

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PROGRESIÓN ARITMÉTICA

ANDRÉS ACOSTA, OSCAR CUERVO, MARIBELL PINZÓN Y SALVADOR
SALAMANCA

BOGOTÁ, NOVIEMBRE DE 2017

INTRODUCCIÓN

En este documento, presentamos el trabajo desarrollado por el grupo uno de la cuarta cohorte de la maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. Lo hemos enfocado en el análisis de los elementos de la progresión aritmética. En primer lugar, mostramos el resumen de la experiencia durante el proceso de formación en la maestría. En segundo lugar, exponemos el resultado de la planificación, implementación y evaluación del diseño curricular de la unidad didáctica progresiones aritméticas por medio de una cartilla.

RESUMEN DE LA EXPERIENCIA

En este apartado, presentamos el proceso que realizamos para diseñar un conjunto de actividades que contribuyen al tema de la progresión aritmética en el grado noveno. Los estudiantes, al desarrollar las actividades, lograrán observar la relación entre dos conjuntos y el comportamiento de los términos de la progresión.

Para diseñar el conjunto de actividades, iniciamos con un análisis de la estructura del tema. Luego, establecemos lo que esperamos que los estudiantes aprendan. Después, diseñamos unas tareas que contribuyen al aprendizaje de los estudiantes. Las presentamos en una secuencia de tareas estructurada y analizada (Gómez, Mora y Velasco, 2017, pp. 50-51). A continuación, presentamos la planificación del seguimiento que realizamos en cada sesión para obtener la información relacionada con el aspecto afectivo y cognitivo en la implementación de las actividades. Finalmente, evaluamos los resultados para realizar ajustes a las actividades y concretamos el diseño final de la unidad didáctica.

1. DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

La unidad didáctica es el conjunto de actividades que diseñamos para contribuir a la enseñanza de la progresión aritmética. Organizamos estas actividades por medio de una secuencia de sesiones. En cada sesión, realizamos un análisis del aprendizaje de los estudiantes y de la actitud que tienen al solucionar las actividades planeadas.

Iniciamos el diseño de la unidad didáctica al especificar el tema y relacionar las normas a nivel nacional que lo rigen en la educación básica secundaria. Luego, asociamos la progresión al plan de asignatura de la institución Normal de Gacheta, institución en la que implementamos la unidad didáctica.

Asociamos la progresión aritmética con los estándares básicos de competencia de octavo y noveno, específicamente con el tercer estándar del pensamiento variacional (MEN, 2006, p. 87). Por ejemplo, relacionamos la progresión aritmética cuando se utiliza la fórmula general para realizar conjeturas frente a los términos. También vinculamos este tema con la validación de la solución a la situación problema.

Además, relacionamos la progresión aritmética con el documento de marco PISA 2012 (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013), en el que asociamos el tema a las categorías de contenido de cambio y cantidad.

1.1. Estructura del tema

Identificamos las diferentes características del tema para interpretar la relación que tienen con una progresión aritmética; por ejemplo, la diferencia constante que se observa en cada término. La construcción de una progresión aritmética nos permite asociarla a otros contenidos de la matemática escolar; por ejemplo, cuando determinamos la progresión aritmética como una función en la que el dominio es el conjunto de los enteros positivos. En el mapa conceptual de la progresión aritmética, relacionamos algunos de los contenidos matemáticos. Esta información se encuentra ampliada en el anexo 1.

La estructura de la progresión aritmética presenta propiedades y elementos que la caracterizan: el índice, el primer término y la diferencia entre término y término. Además, la progresión aritmética que puede tener finitos o infinitos términos, puede ser creciente o decreciente, entre otras propiedades. Organizamos toda la información en un mapa de la estructura de la progresión aritmética que nos ayuda a identificar las relaciones entre las características y los términos de la progresión aritmética. Presentamos este mapa conceptual en el anexo 2.

Podemos representar la progresión aritmética de diferentes maneras, al establecer la relación entre el índice y los términos de la progresión. Identificamos varias formas de representar las progresiones aritméticas como la fórmula general, el plano cartesiano, entre otras representaciones. Presentamos esta información en detalle en el anexo 3.

Hemos realizado el análisis del tema de nuestra unidad didáctica desde diferentes contextos. En un primer momento, consultamos cómo el hombre en la historia ha utilizado la progresión aritmética en la producción agrícola, la construcción, el ahorro y el gasto. Luego, asociamos la progresión aritmética con el contexto actual, al vincular sus elementos a situaciones de ahorro, construcción, siembra y depreciación, entre otras.

Relacionamos en un mapa toda la información de la estructura de la progresión aritmética. En este mapa conceptual, indicamos la relación con otros temas escolares, las formas de representar la progresión y los contextos en los que se puede evidenciar (ver anexo 4). Esta información nos permite observar la relación entre la estructura de la progresión aritmética y los diferentes aspectos que aportan para el análisis del tema.

1.2. Objetivos de aprendizaje

A continuación, establecemos lo que esperamos que el estudiante aprenda del tema. Para ello, planteamos unos objetivos de aprendizaje, que presentamos a continuación.

Objetivo 1. Identificar el patrón y los elementos de una progresión aritmética, para determinar la solución de una situación problema.

Objetivo 2. Realizar traducciones entre los diferentes sistemas de representación que modelan una progresión aritmética, para justificar el análisis de los resultados obtenidos.

Al comenzar el proceso de diseñar los objetivos, tuvimos en cuenta los conocimientos previos que el estudiante debe tener para poder resolver las diferentes tareas de la unidad didáctica (ver anexo 5). Asociamos los conocimientos previos con los procesos que realiza un estudiante para solucionar una situación que involucra la progresión aritmética y con los conocimientos que se necesitan al utilizar las diferentes representaciones de una progresión.

