El reparto y las fracciones

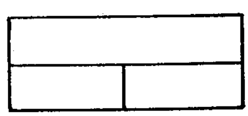
Resumen

En este artículo se resume un trabajo de investigación* sobre la introducción a la noción de fracción a partir de problemas de reparto, en el que se muestran las estrategias utilizadas por niños de 1° y 2° para hacer repartos de superficies (pasteles) entre 2, 4 y 3 niños. Se muestran algunas de las hipótesis de los niños sobre la equivalencia o no equivalencia de algunas fracciones, los argumentos que manifiestan para defenderlas, a través de los cuales se pueden detectar importantes obstáculos que impiden a los alumnos concebir dicha equivalencia aun en los casos más simples —como la comparación entre 1/2 y 2/4—. Se destaca la importancia de plantear a los alumnos situaciones didácticas que involucren a la fracción, en las que se les permita expresar sus ideas, defenderlas, probarlas e intentar probar los errores de los otros, antes de llegar a la representación simbólica convencional de la fracción.

El trabajo que a continuación presentaré se deriva de la investigación realizada por el M. en C. Block, D.[1], llevada a cabo con un grupo de alumnos de 3° y uno de 4°, en la que se pretendía que éstos construyeran un lenguaje de parejas ordenadas (**a, b**), en donde "**a**" representara el número de unidades repartidas y "**b**" el número de pedazos producidos en el reparto, a través de situaciones didácticas basadas en problemas de reparto.

Si bien, al finalizar la secuencia de situaciones didácticas los alumnos de 3er. grado llegaron a la construcción del lenguaje de parejas ordenadas muy cercano al convencional, cabe señalar que lo hicieron con mucha dificultad ya que a lo largo de la experimentación manifestaron deficiencias conceptuales como:

- Los alumnos utilizaron durante el desarrollo de la actividad los términos "medios", "cuartos", "tercios", a veces adecuadamente, a veces erróneamente, por ejemplo, cuando un 'pastel' estaba dividido de la siguiente forma:



decían que estaba dividido en tercios.

Martha Dávila Vega

DIE-CINVESTAV-IPN

* Dávila, M. (1991). *Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones.* Tesis de Licenciatura, Universidad Pedagógica Nacional, SEP, México.

[1] Block, D. (1987). *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria.* Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en la Especialidad de Educación, DIE-CINVESTAV-IPN.

- Se pudieron apreciar, de las respuestas de los alumnos, diferentes niveles en el proceso de adquisición de la conservación del área y de la relación parte todo al comparar algunos repartos, por ejemplo, en el caso de dos medios, cortados de unidades iguales pero de diferente forma, hubo alumnos que:

  — Negaban la equivalencia cuando las formas de los pedazos cambian.
  — Aceptaban la equivalencia sólo mediante la comprobación con material.
  — Suponer la equivalencia a través de razonamientos compensatorios: "*son iguales, sólo que éste ( ) es más gordito y éste ( ) es más flaquito*".

Esta experiencia permitió comprobar que las situaciones de reparto son importantes para generar las bases sobre las cuales los alumnos pueden abordar determinados aspectos de la noción de fracción.

Sin embargo, las dificultades que tuvieron los alumnos de 3° a lo largo de estas secuencias didácticas, obliga a reflexionar sobre lo siguiente:

¿Cómo evitar que después de tres años de trabajar con fracciones, los alumnos tengan conceptos erróneos como el de mitad, tercios, etcétera?

¿Es pertinente introducir las fracciones en los primeros años de la primaria?

En caso de introducir las fracciones desde los primeros años de la escuela primaria ¿qué situaciones didácticas propician un mayor entendimiento de las fracciones?

A partir de estas reflexiones se decidió realizar la investigación que brevemente presentaré en este artículo mostrando algunos de los resultados obtenidos[2]. Esta investigación se llevó a cabo en una escuela primaria oficial de México, D.F., con un grupo de 1° (30 alumnos) y un grupo de 2° grado (32 alumnos).

Los objetivos de la investigación que presento fueron:

- Indagar la posibilidad de introducir la noción de fracción, sin llegar a la representación simbólica en 1° y 2° grados de educación primaria, a través de problemas de reparto, implementados con el enfoque constructivista del conocimiento.

- Propiciar a través de dichas situaciones, que los alumnos realicen repartos tomando en cuenta la equitatividad[3] y la exhaustividad[4], propiedades que dan lugar a la fracción como la cuantificación de un reparto.

- Averiguar si las situaciones propician que los alumnos se apropien de los términos "medios", "tercios", "cuartos", interpretándolos como la manera de denominar el resultado de un reparto, y no como la forma de nombrar cualquier pedazo.

---

[2] Dávila, M. (1991) Op. cit

[3] Que a todos los niños les toque la misma cantidad de pastel.

[4] Que no sobre nada del todo repartido.

- Estudiar si a través de la resolución de las situaciones, los alumnos logran descubrir la equivalencia de fracciones como: 1/2; 2/4; 4/8...

