ARTICULOS

■ EDUCACIÓN MATEMÁTICA ■ Vol. 4 - No. 2 • Agosto 1992 ■ © GEI ■ Pág. 55 ■

La Matemática Contemporánea y su Papel en la Enseñanza del Nivel Medio Superior

El destino supremo de la matemática consiste precisamente en encontrar el orden oculto en el caos que nos rodea.

Norbert Wiener, 1981.

Introducción

Cuando Lebesgue desarrolló su análisis de la relación entre la lógica y la aritmética (Lebesgue, 1931), escribió que la matemática fue creada por el hombre por necesidad para resolver sus problemas y dedujo que el profesor de matemáticas debe ser un profesor de "acción". La matemática es la ciencia que tiene más conexiones culturales (Howson, 1986) y responde a las exigencias de distintas sociedades lo cual ha conducido al desarrollo de nuevas ideas matemáticas.

En las últimas décadas las matemáticas han sido reconocidas como herramienta importante y esencial en muchas disciplinas y desarrollos tecnológicos.

Es muy conocido que las matemáticas han sido esenciales en las teorías físicas ya que hay un paralelismo entre las diversas ramas de la matemática y las grandes síntesis de la filosofía natural —métodos matemáticos permitieron avanzar a los teóricos de la física que a su vez plantean problemas que llevan a nuevas adquisiciones matemáticas. El ejemplo clásico de lo último es el descubrimiento del análisis infinitesimal por Newton y Leibnitz, mientras que aplicando las ideas abstractas que 50 años antes habían desarrollado Gauss y Riemann, Einstein elaboró su teoría de la relatividad (Bergamini, 1964).

Pero no sólo la física, también la economía, lingüística, medicina y sociología, entre otras, requieren un nuevo nivel de matematización (Trillas, 1980). La matemática surgió desde siempre del estudio de las reglas para escudriñar la naturaleza y llegar a conocer todo lo que existe.

Aún más, nuestra vida cotidiana está impregnada por el pensamiento matemático, de pronto de manera trivial, de pronto de manera muy compleja (Alvarado, 1990). El posible en la actualidad vivir sin música y sin literatura, pero sin matemáticas es imposible.

Avances de la matemática y cambios en sus métodos de investigación

El impacto de la revolución de información que actualmente vivimos a causa del avance tecnológico en equipos de computación se siente en los avances en ramas tradicionales de la matemática, en la aparición de nuevas ramas y en la metodología de trabajo de los matemáticos investigadores. Además es indiscutible el papel crucial que

Elfriede Wenzelburger Guttenberger

Universidad Nacional Autónoma de México

la matemática juega en los aspectos teóricos de la computación.

Las computadoras ofrecen nuevas maneras de escritura y de cálculo y permiten ver las ideas más tradicionales de una nueva perspectiva.

Las áreas nuevas o descubiertas nuevamente para la investigación en matemáticas incluyen ecuaciones no lineares de ondas, trabajos relacionados con funciones de Weierstrass, Takagi y la función singular de Lebesgue. Las computadoras tienen también un impacto en la teoría de grupos, combinatoria, teoría de números, geometría y análisis matemático, para mencionar los más importantes (ICMI, 1986).

Las idea de la demostración matemática como una cadena de deducciones a partir de los axiomas, ha sido afectada por las computadoras que a veces sugieren resultados que luego se prueban o que han realizado demostraciones como en el caso del teorema de los cuatro colores. A veces se generan contraejemplos con la computadora y se refutan conjeturas.

Demostraciones por computadora a veces se critican porque se basan en "la fuerza bruta", por ejemplo, un análisis exhaustivo de todos los casos, pero este método puede generar sistemas expertos que hacen matemáticas para cumplir el sueño de Leibnitz de una "máquina calculadora racional".

Algunas ramas de la matemática siempre han sido abiertas a la experimentación la cual es más factible con computadoras. Experimentos llevan a conjeturas y a veces a teoremas. En estadística, por ejemplo, experimentación puede hacerse a través de simulaciones o análisis exploratorio de datos.

