■ EDUCACIÓN MATEMÁTICA ■ Vol. 5 - No. 1 • Abril 1993 ■ © GEI ■ Pág. 7 ■

ARTICULOS

Conflictos Cognitivos en la Adquisición de Conceptos de Probabilidad

Resumen

En este trabajo se analizan algunos de los conflictos cognitivos que surgen en el aprendizaje de conceptos de probabilidad. Experiencias realizadas con estudiantes universitarios adultos en dos cursos: Introducción a la Probabilidad, e Inferencia Estadística, muestran que el esquema de proporcionalidad se sobrepone al pensamiento probabilístico aun después del primer curso. Se sugieren algunas actividades para superar dicho conflicto.

Introducción

El curso *Introducción a la Probabilidad* es uno de los más serios escollos que enfrentan los estudiantes de Ingeniería y Administración en la UNA. Este no es un hecho aislado en la educación superior; el desarrollo del pensamiento probabilístico en los estudiantes es un proceso complejo que ha de superar varios obstáculos.

Entre los diversos conflictos que se presentan en la formación de conceptos de probabilidad, dos de los más relevantes son:

— El predominio casi absoluto de los modelos determinísticos en la enseñanza de las ciencias en la Educación Media.

— El conflicto de los esquemas operatorios de proporcionalidad y probabilidad en el estadio de las operaciones formales.

En lo que sigue examinaremos algunas situaciones donde se pone en evidencia el último de los obstáculos mencionados.

Fernando Castro Gutiérrez

Universidad Nacional Abierta, Venezuela

Antecedentes Históricos

Una de las primeras manifestaciones del conflicto entre los esquemas de proporcionalidad y probabilidad la encontramos en la discusión de un conocido problema propuesto por el Caballero de Meré, a Pascal:

(a) Hallar la probabilidad de que salga por lo menos un "seis", al tirar un dado cuatro veces.

(b) Hallar la probabilidad de que salgan dos "seises" por lo menos una vez, al tirar dos dados veinticuatro veces.

Como sabemos, la probabilidad de no sacar el seis en una jugada es 5/6, y la de no sacarlo en cuatro jugadas es $(5/6)^4$; luego la probabilidad buscada es $P = 1 - (5/6)^4 = 0.517\ldots$ Por otra parte, la probabilidad de obtener un doble seis al tirar dos dados es 1/36, y la de no obtenerlo en 24 jugadas es $(35/36)^{24}$. Así, la probabilidad de obtener dos seises por lo menos una vez en 24 jugadas es $P = 1 - (35/36)^{24} = 0.49\ldots$

El Caballero de Meré no se explicaba que dichas probabilidades fuesen distintas, aun cuando la razón entre el número de tiradas y el número de casos posibles fuese 2:3 en ambas situaciones (Santaló, 1980). El Caballero de Meré estaba sobreponiendo un esquema proporcional a una situación de probabilidad.

Algunas Experiencias

A un grupo de estudiantes de un primer curso de Probabilidad —en cuyos estudios de educación media no estaba dicho tema— se les pidió resolver el siguiente problema:

> De un lote de 1200 ventiladores, 400 están defectuosos y 800 no, y se toma una muestra de 200 aparatos. ¿Cuál es la probabilidad de que haya 80 defectuosos?

Los estudiantes dieron con la respuesta correcta, asociada a la distribución hipergeométrica:

$$\mathrm{P}(80) = \frac{\binom{400}{80}\binom{800}{120}}{\binom{1200}{200}}$$

Ante la complejidad de los cálculos, plantearon la posibilidad de reducir todos los datos a la décima parte, pensando que la probabilidad no variaría.

Un cálculo con datos más pequeños nos muestra que la probabilidad varía al hacer reducciones o ampliaciones proporcionales. Para ello consideramos el siguiente cuadro:

M	D	N	X	P(x)
5	3	2	1	3/5
10	6	4	2	3/7
15	9	6	4	48/143

M = Tamaño de la población
D = Número de defectuosos en la población
N = Tamaño de la muestra
X = Número de defectuosos en la muestra.

La explicación a esta situación la proporciona la "Ley de los Grandes Números". Al momento de plantear el problema que comentamos, dicha ley aún no había sido estudiada en el curso, y los estudiantes no manejaban ninguna aproximación a la misma.