- Dar al maestro alternativas de situaciones didácticas para introducir al alumno en la adquisición de ciertos aspectos del concepto de fracción.

Diseño de las situaciones didácticas aplicadas

Tomando en consideración que todos los niños, al ingresar a la escuela primaria, tienen conocimientos que adquieren con la experiencia en la vida cotidiana, se diseñaron situaciones de reparto, apoyadas con material concreto, en las cuales los alumnos tenían que repartir cierto número de pasteles (hojas de papel del mismo tamaño), entre cierto número de niños. Las situaciones de reparto que se trabajaron con los alumnos fueron las siguientes:

3 pasteles entre 2 niños
1 pastel entre 2 niños
3 pasteles entre 4 niños
1 pastel entre 3 niños
2 pasteles entre 3 niños

La consigna general en las situaciones fue: **"Repartir "*X*" pasteles entre "*Y*" niños, que a cada quien le toque lo mismo y que no sobre nada de pastel".**

Organización y desarrollo de la experimentación

Al iniciar la aplicación de cada una de las situaciones didácticas, se organizaba a los niños en equipos de 2, 3 o 4 niños, dependiendo del número de niños entre los que se iba a hacer el reparto. Se organizó a los equipos de esta manera porque en dos sesiones previas a la experimentación, se pudo observar que los alumnos, en esta edad (6, 7 años) tienen dificultades para desligarse de la situación real en la que se plantea el problema; es decir, si el equipo está formado por cuatro niños, tienen dificultades para hacer un reparto entre un número distinto de niños.

Una vez organizados los equipos, se planteaba el problema de repartir los pasteles entre los niños, se entregaba el material y se llevaba a cabo el trabajo en equipo. Cuando éstos terminaban de hacer su reparto, el experimentador pedía a los equipos mostraran a sus compañeros lo que le había tocado a cada niño del equipo y explicaran cómo habían hecho el reparto. En cada caso, el experimentador preguntaba al grupo si a cada niño le había tocado lo mismo de pastel y si no había sobrado nada. De esta manera, el grupo decidía si el reparto estaba bien hecho o no.

Una vez que se habían mostrado todos los diferentes tipos de reparto que el grupo había generado, el experimentador planteaba al grupo un segundo problema: la comparación de dos o tres tipos de reparto equivalentes pero hechos de diferentes formas, por ejemplo, se comparaba 8/16 con 4/4 y 1/2. El experimentador preguntaba al grupo si a los niños que les había tocado esos repartos, les había tocado igual cantidad de pastel.

Análisis de algunos resultados

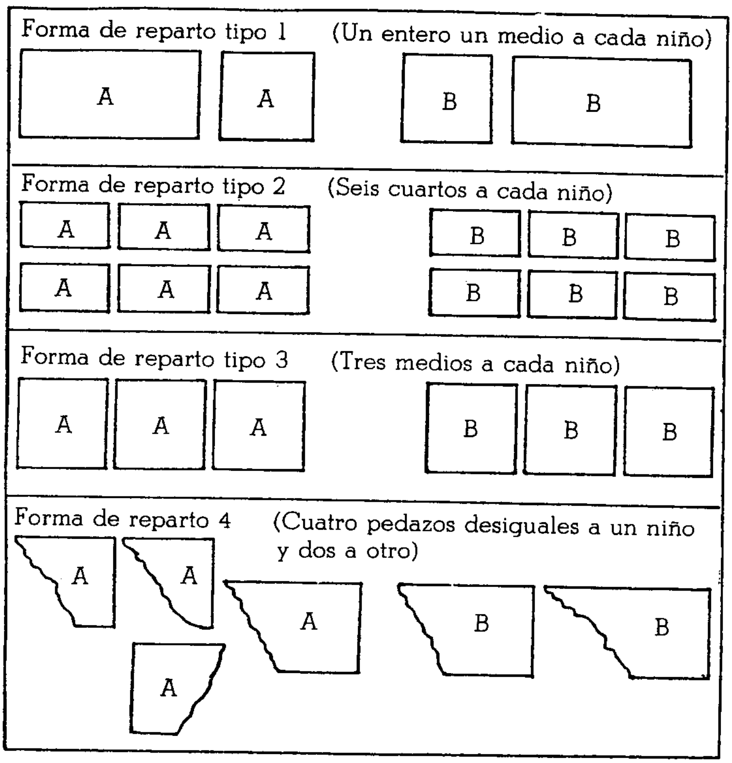
Con respecto al primer problema, repartir pasteles entre 2 y entre 4, encontramos que:

- Todos los equipos excepto uno de primer año en la primera sesión, lograron repartir equitativa y exhaustivamente utilizando la estrategia de partir siempre por mitades. Posteriormente ningún equipo repartió sin cumplir con estas dos condiciones del reparto.

- Lograron determinar al interior de cada equipo, cuando un reparto cumplía con las condiciones de equitatividad y exhaustividad, aceptando como buenos a aquellos repartos que daban como resultado pedazos iguales en forma y tamaño.