El interés en métodos iterativos ha sido revivido por las computadoras y se obtuvieron resultados fascinantes, como por ejemplo, la teoría de los fractales. La necesidad de encontrar algoritmos económicos para la programación de computadoras ha llevado a la teoría de las complejidades. La existencia de paquetes simbólicos alivia el trabajo "pesado" para los matemáticos y los anima a atacar problemas considerados inaccesibles. (ICMI, 1986).

Ilustramos el impacto de las computadoras en la enseñanza matemática con el ejemplo de un curso clásico en el currículo matemático, el cálculo.

Durante muchos años, el cálculo diferencial e integral ha sido el núcleo de los primeros semestres de matemáticas en la universidad. La introducción de computadoras a la enseñanza en las universidades puede tener varios efectos para estos cursos de cálculo, por un lado va a cambiar la metodología de enseñanza y por otro lado el mismo contenido de los cursos. (Seidman, Rice, 1986).

Para los matemáticos, el cálculo representa métodos y técnicas para estudiar funciones que pueden ser definidas en los números reales, en espacios euclidianos de 2, 3 ó n dimensiones o en el plano complejo. El cálculo ofrece al alumno herramientas formales y abstractas para el estudio de las matemáticas superiores. Por otro lado, el cálculo representa las bases para aplicaciones de las matemáticas a las ciencias físicas y las ingenierías. Todas las aplicaciones basadas en el cálculo están relacionadas con modelos matemáticos que pueden considerarse continuos, e.d. definidos en los números reales. El cálculo predominaba justamente por las numerosas aplicaciones de las matemáticas continuas.

Pero en los últimos años se ha incrementado considerablemente el interés en aplicaciones de las matemáticas discretas: combinatoria, métodos de conteo, inducción, recurrencia, teoría de grafos, árboles, máquinas finitas, codificación y álgebra booleana. Este interés está relacionado con el uso cada vez más amplio de computadoras y representa un reto para el currículo tradicional de cálculo. Existen por un lado tendencias de incluir más métodos numéricos en cálculo, por el otro lado hay que tomar en cuenta la existencia de paquetes de software que manejan símbolos haciendo el estudio de las técnicas de diferenciación e integración aparentemente obsoletos.

Los conceptos básicos del cálculo siguen siendo importantes: cambio, razón de cambio instantáneo, relación funcional, resultados acumulados, pero se pueden explorar desde el punto de vista continuo y discreto; por ejemplo, a los conceptos continuos como función, ecuación diferencial, derivación, integral, le corresponden los conceptos discretos: sucesión y serie de tiempo, ecuación de diferencias, diferencia y sumatoria. Se puede observar que los conceptos discretos son técnicamente e intelectualmente más simples que sus contrapartes continuas.

La matemática contemporánea

En las últimas décadas entonces, la matemática ha adoptado ciertas metodologías de trabajo de las ciencias experimentales, sobre todo debido a los medios electrónicos de cómputo.

Las actividades como observar, explorar, formar discernimientos intuiciones, hacer predicciones, probar hipótesis, conducir ensayos, controlar variables, simular situaciones reales son cada vez más importantes. Actividades tradicionales como demostrar, generalizar y abstraer no se dejan de lado, pero esta apertura es una oportunidad para el profesor de presentar la matemática como una ciencia viva y en pleno desarrollo y no como una serie de 'recetas' y conocimientos acabados. Sin embargo, la matemática no es una ciencia experimental; para el matemático investigador siempre hace falta la demostración, para el alumno se puede quedar a veces en lo experimental e intuitivo. Tópicos de probabilidad, estadística, métodos iterativos se prestan para este enfoque, tal como aspectos modernos de la geometría de fractales. (Goldenberg, 1989).

Es importante destacar que los cursos de actualización para profesores de matemáticas deben incluir tópicos de matem[illegible]as contemporáneas, tales como m[illegible]áticas discretas, subconjuntos borrosos, la geometría fractal, teoría de caos y catástrofes, para mencionar algunos.

