

# Problemas Algebraicos de los Egresados de Educación Secundaria

## Introducción

Cuando un alumno ingresa al nivel medio superior tiene que cursar materias como física, química, estadística, probabilidad, cálculo y otras que requieren del buen uso de las matemáticas, que exigen un manejo correcto del álgebra y de la aritmética. La deficiencia en el conocimiento caracteriza un fracaso escolar, tanto para la institución como para el alumno, al obligarlo a repetir la materia o darse de baja.

Los maestros se percatan del mal uso del álgebra que los alumnos de nuevo ingreso muestran en su desempeño escolar, atribuyéndolo a la deficiente formación en el nivel secundaria. Otros, lo explican por la falta de vinculación entre los contenidos de la secundaria y del bachillerato.

Para superar este problema se organizan cursos de álgebra, o los profesores repasan contenidos programáticos que consideran importantes.

Sin embargo, se carece de información que permita identificar estas deficiencias algebraicas y ubicar con precisión los contenidos de la secundaria que permitan al alumno "saber" álgebra.

Es propósito de este trabajo dar a conocer los resultados recogidos al aplicar una encuesta a 150 alumnos de nuevo ingreso a nivel bachillerato, para caracterizar sus deficiencias algebraicas.

## La muestra

En el curso escolar de septiembre 90/junio 91 del Colegio de Bachilleres, Plantel Chetumal, se conformaron seis grupos del primer semestre: A, B, C, D, E y F.

Para la conformación de estos grupos se consideró el promedio de la calificación del nivel de secundaria y la prueba de admisión, ubicándolo en forma descendente del grupo A al F.

De esta manera, los 150 alumnos encuestados corresponden a los grupos A, C y F, tratando de conformar una muestra representativa.

**Miguel Ángel Santos Guillermo**

UPN-23, Chetumal, Q.R.

Las características de sexo y edad se muestran en los siguientes cuadros.

SEXO		EDAD						
M	F	14	15	16	17	18	19	20
69	81	41	75	25	3	3	1	2

Con respecto a la característica de escuela secundaria de procedencia, se identifican estar presentes todas las escuelas de la ciudad; las federales: "Adolfo López Mateos" (ALM), "Valentín Gómez Farías" (VGF), "David Alfaro Siqueiros" (DAS), Técnica No. 2 (TEC-2), Técnica No. 15 (TEC-15); y las particulares: "Hidalgo" y "Cumbres". Así como las foráneas, que son las escuelas de los poblados de la periferia (Escuelas secundarias técnicas y Telesecundarias) y escuelas secundarias de otros estados.

Los 150 estudiantes encuestados se distribuyeron con respecto a esta característica de la siguiente forma.

ESCUELA	FRECUENCIA
ALM	72
VGF	10
DAS	7
TEC-2	17
TEC-15	9
HIDALGO	10
CUMBRES	3
FORÁNEAS	22
<b>TOTAL</b>	<b>150</b>

### La encuesta

La encuesta se conformó con 33 reactivos, y en cada uno de ellos se planteó un contenido algebraico con un desarrollo correcto y otro incorrecto, pidiendo al alumno que seleccionara el correcto. El desarrollo incorrecto de cada opción es un error algebraico de los más conocidos y que con mayor frecuencia cometen los alumnos al realizar sus ejercicios, tareas y exámenes.

Se pretendió con esta encuesta:

1. Obtener la frecuencia de cada error algebraico.
2. Describir los contenidos temáticos con mayor frecuencia de errores algebraicos.
3. Identificar, por escuela, el porcentaje de errores algebraicos, en lo general y por contenido temático.

Los errores algebraicos que contiene la encuesta son:

TEMA	ERROR ALGEBRAICO	NO. REACT.
	$3x - 1 = 8$	
DESPEJE	$3x = 8 - 1$	12
DE	$3x = 9$	
VARIABLES	$x = 9 - 3$	31
	$-5x = 25$	
	$x = \frac{25}{5}$	23
LEY DE LOS	$-(x + y) = -x + y$	13
SIGNOS	$x - (x + y) = -x^2 - xy$	24
OPERACIONES	$\frac{a \cdot b}{c} \quad \frac{ab}{ac}$	32
CON	$\frac{a + a}{x} \quad \frac{a}{x + y}$	11
RACIONALES	$\frac{2}{3} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{7}{6}$	22
LEY	$2x(x - 1) = 2x^2 - 1$	25
DISTRIBUTIVA	$(a)(x)(y) = (ax)(ay)$	21
	$a(-x + y) = a - x + y$	14
	$2x^2 - x = x(2x - x)$	33
FACTORIZACIÓN	$a^2 - b^2 = (a - b)^2$	1
	$x^2 - 2xy + y^2 = (x + y)(x - y)$	10
	$x^0 = 0$	18
	$(a^2)^3 = a^8$	17
	$a^2 + b^2 = a + b$	27
LEYES	$(x^2)(x^4) = 2x^8$	26
DE LOS	$\frac{20x^{12}}{4x^3} = 5x^4$	30
EXPONENTES	$a^3 = a^{2/3}$	4

