero 1982, Vol. 13, No. 1, P.31-49. Y una obra más amplia es su libro *Mathematical Problem Solving*.

<sup>59</sup> El proceso de profesionalización de la educación matemática en América Latina todavía tiene que recorrer un buen camino, así como también se requiere un gran impulso en la investigación; éste es un asunto clave pero difícil de realizar por la debilidad de los sistemas de ciencia y tecnología y de la educación superior.

<sup>60</sup> Véase el artículo de Stephen Lerman "Investigations: Where to Now? 11 en el libro Ernest, Paul. *Mathematics The State of the Art*, London: The Falmer Press, 1989.

<sup>61</sup> Algunos afirman que el zenit de la reforma fue la reunión de Lyon, ICME 1969, y que el inicio de la nueva época comienza en Exeter, ICME 1972.

<sup>62</sup> Un estudio algo descriptivo pero bueno sobre el uso de las microcomputadoras en la enseñanza de las matemáticas escolares es el de Paul Ernest "The Role of the Microcomputers in Primary Mathematics", en el libro editado por el mismo autor: *Mathematics Teaching, The State of the Art*, London: The Falmer Press, 1989, pp.14-27.

logía de la computación electrónica ha creado el fundamento para una revolución cognitiva sustancial en la escala planetaria. Los ritmos nuevos del procesamiento, comunicación y ordenación de la información, modificarán sustancialmente todos los procesos ligados a la cultura y a la educación en las próximas décadas. Los educadores de la matemática no sólo debemos "sufrirlo" pero tal vez dirigirlo en nuestro campo de acción. El tema está incluido en nuestra agenda de nuestros congresos desde hace rato; lo que quiero enfatizar es no sólo su trascendencia sino su sentido histórico y epistemológico.

Aunque es un proceso desigual y combinado en los diferentes países, entender su significado más profundo es importante. La enseñanza de las matemáticas va a verse modificada sustancialmente en la nueva etapa por la presencia de la computación; tal vez sucede en cinco, diez o veinte años, pero así será. Repito: no será igual para todos, pero cabalgar con éxito esta realidad se vuelve sustancial, especialmente para países como los de América Latina, donde el esfuerzo hacia el desarrollo exige ritmos y lucidez especiales.

### 9. Un nuevo paradigma

El otro asunto para terminar es, en efecto, si se quiere, un comercial filosófico. Que deba hacerse la mayor parte de la investigación en educación matemática sobre asuntos específicos y concretos, no reduce la importancia del estudio de las dimensiones globales, de los fundamentos teóricos epistemológicos y filosóficos. De lo contrario tendríamos una gran constelación de resultados aislados y dispersos y estériles en el largo plazo.

Y esto lo digo con una gran fuerza porque creo que la visión sobre la naturaleza de las matemáticas está cambiando. Hay muchos indicios sobre esto. Cada día, más personas cuestionan

el modelo de matemáticas infalible, absoluto, alejado de la intuición empírica y de la realidad terrenal, que ha dominado hasta ahora *urbi et orbe*. Cada vez se percibe mejor la íntima relación entre matemáticas y la sociedad. Cada vez hay más espacio para un nuevo paradigma<sup>63</sup> sobre la naturaleza de las matemáticas; un paradigma empiricista<sup>64</sup> y constructivista; un paradigma que recurra a la intuición sensorial; un paradigma que integre en su seno las influencias sociales y culturales; que recurra a la historia de las matemáticas y de las ciencias como inspiración no sólo para las anécdotas, sino para establecer la lógica intelectual que sustente la práctica educativa de una forma más acertada<sup>65</sup>.

Yo siempre he dicho que los educadores de las matemáticas son quienes mejor pueden percibir los problemas de la visión racionalista, platonista o formalista de las matemáticas. Precisamente porque el aula es un laboratorio viviente en que la prueba y el error funciona; un laboratorio formidable donde se ven las virtudes y los errores más rápido.

Para América Latina estos años son decisivos, y a pesar de los presagios negativos que puedan haber, soy optimista. La reforma dejó huellas profundas en nuestro territorio pero existe un nuevo firmamento de posibilidades abiertas. Se requiere audacia, pero también lucidez. Somos todos conductores de una nave especial de la historia, en donde la dirección y el esfuerzo son decisivos.

<sup>63</sup> Para consultar una síntesis acerca de la filosofía moderna de las matemáticas, de la filosofía de la educación matemática, y que además sugiere un constructivismo social de influencia Popperiana, véase el excelente libro de Paul Ernest: *The Philosophy of Mathematics Education*, London: The Falmer Press, 1991.

<sup>64</sup> Una profunda reflexión en la filosofía de las matemáticas con una visión empiricista puede verse en el libro de Philip Kitcher: *The Nature of Mathematical Knowledge*, New York: Oxford University Press, 1983.

<sup>65</sup> Una visión sobre los problemas de la filosofía de las matemáticas que sugiere una nueva filosofía se puede ver en mi libro *Matemáticas y Filosofía, estudios lógicos*, San José, Costa Rica, Editorial de la Universidad de Costa Rica, 1990.