Subconjuntos borrosos

La teoría de subconjuntos borrosos empezó en 1965 con un trabajo de Zadeh y se trata básicamente de un análisis lógico-funcional de la vaguedad como contraste al análisis de la claridad de la lógica booleana y la teoría clásica de conjuntos. (Trillas, 1980). La teoría de subconjuntos borrosos permite plasmar en fórmulas, descripciones vagas en relación con clases mal definidas. Esta teoría como generalización funcional de la de conjuntos, en base a una lógica multivalente, ha surgido por la necesidad de iniciar la escritura matemática de complicadas situaciones relacionales entre objetos vagos. Subconjuntos borrosos son clases con límites indeterminados en las que la transición de membresía a no-membresía es más bien gradual que brusca. Se puede afirmar que la lógica humana no es de dos valores sino es una lógica de verdades borrosas. En la matemática clásica no se admite lo borroso, pero el tratamiento sistemático de lo borroso permite nuevos avances en la matematización de la sicología, sociología, ciencias políticas, filosofía, fisiología, economía, lingüística, etc. (Kaufman, 1982).

Fractales

Otra rama de la matemática contemporánea es la teoría de los fractales que es un auténtico nexo entre arte y ciencia y abre la posibilidad de hallar el orden que se esconde tras una multitud de fenómenos caóticos que no encajaban en ninguna geometría. (Ruíz, 1990). La geometría de los fractales es la geometría que permite modelar la naturaleza: paisajes, árboles, plantas, costas, cristales, copos de nieve, ríos, valles. Matemáticamente son curvas infinitas contenidas en una superficie finita con una dimensión fraccionaria que se caracterizan por la recursividad y la autosimilaridad: el hecho que el todo siempre está contenido en las partes (Peitgen, Richter, 1986).

Caos

Cualquier proceso que transcurra en el tiempo es un ejemplo de un sistema dinámico. Estos sistemas ocurren en muchas ciencias, en la vida diaria y en la naturaleza. Ejemplos de tales sistemas encontramos en la meteorología economía, astronomía, química, etc.

El estudio de sistemas dinámicos tiene como objetivo predecir el resultado del proceso. Algunos sistemas dinámicos son predecibles y otros no, se vuelven caóticos. La noción matemática del caos es importante, simplemente porque permite afirmar qué sistemas dinámicos simples y determinísticos pueden comportarse en forma impredecible o caótica. La clave del estudio de sistemas dinámicos es la iteración: la repetición sucesiva de un proceso. Si el proceso dinámico se puede describir mediante una función matemática se generan para cada valor de la función a través de iteraciones sucesivas las llamadas órbitas. Algunos sistemas dinámicos tienen órbitas inestables que muchas veces forman un fractal. En la naturaleza se nos presentan fenómenos impredecibles, que sin embargo se rigen por leyes.

Hace más de una década científicos se dieron cuenta que ciertos sectores del caos en la naturaleza pueden ser descritos por leyes. Un sistema de este tipo, que sigue por un lado las leyes físicas de causa y efecto, pero que tiene consecuencias imprevisibles es llamado en el lenguaje de la ciencia moderna "sistema caótico".

Para la investigación del caos, la geometría fractal es un medio auxiliar importante.

Catástrofes

Una descripción matemática del mundo requiere muchas veces una interacción entre continuidad y fenómenos discretos (Arnold, 1987). Para descubrir la aparición de estructuras discretas a partir de estructura suaves, regulares y continuas se usan términos como singularidad, bifurcaciones y catástrofes. El desarrollo de la teoría de singularidades en combinación con la teoría de la bifurcación (Poincaré, 1989; Andronov, 1933) es una poderosa herramienta con un amplio campo de aplicaciones en ciencia e ingeniería. Los matemáticos René Thom y E.C. Zeeman (Thom, 1975) sugieren que la teoría de singularidades y sus aplicaciones debería llamarse teoría de catástrofes.

La teoría de catástrofes tiene por ende sus orígenes en la teoría de singularidades de aplicaciones suaves y en la teoría de bifurcaciones de sistemas dinámicos. En el caso de la teoría de singularidades se trata de una generalización muy amplia del estudio de funciones en puntos máximos y mínimos, sólo se sustituyen las funciones por aplicaciones que son colecciones de varias funciones de varias variables. Bifurcación quiere decir ramificación y se usa en un sentido amplio para designar todo tipo de reorganizaciones cualitativas mientras que catástrofes son cambios bruscos que surgen como respuesta repentina de un sistema a un cambio suave en las condiciones externas. Había muchos intentos de aplicar la teoría de catástrofes a materias tan diversas como el estudio del latido del corazón, la lingüística, la economía, la geología, la estabilidad de los barcos, los motines en las prisiones y la influencia del alcohol en conductores.