- Para repartir los 'pasteles' hacen cortes sucesivos por mitad. La estrategia de partir por mitades utilizada por los alumnos para resolver el problema, es al parecer la estrategia que ya han logrado dominar[5], ya que sin establecer un acuerdo previo explícito, todos los alumnos desde el primer momento en el que inician el reparto hacen este tipo de cortes.

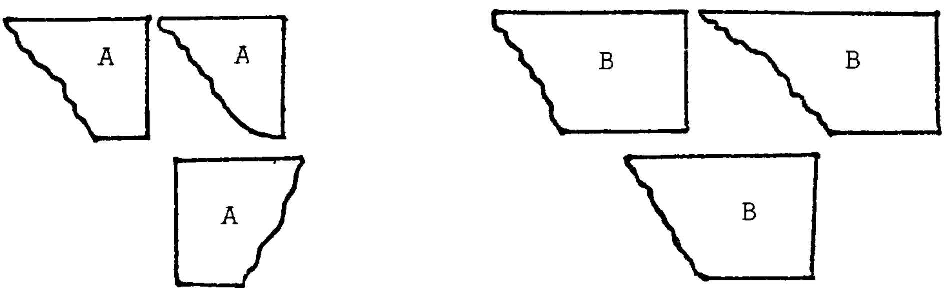
Tomando como ejemplo la situación del reparto 3 pasteles entre 2 niños (1a. sesión), veamos cómo resolvieron el primer problema los alumnos de primero y segundo.



[5] J. Piaget (1948). Realiza un estudio psicogenético sobre la partición en medios, tercios y quintos. Muestra y explica la evolución de las particiones que realizan los niños de 3 a 11 años. Plantea que hacer particiones por mitad es el primer tipo de particiones que logran hacer los niños a eso de los cinco o seis años.

Los repartos tipo 1, 2 y 3 aparecieron tanto en 1° como en 2°. En la confrontación, estos repartos fueron aceptados por el grupo como buenos al interior de cada equipo argumentando que tanto al niño A como al niño B le había tocado lo mismo de pastel y no había sobrado nada.

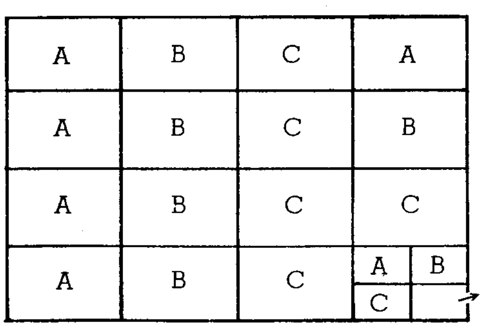
Uno de los equipos de primer año hizo el reparto tipo 4. El grupo no lo aceptó como bueno argumentando que no estaba bien porque a un niño le había tocado más pastel: ***"uno tenía cuatro pedazos y el otro sólo dos"***. Al preguntar el experimentador qué se podía hacer para que les tocara lo mismo, una niña respondió: ***"pasándole un pedazo al otro niño"***; lo hace y el grupo acepta entonces que así a los dos niños les ha tocado lo mismo (tres pedazos).



Notemos que en este caso, los alumnos de 1° centran su atención en el número de partes y no tōman en cuenta el tamaño de las mismas.

La tendencia de partir por mitades propició que los alumnos tuvieran éxito en sus repartos entre 2 y entre 4, sin embargo no eran conscientes de que este tipo de cortes los llevaría a realizar repartos equitativos y exhaustivos. Dicha tendencia y la falta de conciencia de los resultados que obtendrían se manifiestan con más claridad cuando realizan repartos entre tres, en donde encontramos que:

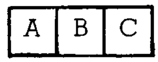
- Sólo un equipo de segundo año, de entrada parte en tres sus enteros para hacer el reparto.
- Todos los equipos excepto uno, utilizan la estrategia de partir por mitades al realizar los repartos entre tres.
- Después de varios cortes por mitad se dan cuenta de que partiendo de esta manera siempre obtendrán un pedazo sobrante.



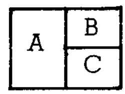
pedazo sobrante

Con respecto al pedazo sobrante, encontramos básicamente tres tendencias:

- Cuando el pedazo sobrante es muy pequeño, lo cortan en tres pedacitos más o menos iguales. En este caso, los alumnos conservan la equitatividad y la exhaustividad en sus repartos.



- El pedazo sobrante lo cortan a la mitad y una de las mitades otra vez a la mitad, conservando la exhaustividad pero perdiendo con ello la equitatividad.

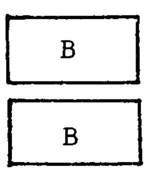


- Al igual que los otros equipos, se dan cuenta de que si continúan partiendo por mitad, siempre les va a quedar un pedazo sobrante. Para resolver el problema se deshacen de él, escondiéndolo, tirándolo e incluso, un niño de primero para desaparecerlo, se lo traga. Estos niños argumentan que ese pedazo ya no se puede repartir o que ya no vale.