Para caracterizar los objetivos, diseñamos una situación y establecimos los procesos y procedimientos necesarios para llegar a su solución. Estas son las acciones (ver anexo 6) que el estudiante puede realizar de manera secuencial para poder dar solución a una situación problema. Agrupamos esas acciones en procedimientos. Una estrategia de resolución de una tarea está compuesta por una secuencia de procedimientos, que llamamos criterios de logro. Presentamos esas estrategias en el anexo 8. Asociamos al objetivo 1 quince criterios de logro, en el que algunos tienen más relevancia que otros. Por ejemplo, el criterio en el que los estudiantes determinan el primer término y la diferencia entre cada término de la progresión.

En el desarrollo de la tarea, el estudiante puede presentar dificultades e incurrir en algunos errores. Asociamos a cada acción que el estudiante puede realizar dentro de una estrategia un error en el que puede incurrir. Esto nos permitió obtener una lista de posibles errores en los que un estudiante puede incurrir al solucionar una tarea que involucre progresiones y pensar en las posibles ayudas que el profesor debe activar para que el estudiante pueda continuar con el desarrollo de la situación. Establecimos una lista de errores y sus posibles ayudas, que presentamos detalladamente en el anexo 7.

Por otra parte, relacionamos a cada criterio de logro uno o varios aspectos que se asocian a la actitud del estudiante en el desarrollo de la tarea. Por esta razón, planteamos cuatro ítems asociados a la parte afectiva del estudiante. En cada aspecto afectivo, queremos que el estudiante desarrolle hábitos y habilidades al solucionar las situaciones problema. Presentamos los aspectos afectivos a los que queremos contribuir en el anexo 9.

Después, comenzamos a diseñar las situaciones problema que asocian toda la información de la progresión aritmética y nos ayudan a contribuir al aprendizaje del estudiante y a superar las posibles dificultades y errores para cumplir con el logro del objetivo. Además, observamos las contribuciones en el aspecto afectivo del estudiante cuando desarrolla las actividades planteadas.

1.3.Tareas de aprendizaje

Llamamos tareas de aprendizaje a las situaciones problema que implican un contenido matemático, un requerimiento de acción por parte de los estudiantes y que contribuyan a su aprendizaje. Diseñamos una secuencia de tareas en la que el requisito de una tarea se basa en la meta de la tarea anterior.

Para el objetivo 1, establecimos cuatro tareas que están orientadas a lograr determinar el patrón o diferencia, el índice y el término inicial de la progresión aritmética, y a reconocer las diferentes representaciones en la que se puede observar una progresión aritmética.

Para el objetivo 2, diseñamos tres tareas de aprendizaje que nos permiten afianzar conocimientos de la progresión aritmética; razonamientos y estrategias para la solución de las tareas; el manejo de operaciones con naturales; graficar y representar una situación modelada por una progresión aritmética; realizar traducciones entre sistemas de representación; buscar regularidades y

establecer razonamientos para relacionar la posición e índice; y, a partir del análisis de los elementos de la progresión aritmética, dar validez a los resultados obtenidos.

Además, el estudiante al desarrollar las tareas de aprendizaje de cada objetivo desarrolla las expectativas afectivas planteadas para la unidad didáctica, debido a que él activa los criterios de logro que contribuyen a esas expectativas. Presentamos esta relación en el anexo 10.

Luego de una primera versión de las tareas de aprendizaje, realizamos una revisión que nos permitió establecer de qué manera y en qué medida las tareas aportaban al logro del objetivo. Además, establecimos cómo las tareas de aprendizaje contribuyen a los procesos matemáticos de formular, emplear e interpretar y a las capacidades matemáticas fundamentales de PISA 2012, a la superación de las dificultades y errores de aprendizaje, y al logro de los aspectos afectivos y factores que afectan la motivación.

Después, asociamos a cada tarea los posibles criterios de logro del objetivo y las posibles ayudas relacionadas con los errores que los estudiantes podrían incurrir (ver anexo 11). Generamos las ayudas con el fin de superar las dificultades que se presentan en cada uno de los criterios de logro.

La secuencia de tareas comienza con la prueba diagnóstica y finaliza con una evaluación final y una actividad de cierre en la que los estudiantes puedan socializar todas las situaciones que presentaron en el desarrollo de la unidad didáctica.

Implementamos la prueba diagnóstica en tres sesiones (ver anexo 12), para verificar los conocimientos previos que los estudiantes necesitan para la solución de las tareas presentadas en las siguientes sesiones. Relacionamos a los conocimientos previos unos errores en los que el estudiante puede incurrir.

Aplicamos la segunda parte de la secuencia de tareas en siete sesiones de una hora cada una. Asociamos las cuatro primeras sesiones con las tareas que contribuyen al logro del primer objetivo, en las que el estudiante identifica los elementos de una progresión aritmética y utiliza algún sistema de representación. Las siguientes tres sesiones aportan al logro del objetivo 2. En ellas, el estudiante asocia los elementos de la progresión aritmética entre los diferentes sistemas de representación, generaliza la progresión aritmética y valida los resultados obtenidos a partir de la información inicial.

1.4.Recolección de la información

Diseñamos un diario del estudiante, un diario del profesor y una evaluación final. Los estudiantes completan su diario al final de la sesión en la que solucionan una tarea. La percepción del estudiante se evidencia en el proceso realizado en cada criterio de logro, en el que se resalta cada paso dado para la solución de la tarea. También, en el diario se relaciona la motivación que presenta al solucionar la tarea. Presentamos el formato del diario del estudiante en el anexo 13.