Conclusiones

Los contenidos matemáticos han cambiado en las últimas décadas y también la manera de hacer matemáticas.

Si el investigador matemático adoptó nuevos métodos de trabajo de exploración y descubrimiento, con mayor razón el profesor de matemáticas debe incluir estas técnicas en sus clases. Equipo de cómputo y calculadoras son excelentes herramientas para lograr ésto. El aprendizaje activo es más efectivo y la exploración dirigida hace la matemática interesante y atractiva, los alumnos aprenden contenidos matemáticos y hábitos de construir el conocimiento, de "matematizar" y así encontrar la utilidad de conceptos matemáticos. La resolución de problemas debe ser central en el quehacer matemático de profesores y alumnos.

Los cursos de actualización para profesores de matemáticas deben incluir tópicos contemporáneos, muchos de los cuales se pueden llevar también al nivel de los alumnos.

Como ejemplo mencionamos un trabajo de Goldenberg (1989) en el cual se propone llevar la geometría de fractales a la escuela secundaria y preparatoria. Como medio gráfico se usa el LOGO (Abelson, Disessa, 1981) de una microcomputadora. De esta manera se incorpora una rama importante de la matemática del siglo XX al nivel medio-superior y se ilustra la cultura y vitalidad de la investigación en la matemática actual. También el concepto de funciones iterativas y recursivas se puede introducir en el nivel medio-superior al igual que el estudio de la función logística (NCTM, 1991).

Es urgente que los profesores de matemáticas del nivel medio-superior y los educadores en matemáticas que se ocupan del mejoramiento de tales maestros intenten seriamente terminar el virtual divorcio entre la matemática contemporánea y la investigación en este campo y los contenidos de los cursos que se ofrecen a los alumnos. Debemos buscar alternativas a la vieja costumbre de enseñar una matemática anticuada, estática y mecanizada de manera anticuada, estática y mecanizada.

Si logramos incluir tópicos matemáticos contemporáneos que se prestan para la adopción de un estilo de aprendizaje visual y experimental, podríamos iniciar cambios dramáticos y fundamentales en el desempeño de los alumnos (Goldenberg, 1989).

Tópicos de investigación de frontera en matemática que tienen una gran aplicabilidad en otras ciencias pueden jugar un papel importante en los contenidos de la matemática en la escuela para atraer los alumnos a la belleza intelectual de la matemática y su utilidad. Herramientas gráficas de alta velocidad y definición en computadoras pueden ser un factor importante en esta apertura.

Si matemáticos investigadores cooperan con profesores de matemáticas del nivel medio-superior será posible darle una información actualizada, mejorando su cultura matemática y fomentando nuevos métodos de hacer matemáticas.

La vitalidad de la matemática contemporánea que experimentan los matemáticos, está en contraste a lo que viven la mayoría de los alumno debido a que los matemáticos tratan de resolver problemas novedosos mientras que los alumnos se enfrentan con "problemas" que sus maestros pueden resolver. De ahí que la matemática aparece como un cuerpo de hechos y técnicas, muerto e inerte, que heredamos de nuestros antepasados, que no admite exploración, tal que cada pregunta tiene una y sólo una respuesta que alguien ya sabe (Goldenberg, 1989). Es tiempo que hagamos un esfuerzo de cambiar esta imagen de la matemática.

BIBLIOGRAFÍA

ABELSON H., DI SESSA, (1981): Turtle Geometry: The computer as a medium for exploring mathematics. Cambridge, MA: MIT Press.

ALVARADO, Z. J., (1990): La Enseñanza de las Matemáticas y los Índices de Reprobación en el Colegio de Bachilleres. Memoria del Encuentro de Profesores de Matemáticas.

ARNOLD, V. I., (1987): Teoría de Catástrofes. Alianza. Universidad. Madrid.

BERGAMINI, D., (1964): Matemáticas. Colección Científica de LIFE en Español. México. Pág. 165.