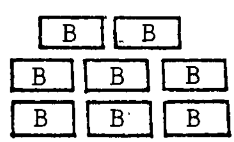
Con respecto al segundo problema planteado sólo en las situaciones de reparto entre 2^n: comparación de dos o tres repartos equivalentes pero de diferente forma, se pueden identificar cuatro grupos de alumnos que se diferencian por el nivel de explicación que sustentan en cuanto a la equivalencia de los repartos:

- Los alumnos que han construido la relación: a igual número de pasteles y de niños corresponde igual cantidad de pastel, independientemente de la forma de los pedazos y del número de cortes. El manejo de las variables de esta relación (número de pasteles, número de niños), les permite anticipar el tamaño del pedazo producto de un reparto.

  A continuación ejemplificaré con un fragmento del registro de clase las participaciones que tienen los alumnos que manejan dicha relación cuando intentan demostrar a sus compañeros sus hipótesis sobre la equivalencia de los repartos 8/16 y 2/4:



(Dos cuartos a cada niño)



(Ocho dieciseisavos a cada niño)

Exp.: *"Ahora pase el equipo dos".*

Olmo: *"Este tiene más porque tiene ocho y éste menos porque son dos".* (Se refiere a los 8/16 y los 2/4).

Exp.: *"Si se comen el pastel ¿quién va a comer más?"*

Equipo: *"Los que tienen ocho".*

Exp.: *"¿Ustedes qué piensan?* (preguna al grupo) *¿quién se llenaría más pronto si se comen el pastel, el niño que tiene dos pedazos o el que tiene ocho?".*

Niños: *"El que tiene ocho".*

Carlos: (Con tono de obviedad) *"Es lo mismo, se llenarían igual".*

Niños: *"No, se llenaría más el que tiene ocho pedazos".*

Exp.: *"A ver, pasa el equipo uno".*

Equipo 1: (Carlos y Silvia traen sobre un cuaderno 1/4 y sobrepuestos 4/16. Lo muestran a sus compañeros).

Exp.: *"A ver, explíquenlo".*

Carlos: *"Estos, si los doblamos y los cortamos* (muestra 1/4) *en cuatro pedacitos quedan igual"* (muestra los 4/16 encimados en el cuarto).

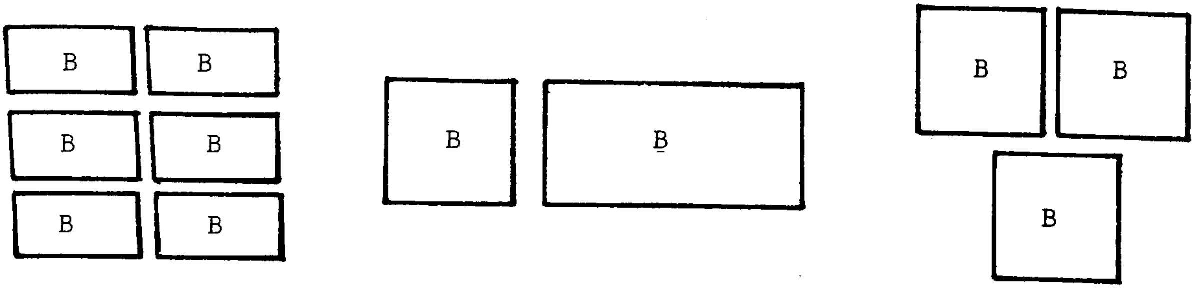
Exp.: (Pregunta a Carlos) *"¿Si los cortamos se hace más o menos?"*

Carlos: *"Queda igual* (dice enojado y continúa). *Si les da cinco pasteles a un equipo y seis pasteles a otro, entonces si gana el de seis, pero si nos da a todos un mismo pastel, entonces nos toca igual y nadie gana."*

Como se puede ver, Carlos ha construido la relación —'número de pasteles, número de niños, tamaño del pedazo'—, que le permite anticipar que el pedazo sólo puede ser mayor si se aumenta el número de pasteles que se reparte, conservando el número de niños entre los que se hará dicho reparto. **Lograr construir esta relación implica necesariamente ser conservador de área, pero ser conservador de área no necesariamente implica manejar esta relación.**

■ Los alumnos que manifiestan estar en proceso de construir la relación antes mencionada. Estos alumnos preven la equivalencia poniendo en juego la relación descrita en determinadas situaciones, pero dudan de ella frente a otras en las que las formas de los pedazos no son usuales o en las que la gran cantidad de pedazos producidos en el reparto les dificulta hacer visualmente su comparación.