Para el registro de la información que obtiene el profesor, utilizamos un diario en el que él describe de manera global el desarrollo de la actividad en cada sesión y consigna aspectos que permiten analizar lo ocurrido. La información suministrada en el diario permite establecer los ajustes que debemos hacer a la planificación de la sesión de clase en la que se está resolviendo la tarea. Presentamos el formato del diario del profesor en el anexo 14.

El examen final se relaciona con los objetivos de aprendizaje planteados para la unidad didáctica. Nos permite establecer en qué medida los estudiantes logran alcanzar los objetivos. Las

tareas que componen el examen evalúan los aspectos claves de cada objetivo de aprendizaje (ver anexo 15). Además, diseñamos la plantilla de evaluación del examen final, en la que relacionamos los criterios de logro de cada objetivo y el nivel de desempeño que puede tener un estudiante al desarrollar las tareas de evaluación.

Para culminar la implementación, planteamos un sistema de evaluación para la unidad didáctica, en el que se relaciona cada una de las tareas de aprendizaje, el diario del estudiante y el examen final. Asignamos a cada situación relacionada con la evaluación de la unidad didáctica un porcentaje, en el que cada aspecto se puede vincular al sistema de evaluación de cualquier institución educativa.

Socializamos los resultados obtenidos en la evaluación de la unidad didáctica en una sesión final para que cada estudiante conozca el resultado de su proceso y exprese en una encuesta aportes al profesor para continuar las mejoras de la unidad didáctica. También, en la sesión final, llevamos a cabo actividades para aquellos estudiantes que obtienen un desempeño bajo al finalizar la unidad didáctica. Esta situación se describe en la segunda parte del documento (cartilla).

1.5. Análisis de resultados

Luego de la implementación y del proceso sistemático de la recolección y análisis de información, analizamos el logro de los objetivos al tener en cuenta la activación de los criterios de logro en el desarrollo de las tareas de aprendizaje y en el resultado del examen final. En seguida, analizamos el desarrollo de las capacidades y procesos matemáticos de marco PISA 2012 (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013). Identificamos, para cada objetivo, cuáles de estas expectativas de nivel superior fueron más relevantes y establecimos la contribución de las tareas de aprendizaje a estas expectativas.

La interpretación de los datos obtenidos en relación con la dimensión cognitiva, la dimensión afectiva y los factores que afectan la motivación, nos permitieron identificar los aspectos que podíamos ajustar para mejorar la unidad didáctica. Para el análisis de los datos, introducimos la información que se recogió en un software que nos permitió encontrar porcentajes frente a las contribuciones de cada tarea a los aspectos cognitivos y afectivos.

Por ejemplo, en la tarea de aprendizaje el ahorro, el 65% de los estudiantes incurrió en el error de extraer parcialmente los datos, lo que se relaciona con el planteamiento de la situación problema. Revisamos detenidamente la descripción de cada tarea, la solución presentada por los estudiantes, el diario del estudiante y del profesor. Con esta información, establecimos sus debilidades y virtudes. Esto nos llevó a revisar las tareas de aprendizaje, el examen final, los diarios del profesor y del estudiante. Identificamos las estrategias que los estudiantes activaron con más frecuencia y los errores más comunes.

La unidad didáctica contribuye en mayor medida a los procesos de formular y emplear y a las capacidades matemáticas fundamentales de razonamiento y argumentación, matematización, comunicación, representación, uso de operaciones y lenguaje. Aunque se aportó a la capacidad de representación, la contribución no fue alta, debido a que la activación del criterio de logro relacionado con el sistema de representación manipulativo fue muy baja o no se activó en las tareas.

Al observar los resultados del examen final con la consecución de los objetivos, encontramos que la mayoría de los estudiantes logran identificar y extraer los elementos de la progresión

de acuerdo con el planteamiento de las tareas. Además, ellos fueron capaces de relacionar las diferentes formas de representar una progresión aritmética.

La unidad didáctica contribuyó a las expectativas afectivas del estudiante, ya que, al realizar las diferentes tareas, los estudiantes adquirieron seguridad para proponer una estrategia, desarrollar hábitos de representación, presentar habilidades para comunicar ideas con argumentos y desarrollar una actitud perseverante para relacionar las diferentes representaciones de la progresión aritmética.

La percepción del estudiante y del profesor en cuanto a los factores que afectan la motivación fue similar, con una valoración muy alta en los aspectos “la tarea pedía conocimientos que tenía” y “reconocí mis errores”. Los demás factores presentaron una valoración alta.

En relación con las fortalezas de la unidad didáctica, encontramos que a los estudiantes se les facilitó seleccionar un sistema de representación, valorar el trabajo desarrollado y sentirse interesados en utilizar los sistemas de representación.

Identificamos las debilidades de las tareas con base en los criterios de logro con menor activación. Esto nos permitió establecer modificaciones en la formulación de las tareas, su agrupamiento y su secuencia. Los estudiantes consiguieron desarrollar el proceso de formular e implementar estrategias de solución. Presentaron debilidades en el proceso de emplear el sistema de representación gráfico.