GOLDENBERG, E. PAUL, (1989): Seeing Beauty in Mathematics: Using Fractal Geometry to Build a Spirit of Mathematical Inquiry. Journal of Mathematical Behavior 8, 169-204.

ICMI STUDY SERIES, (1986): The Influence of Computers and Information on Mathematics and its Teaching. Cambridge. University Press.

KAUFMAN, A., (1982): Introducción a la Teoría de los Subconjuntos Borrosos. CECSA, México.

NCTM (1991): Student Math Notes. September 1991.

PEITGEN, M. O.; RICHTER, P. H., (1986): The Beauty of Fractals. Springer-Verlag, Berlin.

RUIZ, M., (1990): Fractales —el orden que surgió del Caos. Muy Interesante. Año 6, No. 8, Pág. 32.

SÁNCHEZ, C., (1990): La matemática en la síntesis del panorama científico. Educación Matemática, Vol. 2, No. 3.

SEIDMAN, S. A.; RICE M. D., (1986): A Fundamental Course in Higher Mathematics Incorporating Discrete and Continuous Themes. ICMI Study Series No. 1, Cambridge University Press.

STWERTKA, A., (1987): Recent Revolutions in Mathematics, Science Impact, Franklin Watts, New York.

TRILLAS, E., (1980): Conjuntos Borrosos. Editorial Vicens-Vives.

THOM, R., (1975): Catastrophe Theory: Its Present State and Future Perspectives, in: Dynamical Systems - Worwik 1974. Lect. Notes Math. 468, Springer Verlag. Berlin.

WENZELBURGER, E., (1987): La Influencia de las Computadoras en la Enseñanza de las Matemáticas en la Universidad. Didac, 11 p.

WHITNEY, H., (1955): On Singularities of Mappings of Euclidean Spaces. I. Mappings of the Plane into the Plave. Math. 62, 374-410.

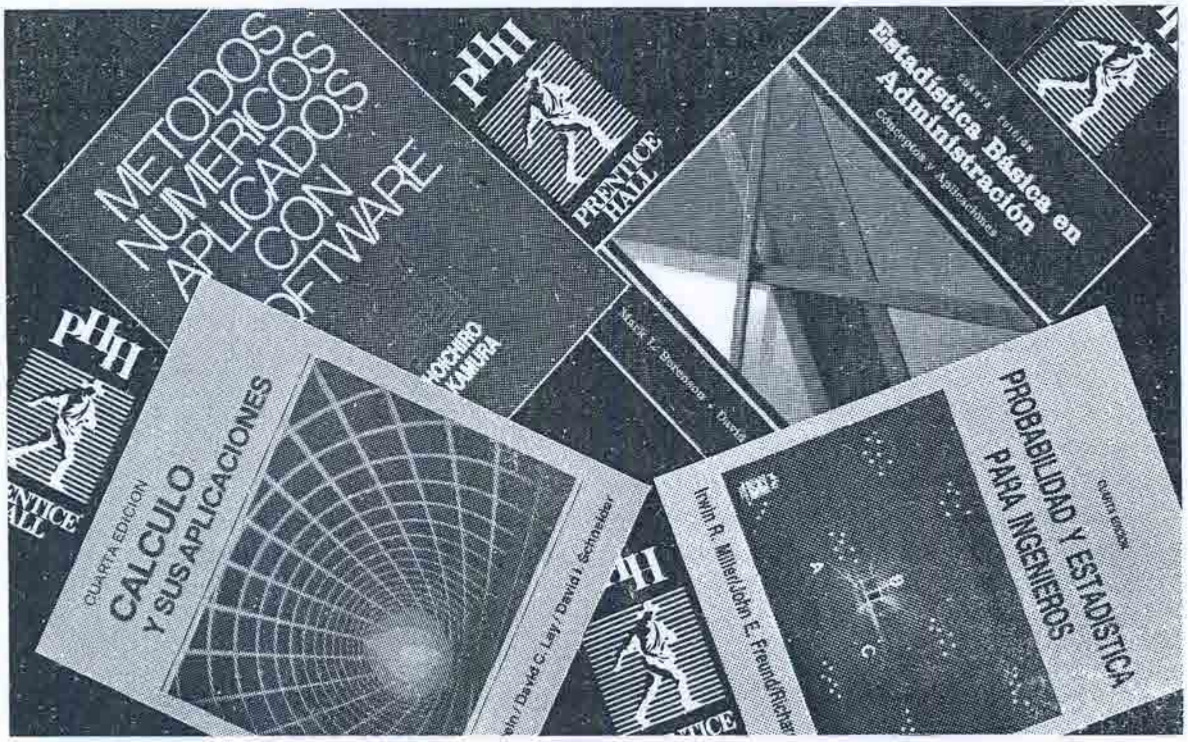
WIENER, N., (1981): Yo, matemático, ed. CONACyT, México.