El ejemplo que a continuación mostraré es el de una niña (Erika) de primer año que frente a determinados tipos de reparto manifiesta manejar esta relación y frente a otros regresa a la centración en el número de pedazos. En este caso se comparan 6/4; 1 1/2; y 3/2:

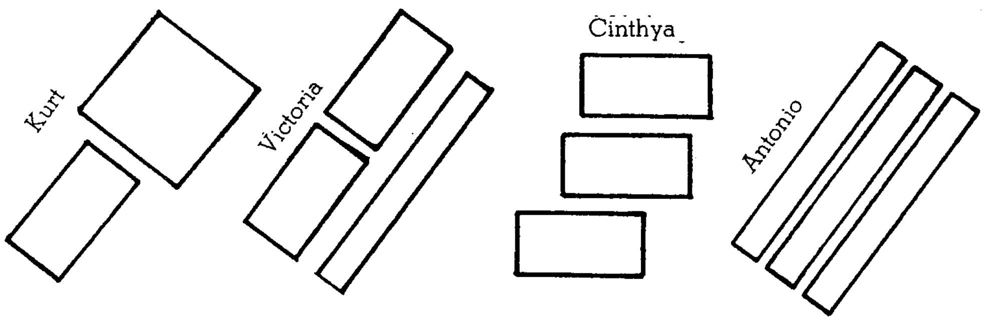


Raúl: ***"A los que tienen dos*** (pedazos) ***les tocó menos"*** (se refiere a 1 1/2).

Niños: ***"Van a comer más pastel los que tienen seis pedazos*** (6/4) ***porque tienen muchos pasteles".***

Erika: ***"Están igual porque a cada uno le tocó lo mismo*** (se refiere a todos los diferentes tipos de reparto), ***porque es de lo mismo y le tocaron seis pedazos a cada quien"*** (se refiere a los 6/4).

En otra sesión se comparan 3/4 con diferentes formas:



Exp.: ***"Fíjense bien en lo que les voy a preguntar: a un niño le tocó esto*** (señala lo que le tocó a Kurt), ***a otro esto*** (señala lo que le tocó a Cinthya), ***a otro así*** (señala lo que le tocó a Antonio), ***y a Victoria así*** (señala lo que le tocó a Victoria). ***¿A todos les tocó lo mismo?***

Niños: (todos a la vez gritando): ***"¡No, no!, a éste no"*** (señalan al pizarrón).

Exp.: ***"¿A cuál no?".***

Niños: (Pasan varios alumnos corriendo al pizarrón, entre ellos Erika, y señalan lo que le tocó a Kurt: (1/2 + 1/4).

Exp.: ***"¿A éste no?"*** (señala el 1/2 + 1/4).

Niños: "*¡No!*"

Exp.: "***¿Y a éstos?*** (señala lo de Cinthya [3/4 anchos] y los [3/4 alargados] de Antonio). "***¿Les tocó lo mismo?***"

Niños: (La mayoría) "***¡Sííí!***".

Exp.: "***¿Cómo saben?***"

Niños: (La mayoría) "***Porque tienen tres pedazos***".

Exp.: "***A ver, vamos a ver. A éste*** (señala lo de Victoria [2/4 anchos y 1/4 alargado] ***y a éste*** (señala lo de Antonio [3/4 alargados]) ***¿les tocó lo mismo?***"

Erika: "***No, porque éstos*** (señala los cuartos anchos de Victoria) ***están más gorditos y éstos*** (señala los cuartos largos) ***están más delgaditos***".

Posteriormente, cuando se les pide que busquen una manera de demostrar que lo que dicen es verdad, Erika hace lo siguiente:

Exp.: "***Bueno, les voy a entregar a cada equipo lo que le tocó a Antonio*** (3/4 largos) ***y lo que le tocó a Victoria*** (2/4 anchos y 1/4 largo); ***como ustedes dicen que no son iguales, van a buscar una manera de demostrármelo a mí y a sus compañeros***" (Reparte 3/4 largos y 2/4 anchos y un largo a cada equipo. Recorre los equipos mientras éstos trabajan y pregunta): "***¿Qué pasó, son iguales o no son iguales?***"

(. . . . .)

Equipo 1 Erika y Ramón: (Toman lo que le tocó a Victoria y cortan los dos cuartos anchos a la mitad y un cuarto largo a la mitad).

Ramón: "***Es lo mismo, a los dos les tocó igual***".

Erika: "***Es lo mismo, nada más que así*** (junta dos de los pedazos que cortó y forma un cuarto ancho), ***son más gorditos***".

Como se puede observar en el primer ejemplo, Erika puede prever la equivalencia entre 1 1/2; 3/2 y 6/4, aun antes de comprobarlo con material, haciendo referencia a que no puede ser diferente ya que: "***... a cada uno le tocó lo mismo porque es de lo mismo...***".