1.6. Nuevo diseño de la unidad didáctica

Los resultados de la implementación de la unidad didáctica nos permitieron establecer ciertos ajustes y mejoras en el diseño. Por ejemplo, incluimos, en la tarea diagnóstica, una actividad que permite analizar los conocimientos previos sobre valor numérico de expresiones algebraicas; mejoramos las demandas cognitivas en algunas tareas del primer objetivo; y cambiamos de posición una tarea en la secuencia de tareas. Para la tarea de ahorro, el tiempo no fue suficiente en la implementación. Esto nos llevó a realizar ajustes en su temporización. Además, cambiamos la posición de esta tarea en la secuencia, debido a que los estudiantes activaron con mayor porcentaje la representación simbólica de la progresión en la siguiente tarea y este era un requisito para la tarea en cuestión. Ajustamos la formulación de algunas tareas del examen final. Por ejemplo, en la tarea de evaluación de la feria ganadera, su redacción generó que un 70% de los estudiantes incurrieran en el error de extraer los datos parcialmente para la solución de la tarea. Con base en estos cambios, produjimos un nuevo diseño de la unidad didáctica que se encuentra en la segunda parte del documento (cartilla).

2. CONCLUSIONES

Al implementar la unidad didáctica, el profesor tendrá herramientas para la enseñanza y aprendizaje del tema con estudiantes de grado noveno. En las sesiones de la unidad didáctica, presentamos actividades que son interesantes y novedosas para los estudiantes, debido a que son situaciones en las que cualquier estudiante colombiano se involucra a diario. Además, las tareas de aprendizaje le permiten al profesor tener flexibilidad en los tiempos y agrupamientos en el momento de implementar las actividades con los estudiantes.

Al finalizar la implementación de la unidad didáctica los estudiantes pueden llegar a tener dificultades en el logro de los objetivos de aprendizaje. Por lo tanto, en la última sesión, planteamos unas estrategias que le ayudan a los estudiantes a superar esas dificultades. La elaboración de la unidad didáctica nos permitió reconocer la importancia de los conceptos y procedimientos, las diferentes representaciones y fenómenos que dan sentido al concepto de progresión aritmética.

CARTILLA

La unidad didáctica que presentamos a continuación aborda los aspectos que consideramos se requieren para que el estudiante solucione y supere las dificultades que pueda encontrar al resolver situaciones que involucren la progresión aritmética. Proponemos el tema para el grado noveno y lo enmarcamos en el tercer estándar básico de competencias en matemáticas (MEN, 2006, p. 87), en el que se espera que el estudiante use procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. También aporta a los procesos y capacidades matemáticas fundamentales (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013).

Esta cartilla es el resultado del proceso llevado a cabo en la maestría en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. Escogimos la progresión aritmética por su importancia al permitir generalizar, establecer y generar patrones numéricos que están presentes de ciertas situaciones de crecimiento o decrecimiento en sentido estricto.

Teniendo en cuenta lo anterior, la cartilla que diseñamos y presentamos es un elemento valioso que guiará al docente de matemáticas interesado en implementar en su aula de clase una unidad didáctica estructurada, que ha sido analizada desde diferentes puntos de vista e implementada para contribuir a la superación de limitaciones de aprendizaje en los estudiantes. En la cartilla explicamos de manera concreta cada uno de los elementos que se deben tener en cuenta al llevar a la práctica la unidad didáctica y presentamos su esquema general.

3. CONTEXTO DE IMPLEMENTACIÓN

La unidad didáctica fue diseñada para estudiantes de grado noveno de básica secundaria, en una institución de un contexto rural, pero enfocado a los procesos de formación de normalistas. En todo caso, se puede implementar en cualquier institución educativa.

3.1. Articulación del contenido

Para concretar el tema, realizamos un análisis de conceptos, procedimientos y características de las progresiones aritméticas que permiten asociarse a otros contenidos de la matemática escolar. Sintetizamos la información en un mapa conceptual en el que mostramos las relaciones jerárquicas entre los contenidos. También identificamos las formas con que se puede representar el tema

(expresión algebraica, plano cartesiano, tabulación de datos o secuencia dentro de un listado numérico) y establecimos las relaciones entre los conceptos y los fenómenos que dan sentido al tema. En el mapa conceptual que presentamos en la figura 1, mostramos la estructura matemática de la progresión aritmética: presentamos los conceptos, los procedimientos y las relaciones vinculadas al tema.