	$a^{-2} = 0/a^2$	19
PRODUCTOS	$(x - y)^2 = x^2 - y^2$	7
NOTABLES	$(a + b)(a - b) = 2a$	3
	$(a + 3)(a - 5) = a^2 - 2$	20
TÉRMINOS	$x^3 - x^2 = x$	28
SEMEJANTES	$x + x = x^2$	15
	$x + y = 2xy$	8
USO DEL	$x/0 = 0$	5
CERO	$0/a + b = a + b$	9
	$0/0 = 0$	29
	$a/a(a + b) = a + b$	6
LEYES DE	$a + b/a = b$	16
CANCELACIÓN	$ab/ab = 0$	2

### Resultados

A continuación se muestra la frecuencia que obtuvo cada error algebraico, ordenados del mayor al menor.

REACTIVO	FREC.	%
24	116	77
28	103	69
11	101	67
29	100	67
6	87	58
1	85	57
27	85	57
23	83	55
26	81	54
33	80	53
16	73	49
30	72	48

7	71	47
32	71	47
18	70	47
8	67	45
10	65	43
5	64	43
25	62	41
4	61	41
9	58	39
31	53	35
20	52	35
19	49	33
15	48	32
12	39	26
22	38	25
21	37	25
13	36	24
2	32	21
14	27	18
3	15	10
17	15	10

Considerando que los 33 errores algebraicos se agrupan en 10 temas, el siguiente cuadro registra la frecuencia promedio de cada uno de ellos ordenados decrecientemente.

<u>TEMA</u>	<u>FREC.</u>	<u>%</u>
Ley de los signos	77	51
Factorización	77	51
Términos semejantes	74	49
Uso del cero	71	47
Operaciones con racionales	68	45
Leyes de cancelación	65	43
Leyes de los exponentes	65	43
Productos notables	60	40
Despeje de variables	57	38
Ley distributiva	47	31

La muestra de 150 alumnos encuestados estuvo formada por el 85% de alumnos provenientes de alguna escuela secundaria de la ciudad, y el 15% de algún poblado de la periferia o de otro estado. A continuación se indica por escuela el porcentaje de los errores algebraicos en lo general y por tema.

TEMA/ESC.	ALM	VGf	DAS	HDG	TEC2	TEC15	CUM	FOR	TOTAL
Factoriz.	49	50	33	47	49	82	45	56	51
Ley signos	51	45	58	35	50	62	50	55	51
Términos sem.	50	50	52	53	43	48	55	42	49
Uso del cero	49	67	33	57	49	44	33	47	47
Oper. racion.	46	50	47	50	45	56	22	47	45
Leyes cancel.	43	30	29	50	39	56	56	44	43
Leyes expon.	39	53	66	36	44	46	24	38	43
Productos not.	65	40	29	27	41	45	33	43	40
Despejar var.	39	37	43	33	41	29	44	41	38
Ley distrib.	18	23	38	23	26	48	22	47	31
TOTAL	45	45	43	41	43	52	38	46	44

## Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos se pueden enunciar las siguientes conclusiones:

- I. Las escuelas secundarias que presentan mayor porcentaje de errores algebraicos en orden decreciente son:
  - a. Técnica No. 15
  - b. Foráneas
  - c. "Adolfo López Mateos" y "Valentín Gómez Farías"
  - d. "David Alfaro Siqueiros" y Técnica No. 2
  - e. "Hidalgo" (particular)
  - f. "Cumbres" (particular)
  
- II. Los errores algebraicos de mayor porcentaje por escuela son:
 

"Adolfo López Mateos"	Productos notables
	Ley de los signos
	Términos semejantes
"Valentín Gómez Farías":	Uso del cero
	Factorización
	Términos semejantes
	Operaciones con racionales
"David Alfaro Siqueiros":	Leyes de los exponentes
	Ley de los signos
	Términos Semejantes

"Hidalgo":	Uso del cero Términos semejantes Operaciones con racionales Leyes de cancelación
Técnica No. 2:	Ley de los signos Factorización
Técnica No. 15	Uso del cero Factorización Ley de los signos Operaciones con racionales Leyes de cancelación
"Cumbres" particular:	Leyes de cancelación Términos semejantes Ley de los signos
Foráneas:	Factorización Ley de los signos Uso del cero Operaciones con racionales Ley distributiva