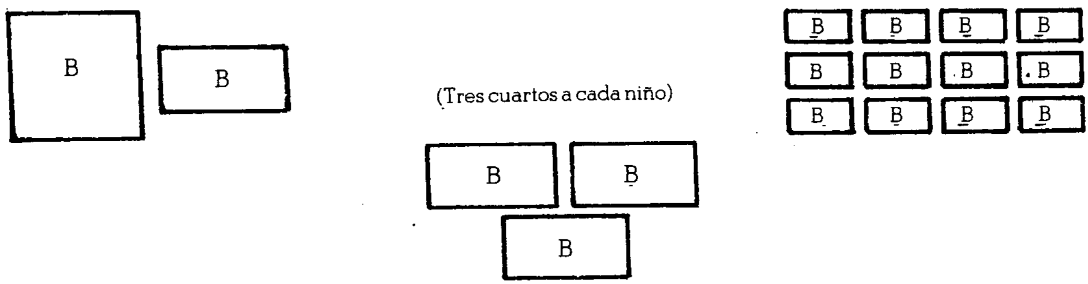
Sin embargo, frente a otras situaciones regresa a su esquema anterior, centrándose primero en el número de pedazos para determinar la equivalencia o no equivalencia de los repartos. Cuando se comparan posteriormente repartos equivalentes de diferente forma pero con el mismo número de pedazos, se centra entonces en la forma argumentando: "***No, porque éstos*** (señala los cuartos anchos de Victoria) ***están más gorditos y éstos*** (señala los cuartos largos) ***están más delgaditos***".

A estos alumnos la demostración con material les ayuda a recuperar su hipótesis inicial de equivalencia a través del corte y superposición de los pedazos, al ver la coincidencia de las partes reconocen la equivalencia.

■ Los alumnos que son conservadores de área pero que no logran prever la equivalencia de los repartos centrándose en un primer momento en el número de pedazos para determinarla o negarla pero que la aceptan frente a los argumentos o demostraciones con material que algunos de sus compañeros presentan. Estos alumnos aunque son conservadores de área no manejan aún la relación 'número de pasteles, número de niños, tamaño del pedazo'.

En el siguiente ejemplo, Héctor no preve la equivalencia de los repartos pero al supersuponer los pedazos reconoce la equivalencia. En este caso se comparan los siguientes repartos [1/2 + 1/4]; [1/4 + 1/4 + 1/4] y [12/16].

(Un medio más un cuarto a cada niño) (Tres cuartos a cada niño) (Doce dieciseisavos a cada niño)

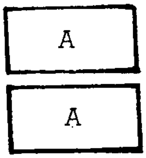


Exp.:	*"Les voy a dar lo que les tocó al equipo ... ( )...* (1/2 + 1/4), ***al equipo... ( )... (1/4 + 1/4 + 1/4) y al equipo... ( )...*** (12 pedazos de 1/16). ***Me van a demostrar que al equipo...( )... le tocó más, menos o igual que al equipo... ( )..., según lo que ustedes crean. Demuéstrenme lo que crean que sea cierto"*** (reparte el material).
Equipo 5 Mariana:	(Sobrepone 2/4 sobre 1/2.) Dice que les tocó lo mismo.
Lilia:	***"¿Qué vamos a hacer con los chicos?"*** (se refiere a los 12/16).
Mariana:	***"A ponerlos igual, encima"*** (entre los cuatro niños acomodan los 12/16 sobre los 2/4 que están sobrepuestos en el 1/2).
Héctor:	***"¡Entonces es lo mismo!"*** (asombrado).

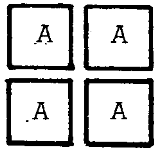
■ En otro grupo están los alumnos que **no** son conservadores de área y que por lo tanto tampoco han logrado construir la relación 'número de pasteles, número de niños, tamaño del pedazo'. Estos alumnos están convencidos de que mientras más pedazos tengan más cantidad de pastel hay, los argumentos de sus compañeros no los convencen y el tener a su disposición el material no les ayuda para ver esa equivalencia, las demostraciones de equivalencia de sus compañeros a través de la superposición de pedazos a ellos no les dice nada.

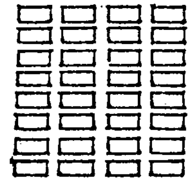
A continuación mostraré como ejemplo la sesión en la que se repartió 1 pastel entre dos niños. En esta sesión se generaron en segundo año los siguientes repartos: [2/4]; [4/8]; [16/32]; [32/64] y [8/16].

(Dos cuartos a cada niño)



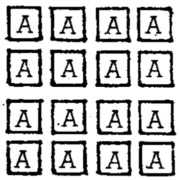
(Cuatro octavos a cada niño)

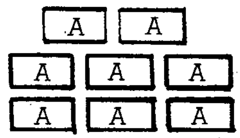




(Treintaidós sesentaicuatroavos a cada niño)

(Dieciséis treintaidosavos a cada niño)





(Ocho dieciseisavos a cada niño)

La mayoría de los alumnos afirmaba que al niño que le había tocado más era al que le había tocado 32 pedazos (32/64) y al que le había tocado menos era al que tenía 2 pedazos (2/4).
Veamos un fragmento de la clase:

Exp.: (Dice al grupo): ***"Fíjense lo que les voy a preguntar. Aquí están los pedazos que le tocaron a este niño, aquí los que le tocaron a éste, y aquí los que le tocaron a éste y a éste*** (va señalando los repartos [2/4]; [4/8]; [16/32]; [32/64] y [8/16] producidos por los alumnos). ***"¿Les tocó lo mismo a todos?"***

Austria: ***"Tiene más el equipo dos*** (32/64), ***porque tiene treinta y dos pedazos".***

Claudia: ***"Tiene menos el equipo..."*** (se refiere al que le tocó 2/4 a cada niño).