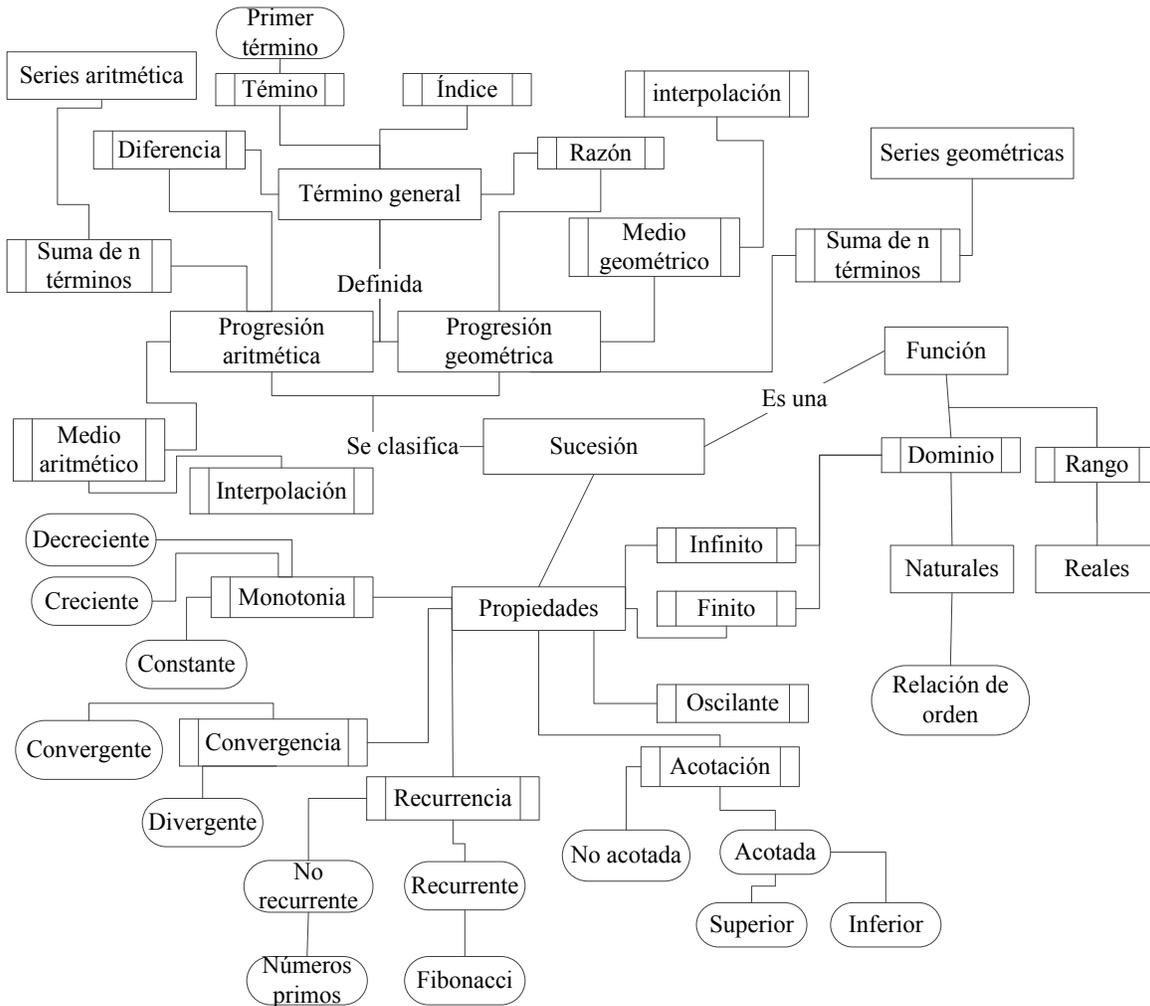


Figura 1. Mapa conceptual de la estructura matemática

En la figura 1, indicamos la estructura matemática de la progresión aritmética en la que observamos que de la sucesión se despliega una cantidad de conceptos, propiedades y clasificaciones que dan la estructura a las progresiones.

Después de haber establecido la estructura matemática general que nos permitió limitar el tema, continuamos con el análisis de contenido en el que encontramos propiedades y elementos que estructuran el tema, como el índice, el primer término y la diferencia entre término y término. Además, en la progresión aritmética encontramos que puede tener finitos o infinitos términos y puede ser monótona creciente o decreciente. En la figura 2, mostramos la estructura de la

progresión aritmética articulada con las formas de representarla, fenómenos y contextos en los cuales están involucrados.

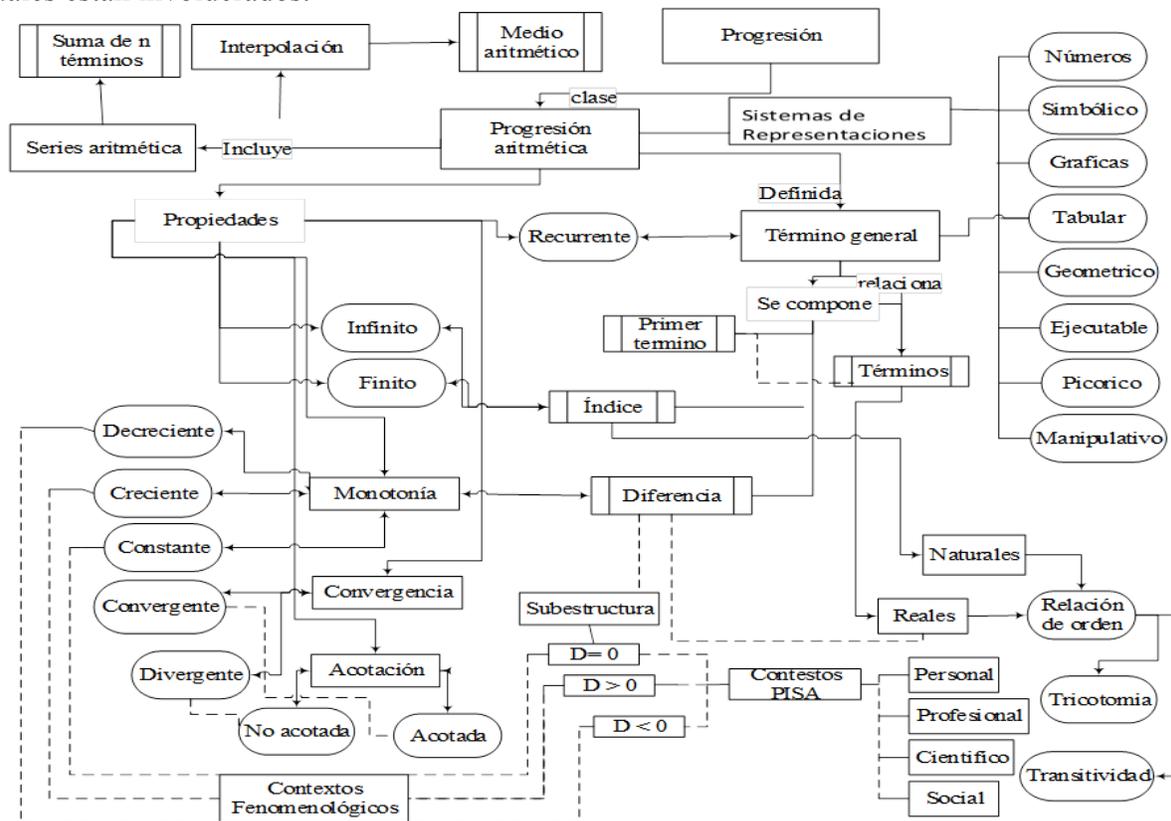


Figura 2. Estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología

En la figura 2, encontramos la estructura conceptual de la progresión aritmética e identificamos las diferentes formas de representar la progresión y los contextos fenomenológicos (PISA, 2012), en los que están inmersas las situaciones relacionadas con las progresiones aritméticas.