ZADEH, L. A., (1965): Fuzzy Sets. Information and Control, 8, 338-353.

PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, S.A.

A Paramount Communications Company

OBRAS DE ACTUALIDAD



Nakamura Shoichiro
Métodos Numéricos Aplicados con Software

La obra presenta un tratamiento práctico e intuitivo a nivel licenciatura de los métodos numéricos y computacionales que se imparten en el segundo y tercer semestre del tronco común de ingeniería. Capacita a los estudiantes a comprender los arreglos numéricos para resolver problemas matemáticos, científicos y de ingeniería, utilizando la computadora, así como preparar sus propios esquemas, escribir programas y utilizar con mayor eficiencia el software existente.

La obra ofrece muchos ejemplos e ilustraciones, para que el alumno con mínimos conocimientos en matemáticas pueda comprender fácilmente todos los cálculos.

El texto contiene programas reales que pueden emplearse en aplicaciones científicas y prácticas utilizando la computadora.

Presenta problemas de la vida real que ilustran las aplicaciones de diversos métodos; sobre-relajación sucesiva, interpolación transfinita, ecuaciones diferenciales, parciales hiperbólicas y la transformación exponencial doble.

Berenson Mark L. - Levine M. David
Estadística Básica en Administración: Conceptos y Aplicaciones
Baruch College

Las características innovadoras de esta obra incluyen un enfoque dinámico en la base de datos y la utilización de la información proporcionada por la computadora, como una ayuda en la toma de decisiones y resolución de problemas, lo que hace que este texto destaque entre todas las demás obras afines.

La obra es ideal para cursos de administración, contabilidad financiera y economía, que requieren métodos de estadística aplicada.

Incluye la filosofía de Deming sobre administración de calidad y productividad, así como los diagramas de Pareto y Digidot. Proporciona más de 1300 problemas del ámbito práctico real y ejercicios definidos como "problemas de acción".

Goldstein J. Larry - Lay C. David - Schneider I. David.
University of Maryland
Cálculo y sus aplicaciones

Este es un texto relevante que se ha adoptado ampliamente por su claro estilo de exposición y enfoque intuitivo; por el amplio uso del análisis gráfico y de razonamientos geométricos informales en las comprobaciones; por el énfasis que se da a las aplicaciones del cálculo en la vida contemporánea y su uso global en cualquier situación que requiera de las matemáticas, así como su detallada atención a los problemas reales y potenciales a los que pueda enfrentarse el estudiante de esta materia.

Miller Irwine (Vice president of John Reilly and Associates Inc.)
Freund E. John (Arizona State University)
Johnson A. Richard (University of Wiscounsin Madison)
Probabilidad y Estadística para Ingenieros

Este libro de reconocida aceptación, ofrece bases teóricas sólidas para el desarrollo de métodos estadísticos modernos de probabilidad. Explora las aplicaciones que ponen de relieve las bases para los métodos estadísticos.

Es apropiado para un curso introductorio a niveles medio y superior de Probabilidad y Estadística para estudiantes de ingeniería, física y matemáticas.

La obra contiene una gran cantidad de problemas de aplicación en la vida real. Contiene fórmulas, teoremas y reglas con su explicación correspondiente, enmarcados para su fácil localización.

Incorpora nuevos conceptos que hacen de este texto una obra sumamente actualizada.

ENRIQUE JACOB G. Nº 20 NAUC. DE JUAREZ, EDO. MEX. C.P. 53500 TELEX 172379 PHHME APDO. POST. 126 TELS.: 358-84-00 576-53-48 (VENTAS) FAX 358-43-07