Israel: ***"Tenemos más los que tenemos treinta y dos pedazos"*** (32/64).

Observador:
Todos los niños gritan, se paran de sus lugares, van al pizarrón corriendo para señalar lo que dicen, se crea cierto desorden, no se entiende nada y se deja de defender lo que dicen los niños.

(. . . . .)

Exp.: ***"Bueno, les voy a repartir lo que le tocó al niño del equipo 5*** (2/4) ***y al niño del equipo tres*** (8/16) ***para que busquen una manera de demostrar que tienen más, o tienen menos, o tienen igual".*** (Entrega a cada equipo los pedazos que corresponden a cada reparto preguntándoles): ***"¿Ustedes qué piensan? ¿Tienen igual?*** (si el equipo responde ***"No, tiene más el de ocho pedazos"*** o ***"Tienen igual",*** les dice): ***"Demuéstrenle a sus compañeros lo que dicen, que tienen más o tienen menos o tienen igual".***

Observador: Una vez que los equipos tienen el material se disponen a trabajar.

Ignacio: (Acomoda los 8/16 por un lado y los 2/4 por otro) ***"Aquí es más*** (dice a su compañero señalando los 8/16), ***tenemos ocho y aquí*** (señala los 2/4) ***menos porque son dos".***

Lilia: (Dice a Mariana) ***"Ustedes dicen que es lo mismo, ustedes demuéstrenlo".***

(. . . . .)

Ignacio: (Dice a su compañero): ***"Entonces así estamos bien, yo tengo mucho porque tengo ocho y tú poco porque tienes dos".***

Observador: Mientras los equipos tratan de encontrar cómo demostrar lo que dicen, el experimentador va con cada equipo y les pregunta si ya encontraron cómo demostrarlo. Pide que le expliquen lo que hicieron.

Exp.: (Pasa al frente al equipo cuatro para que explique).

Fabiola: ***"Tienen igual".***

Observador: El grupo se desordena, algunos gritan que no es igual.

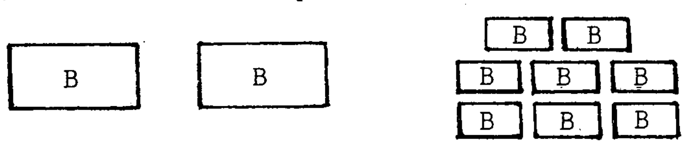
Ignacio: ***"No, no tenemos igual, yo tengo ocho y ella tiene dos".***

Austria: ***"Ella tiene menos porque tiene dos y el ocho es más que el dos".***

Es evidente que estos alumnos están totalmente convencidos de la no equivalencia de los repartos, estar centrados en el número de pedazos no les permite tomar en cuenta la forma y el tamaño de los mismos.

Dentro de este grupo de alumnos no conservadores, considero que existe un subgrupo que llega a plantearse la posibilidad de la equivalencia si se cortan los pedazos, pero la niegan en cuanto se vuelven a unir. De estos alumnos se puede decir que al menos se plantean una manera de igualar las diferentes tipos de reparto.

En el ejemplo siguiente se están comparando los repartos 2/4 y 8/16. Veamos como ejemplo de estos alumnos a Lupita:



Exp.: ***"A ver, el equipo tres, explíquenos qué hicieron".***

Equipo 3: (Pasa al pizarrón).

Lupita: "***Si estos dos*** (muestra los 2/4) ***los doblamos así*** (a la mitad) ***y así*** (otra vez a la mitad) ***y los cortamos, quedan igual que el otro"*** (al reparto 8/16).

Exp.: "***¿Entonces son iguales?"***

Lupita: "***No. Si lo cortan tienen igual, si no, tienen menos"***.

Exp.: "***Si cortan estos*** (muestra los 2/4), ***¿van a tener más pastel?"***

Lupita: "***Sí"***.

Lo que no permite a estos alumnos aceptar la equivalencia entre los diferentes tipos de reparto es el hecho de que, para ellos, cuando varía la forma de una superficie, el área no se conserva. Es por esto que para ellos es necesario partir físicamente a los pedazos para generar una equivalencia y si los pedazos no se parten la equivalencia no se da. Es decir, no basta con sobreponer los pedazos y ver la coincidencia del área, es necesario partirlos para que el números de pedazos y las formas sean iguales.

El grado en el que el material ayuda a establecer la relación de equivalencia entre los repartos depende de los niveles de explicación que los alumnos manejen sobre esta relación. Para los alumnos que han construido la relación "a igual número de pasteles e igual número de niños igual cantidad de pastel" como para aquéllos que aún no conservan el área, el material no les es útil. A los primeros, porque pueden prever la equivalencia a partir de dicha relación, sin necesidad de material, y a los segundos, debido a que están convencidos de que el número de pedazos y/o la forma determinan la cantidad repartida. Para estos alumnos, dos pedazos son más que uno, así coincidan al superponerse.