En nuestra unidad didáctica establecimos que cada uno de los anteriores contextos se puede modelar por medio de una progresión aritmética, ya que parten de una magnitud inicial, una razón constante, una magnitud independiente que determina la posición desde su continuidad en los números naturales. Los fenómenos que pueden ser modelados por la progresión aritmética se determinan según la diferencia entre los términos. Si la diferencia es mayor que cero son fenómenos crecientes o menor que cero son decrecientes.

3.2. Expectativas

Con esta cartilla favorecemos a la contribución de los procesos matemáticos de formular, interpretar y emplear y a las capacidades matemáticas fundamentales comunicación, matematización, representación, razonamiento y argumentación y diseño de estrategias expuestas en los marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012 (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013).

Además, planteamos cuatro expectativas de tipo afectivo con el fin de aportar al desarrollo actitudinal del estudiante. En el que él, al solucionar las diferentes situaciones planteadas en las tareas de aprendizaje le permitirá: (a) adquirir seguridad al proponer una estrategia, (b) desarrollar hábitos de representación como estrategia para la justificación de las características de una progresión aritmética, (c) desarrollar una actitud perseverante para relacionar los diferentes sistemas de representación de la progresión aritmética y (d) mostrar habilidades para comunicar ideas con argumentos válidos.

Para el planteamiento de los objetivos, tuvimos en cuenta el análisis del contenido, el estándar básico de competencia, los procesos matemáticos y las capacidades matemáticas de PISA 2012, a las que se quiere aportar con el diseño de la unidad didáctica. A partir de ellos, definimos lo que esperamos que el estudiante aprenda del tema y lo asocie en diferentes situaciones de la vida cotidiana.

Por lo anterior, proponemos dos objetivos: (a) el estudiante identifica el patrón y los elementos de una progresión aritmética, para determinar la solución de una situación problema y (b) realiza traducciones entre los diferentes sistemas de representación de una progresión aritmética y validar a partir del análisis de los resultados obtenidos, llegando a la generalización de un conjunto numérico a partir de su posición o ubicación.

3.3.Posibles errores asociados unidad didáctica

Las limitaciones de aprendizaje están asociadas a unos errores que se agrupan en dificultades, en los que se tiene en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos y las dificultades de los procesos propios del pensamiento matemático. Hemos identificado cuatro categorías de dificultades asociadas a la progresión aritmética, en la que encontramos: (a) identificación de los elementos y característica (b) uso de los sistemas de representación, (c) dificultad en los procesos de traducciones en los sistemas de representación y (d) generalización y justificación de procedimientos y establecer las expresiones matemáticas de la situación.

En la tabla 1, encontramos un ejemplo del listado de una de las dificultades que se presentan al implementar una tarea de aprendizaje y agrupa los diferentes errores. El listado completo de dificultades y errores se puede observar en el anexo 7.

Tabla 1
Listado de dificultades y errores para el tema progresiones aritméticas

E	Descripción
D1. Dificultad al identificar los elementos y características de las progresiones aritméticas	
1	Confunde la diferencia constante con el índice de la progresión aritmética
2	Considera que todas las progresiones son crecientes
3	Confunde los conceptos de índice y término inicial
4	Relaciona modelos de crecimiento con progresiones aritméticas, siendo modelos de decrecimiento
5	Asocia la diferencia o razón con la operación de sustracción
6	Confunde los símbolos del término a_n , con el índice n de una progresión aritmética.
7	Calcula términos que no pertenecen a la progresión aritmética

Tabla 1
Listado de dificultades y errores para el tema progresiones aritméticas

E	Descripción
8	Asocia la relación aditiva de los términos con la multiplicación
9	Confunde la diferencia de la progresión aritmética con la resta como operación
10	Presenta inconveniente al asociar el término inicial en la fórmula general de la progresión aritmética
11	Asocia el primer dato de un enunciado con el primer término de una progresión aritmética
12	Presenta inconveniente al sustituir el índice en la fórmula general de la progresión aritmética
13	Expresa la diferencia sin tener en cuenta los términos de la progresión aritmética
14	Multiplifica el primer término con la posición en la expresión general
15	Considera que la diferencia siempre es un valor positivo
16	Relaciona los términos de la progresión aritmética, pero no la posición que ocupan
17	Utiliza solamente la adición para calcular un término en una progresión aritmética
18	Confunde la información y da una variación diferente a la de una progresión aritmética
19	Confunde las progresiones crecientes con decrecientes
21	Confunde los términos de sucesor y antecesor para indicar progresiones aritméticas

Nota. E: error, D: dificultad

3.4. Caracterización de los objetivos

Los objetivos de aprendizaje los caracterizamos al establecer los procedimientos que deben llevarse a cabo para lograr cada objetivo. Para lo que diseñamos siete tareas de aprendizaje orientadas a la contribución de los objetivos, y así, establecimos los posibles procedimientos o acciones que realiza el estudiante al resolver cada tarea. Cada secuencia de procedimientos que un estudiante activa al resolver un paso de la tarea lo llamamos criterio de logro.