III. Los temas que el profesor de matemáticas debe atender con mayor importancia en la secundaria son:

1. Ley de los signos: que permita la eliminación de paréntesis en los casos siguientes:

a. Adelante hay signo menos (-)

$$x - (3x + 4y) = x - 3x - 4y$$

b. Adelante hay signo más (+)

$$5x + (2x - 3y) = 5x + 2x - 3y$$

2. Factorización: que sea capaz de factorizar los casos siguientes:

a. Por término común:  $2x^2 - 6x = 2x(x - 3)$

b. Diferencia de cuadrados:

$$9x^4 - 25y^{10} = (3x^2 + 5y^5)(3x^2 - 5y^5)$$

c. Trinomio cuadrado perfecto:

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

d. Trinomio de 2o. grado:

$$x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$$

3. Términos semejantes: que sea capaz de identificarlos para su reducción en los casos siguientes:

a. Cuando son términos semejantes:

$$2x^2 + x^2 = 3x^2$$

b. Cuando no son términos semejantes:

$$2x^3 + x^2 = 2x^3 + x^2$$

4. Uso del cero: que obtenga el cociente adecuado en los casos que el cero sea:

a. Divisor:  $x/0 =$  operación indefinida

b. Dividendo:  $0/y = 0$

c. Divisor y dividendo al mismo tiempo:

$$0/0 = \text{operación indefinida}$$

5. Operaciones con racionales: que resuelva correctamente las operaciones siguientes:

a. Suma:  $a/x + a/y = ay + ax/xy$

b. Resta:  $2/x - 4/y = 2y - 4x/xy$

c. Producto:  $a \cdot b/c = ab/c$

d. Cociente:  $x \div y/z = xz/y$

6. Leyes de cancelación: que aplique la cancelación adecuadamente en fracciones, cuando el numerador y denominador tengan:

a. Factor común:  $\frac{a}{a(x+y)} = \frac{1}{x+y}$

b. Término común:  $\frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a}$

c. Términos semejantes:  $xy/xy = 1$

7. Leyes de los exponentes: que las aplique correctamente en los siguientes casos con términos de la misma base:

a. Producto:  $(2x^3)(3x^2) = 6x^5$

b. Cociente:  $6x^8/2x^2 = 3x^6$

c. Potencia de potencia:  $(2x^4)^3 = 8x^{12}$

- d. Potencia cero:  $3x^0 = 3$
- e. Potencia negativa:  $4x^{-3} = 4/x^3$
- f. Potencia fraccionaria:  $x^{1/2} = x$
- IV. Las escuelas del nivel de bachillerato deben implementar cursos de álgebra sobre los temas anteriormente enlistados para que los alumnos mejoren su desempeño en materias como física, química, trigonometría, geometría analítica, cálculo, probabilidad y estadística.
- V. Las escuelas secundarias deben adecuar sus programas de estudio priorizando el aprendizaje de los temas antes enlistados para capacitar mejor a sus alumnos en el éxito de sus estudios posteriores.
- VI. Se hace necesario también que se investigue acerca de las situaciones de aprendizaje que permitan al alumno de secundaria acceder a estos contenidos algebraicos. ¿Qué requisitos requiere el alumno para estar en condiciones de aprender estos temas? y ¿cómo puede aplicar este aprendizaje en la resolución de problemas de su cotidianidad? Estas y otras interrogantes necesitan ser contestadas para proponer situaciones de aprendizaje que permitan a los alumnos de secundaria acceder a los contenidos algebraicos mencionados.

#### **Bibliografía**

**SANDOVAL, GONZÁLEZ JORGE.**

*Análisis de errores en el uso del Álgebra a nivel CCH.* Sección de Matemática Educativa. CINVESTAV. Tesis de Maestría.

**DÍAZ, GÓMEZ JOSÉ LUIS.** *Los profesores y los errores algebraicos.* Boletín No. 11. Departamento de Matemáticas de la Universidad de Sonora. Noviembre de 1988.

#### **Resumen**

*El presente trabajo pretende caracterizar las deficiencias algebraicas en alumnos que egresan del nivel secundaria jerarquizándolas por temas y por escuelas. Esto es resultado de la aplicación de una encuesta a tres grupos de primer semestre del Colegio de Bachilleres, Plantel Chetumal, en el Edo. de Quintana Roo. Sus conclusiones permiten identificar los contenidos programáticos que el profesor de secundaria debe priorizar en el proceso enseñanza-aprendizaje, y las adecuaciones que deben hacer los profesores de bachillerato en el desarrollo de los programas de materias tales como Matemáticas, Física y Química.*