Al tratar contenidos de Inferencia Estadística aún persisten algunos conflictos en los estudiantes entre el pensamiento probabilístico y el esquema de proporcionalidad.

El análisis de tablas de contingencia permite poner en evidencia esas dificultades. Supongamos que ha de estudiarse la relación entre la variable "sexo" y la preferencia entre las marcas A y B de un cierto producto comercial, en las muestras que a continuación se indican:

Muestra No. 1

Marca	*Varones*	*Damas*
A	28	22
B	23	27

Muestra No. 2

Marca	*Varones*	*Damas*
A	280	220
B	230	270

La mayoría de los estudiantes afirma, a priori, que a igual nivel de significación, la decisión acerca de la independencia de las variables será la misma para ambas muestras, argumentando que en éstas se mantienen las proporciones. Sin embargo, sabemos que el valor de *ji*-cuadrada es proporcional al tamaño de la muestra. Así, tomando $\alpha = 0.05$; en la muestra No. 1 se obtiene $\chi^2 = 1$ y la diferencia se considera no significativa. En cambio en la otra muestra $\chi^2 = 10$ y la diferencia es significativa.

En este caso el conflicto se presenta entre la interpretación de la Ley de los Grandes Números, el esquema de proporcionalidad y la noción laplaciana de probabilidad.

Conclusiones y Recomendaciones

Se observa un paralelismo con las conclusiones de investigadores que han trabajado con adolescentes que se inician en probabilidad en la Enseñanza Media. Acevedo y Sánchez (1991) declaran que el esquema de proporcionalidad se logra antes que el de probabilidad, y en muchos casos éste último no se alcanza en la Educación Media.

Este desfase explicaría en parte, en nuestro caso, el predominio del esquema de proporcionalidad sobre el de probabilidad. En relación con la dificultad encontrada para interpretar la Ley de los Grandes Números, los investigadores Piaget e Inhelder (1982) señalan el carácter tardío del manejo de dicha ley en adolescentes, que ya han accedido al estadio de las operaciones formales.

Estos antecedentes indican que la formación de conceptos de probabilidad y la cabal comprensión de algunos teoremas son procesos laboriosos y de lenta gestación. De ahí la importancia de iniciar en la Enseñanza Media la preparación para construir los conceptos de probabilidad. Santaló (1988) ha desarrollado interesantes trabajos apoyando la gestación de esos conceptos en actividades experimentales —principalmente a través de la simulación—, utilizando tablas de números aleatorios. Borrás y Morata (1989) reportan actividades de familiarización con el azar desarrolladas en la Escuela Básica. En ese nivel, mediante juegos con fichas y dados, los niños abordan problemas de probabilidad. En esta forma tienen acceso a soluciones aproximadas. Estas primeras vivencias son las que más tarde darán sentido a una presentación más formal de conceptos y resultados básicos de la Teoría de la Probabilidad.

Tales actividades son también recomendables para estudiantes adultos que no hayan vivido una iniciación sistemática a la Probabilidad antes de ir a la Universidad.

BIBLIOGRAFÍA

ACEVEDO, J.A. y ROMERO, S. (1991). "El error sistemático en la resolución de problemas de proporcionalidad y probabilidad", *ÉPSILON*, No. 19, pp. 9-22, Sevilla.

BORRAS, E. y MORATA, M. (1989). "El azar y su aprendizaje", *SUMA*, No. 3. pp. 21-27, España.

CANAVOS, G. (1987). *Probabilidad y Estadística*, México: McGraw-Hill.

FREUND, J. y WALPOLE, R. (1980). *Mathematical Statistics*, N. J.: Prentice-Hall.

PIAGET, J. e INHELDER, B. (1982). *Psicología del Niño*, Ediciones Morata, p. 144.

SANTALÓ, L.A. (1980). "*Probabilidad e Inferencia Estadística*", *Monografía No. 11*, O.E.A.-Washington D.C.

SANTALÓ, L.A. (1988). "La probabilidad en la Escuela Media: uso de tablas de números al azar". *ÉPSILON*, No. 10, pp. 9-22, Sevilla.