En la figuras 3 y la figura 4, encontramos los caminos de aprendizaje y los grafos de criterios de logro que nos permiten evidenciar el orden en el que se activan las estrategias cuando un estudiante resuelve una tarea. Cuando él activa un criterio de logro de aprendizaje puede incurrir en algunos errores, como confundir el índice con la diferencia constante de la progresión. El listado de errores y dificultades lo presentamos en el anexo 7.

Así mismo, establecimos para cada error que se puede presentar en el desarrollo de cada tarea de aprendizaje, unas estrategias que permiten ayudar al estudiante a superar o disminuir las limitaciones presentadas en el aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior, agrupamos los procedimientos que activará un estudiante al resolver las de tareas de aprendizaje y los errores involucrados para cada objetivo. De ahí, establecimos los grafos de los objetivos de aprendizaje involucrados en nuestra unidad didáctica, en los que observamos los conceptos, los procedimientos matemáticos, la interpretación y validación que el estudiante realiza en el proceso de solución de la tarea que involucra la progresión aritmética.

Objetivo 1

El estudiante comienza a leer la tarea para extraer e interpretar la información, en el que él puede incurrir en errores al confundir la información suministrada en la tarea, omitir información y solo detallarse en los datos numéricos dados en la situación. Luego, el estudiante puede continuar al identificar la información y relacionar los datos con los elementos de la progresión aritmética, es posible que confunda los datos al relacionar la información.

Después, el estudiante identifica el primer término y la diferencia entre cada término, en el que puede incurrir en errores de no relacionar la posición que ocupa con los términos. Luego, determina si la progresión es creciente o decreciente, lo que le permite seleccionar alguna forma para representar la información y relacionar los términos de la progresión aritmética.

Al final, el estudiante utiliza una o más maneras de representar la información que permite modelar la situación, él verifica que los resultados cumplan con el requerimiento de la tarea y finalmente constata sus resultados. En la figura 3, indicamos el grafo de los criterios de logro del objetivo 1.

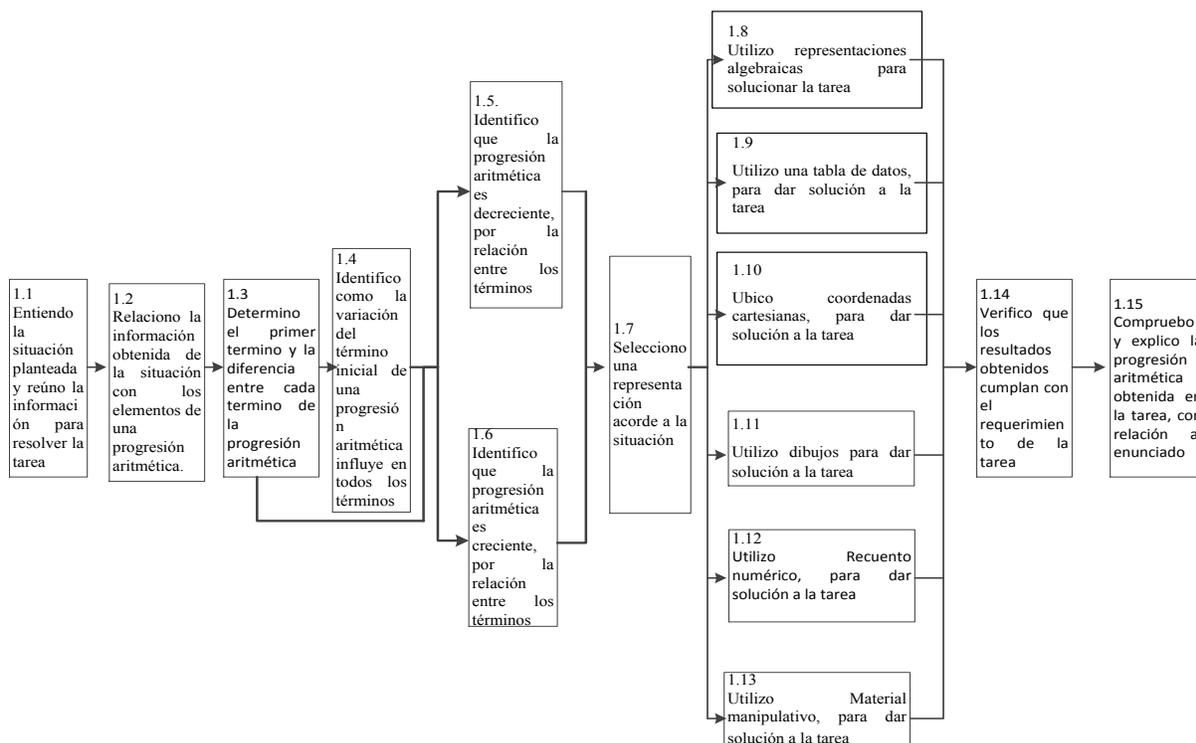


Figura 3. Grafo de criterio de logro del objetivo 1

En el grafo del objetivo 1, mostramos las diferentes rutas o caminos de aprendizaje que los estudiantes pueden seguir al desarrollar las tareas de aprendizaje para la consecución del objetivo 1. En el que indicamos en cada recuadro la estrategia que podría utilizar el estudiante para la solución de la tarea y los diferentes caminos de aprendizaje que puede seguir para llegar a la solución, por ejemplo, utilizar una tabla, hacer un listado, representarlo gráficamente o por medio de dibujos para dar solución a la tarea.