Es a los alumnos que conservan el área pero que aún no construyen la relación "número de pasteles número de niños, tamaño del pedazo" a quienes el material les permite verificar la equivalencia de los distintos repartos.

Conclusiones

Esta experiencia muestra, por un lado, los principales obstáculos a los que se enfrentan los niños en las situaciones de reparto, incluso utilizando material concreto y aún en el caso más simple de los medios, como por ejemplo el hecho de considerar que un medio cortado a lo largo tiene menos cantidad de pastel "***porque está gordito"***.

Este sólo hecho indica lo prematuro e infructuoso que resulta introducir la noción de fracción a nivel simbólico, incluyendo la equivalencia basada en cuerpos o superficies en los primeros grados de la educación primaria, como se ha venido planteando en los currículos oficiales. Los alumnos, como se ha mostrado, no tienen aún los elementos indispensables, en particular la conservación de área, para poder abordar este conocimiento.

Por otro lado, esta experiencia muestra la capacidad que tienen los alumnos para expresar lo que piensan acerca del problema planteado, su capacidad para buscar argumentos con los que intentan convencer a sus compañeros de lo que ellos piensan. Esta búsqueda les permitió reflexionar y avanzar en la elaboración de sus hipótesis a través de la experiencia, de las discusiones, de las demostraciones con material y de los argumentos basados en la reflexión que los propios alumnos hicieron sobre el problema.

Sin embargo, a pesar de que a través de esta experiencia nos hemos podido dar cuenta de lo fructífero que resulta trabajar con los alumnos de 1° y 2° actividades como éstas, considero que: dada la tendencia general de los maestros de exigir de sus alumnos soluciones y respuestas 'correctas' a pesar de que éstos aún no tienen los elementos necesarios para llegar a ellas, ha sido un acierto que en la propuesta de la reforma educativa se excluya del programa la enseñanza de las fracciones en los primeros grados de la educación primaria. El aplazamiento de este contenido al 3er. grado permitirá a los alumnos abordarlo en un momento en el que tendrán los elementos necesarios para acceder a él.

Creo además que es conveniente se inicie la introducción de este contenido a partir de problemas de reparto con material concreto como los que se trabajaron en esta investigación, previamente al uso de la representación simbólica, para que el alumno conciba al resultado obtenido de un reparto como una fracción del todo repartido, reconozca poco a poco las equivalencias entre los diferentes tipos de repartos, asocie estos resultados con las denominaciones establecidas para posteriormente pasar a la representación simbólica de las fracciones que en ese momento tendrán un significado para los alumnos. ■

Bibliografía

BEHR, M.J., LESH, R., POST, T. (1983). "Rational number concepts". En: *Acquisition of mathematics concepts and processes*. R. Lesh & M. Landau (Eds.), New York: Academic Press.

BLOCK, D. (1987). *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria.* Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en la Especialidad de Educación. DIE-CINVESTAV-IPN.

KIEREN, T. E. (1983). "On the mathematical cognitive and instructional foundations of rational numbers". En: *Number and measurement paper from research workshop*. R. Lesh (Ed.). Papers from a research workshop ERIC/SMEAC.

LERNER, D. "La construcción de la noción de fracción. Implicaciones pedagógicas". República de Venezuela. Ministerio de Educación. Fundación Me-Val. Caracas (mimeo).

PEREZ, J. (1982). "Utilisation de la théorie des situations didactiques en vue de l'identification des objets et des phénomènes pertinents au cours de l'activité de constructions d'un code de désignations à l'école maternelle". Conferencia dictada en la *Segunda Escuela de Verano de Didáctica de las matemáticas*. Escuela de Educadores Especializados. OLIVET.

PIAGET, J. et. al. (1960). "Subdivisión de áreas y el concepto de fracciones". En: *The child's conception of geometry*. Routledge and Reagan Paul. London. Traducción interna del DIE-CINVESTAV-IPN.

PIAGET, J. INHELDER, B., SZEMINSKA, A. (1966). "Subdivisión de áreas y el concepto de fracciones" (Escrito con la colaboración de M. Muller). En: *The childs conception of geometry*. Routledge and Reagan Paul. London. Reprinted 1966, 1970. Traducción interna del DIE-CINVESTAV-IPN.

STREEFLAND, L. (1984). "Some observational results concerning the mental constitution of the concept of fraction". En: *Educational Studies in Mathematics*.

STREEFLAND, L. (1984). *How to teach fractions so as to be useful. Producido por:* Research group on Mathematics Education of the State University of Utrecht. The Netherlands. First Editions.

VERGNAUD, G. (1981). "Quelques orientations théoriques et methodologiques des recherches francaises en didactique des mathématiques". En: *Recherches en didáctique des mathématiques.* La pensée sauvage, Vol. 2.2, Grenoble. Traducción interna del DIE-CINVESTAV-IPN.