Con las tareas del objetivo 1, pretendemos contribuir a los procesos formular, emplear y a las capacidades matemáticas fundamentales de comunicación, matematización y representación al desarrollar las tareas de aprendizaje asociadas al objetivo.

Objetivo 2

El estudiante comienza a leer la tarea, establece similitudes entre el enunciado de la tarea y las nociones básicas del tema progresiones aritméticas. Lo que le permite al estudiante extraer e interpretar la información, identificar la información relevante en el enunciado de la tarea de aprendizaje, relacionar los datos del enunciado con los elementos de la progresión aritmética y determinar el primer término y la diferencia entre cada término. Luego, el estudiante identifica si la progresión es creciente o decreciente, selecciona formas para representar la información o términos de la progresión aritmética, por ejemplo, utiliza la fórmula general, el plano cartesiano, la tabla o el recuento numérico. A continuación, él revisa si la representación de la situación le permite obtener la respuesta rápidamente o debe realizar las transformaciones entre las representaciones. Por último, el estudiante justifica que los resultados cumplan con el requerimiento solicitado en la tarea de aprendizaje y explica los resultados en relación al contexto.

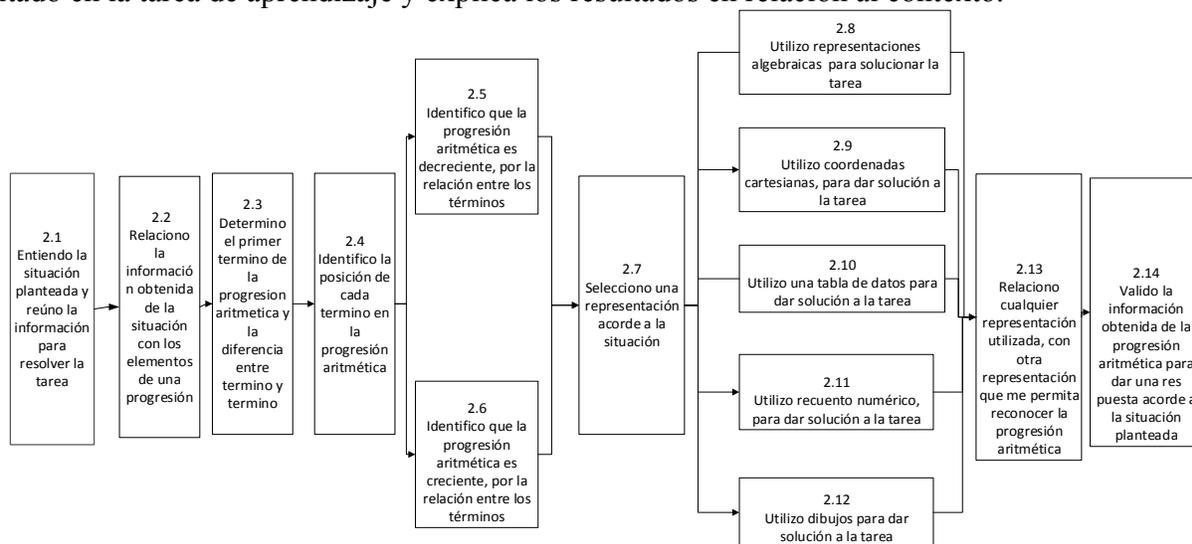


Figura 4. Grafo de criterio de logro objetivo 2

El grafo del objetivo 2, mostramos los posibles caminos de aprendizaje que los estudiantes pueden seguir al resolver las tareas propuestas. Por ejemplo, el estudiante identifica que una progresión aritmética es creciente y puede utilizar una forma de representar dicha información o abordar otra alternativa o estrategia para el desarrollo de una misma tarea. En este objetivo nos enfocamos en las traducciones entre los diferentes sistemas de representación y en la justificación de los resultados obtenidos.

Al desarrollar las tareas de aprendizaje en el aula se contribuye a los procesos de emplear e interpretar. También a las capacidades matemáticas fundamentales de representación, razonamiento y argumentación y diseño de estrategias.

4. ESQUEMA GENERAL DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

La unidad didáctica contiene doce sesiones, en las que primero presentamos una tarea diagnóstica, siete tareas de aprendizaje y un examen final. Cada sesión tiene un tiempo de cien minutos y las repartimos en cuatro momentos, en las que se realiza la realimentación de la tarea, explicación y entrega del material, solución de la tarea y diligenciamiento instrumento de recolección de información.

Para el objetivo 1, proponemos cuatro tareas de aprendizaje en las que tenemos las fichas de dominó, jardineras, depreciación y ahorros. En la unidad didáctica evidenciamos la secuencia de las tareas para el logro del objetivo, en la que asociamos los requerimientos y la meta establecida en cada tarea. Además, al solucionar las tareas se presenta el uso de diferentes sistemas de representación para dar alternativas de solución a la situación problema.

Para el objetivo 2, planteamos tres tareas de aprendizaje que se llaman: diseñando el jardín, los resortes y la colmena. Los enunciados de las tareas permiten que el estudiante utilice los sistemas de representación para hallar el término n -ésimo de la progresión aritmética, en las que generan traducciones entre los sistemas de representación para determinar la solución de la situación. Esto le permite al estudiante desarrollar hábitos para seleccionar y utilizar diferentes representaciones acordes a la situación problema, además de generalizar la progresión, justificar y validar los resultados.

5. TAREAS E IMPLEMENTACIÓN DE LA CARTILLA

En esta parte de la cartilla se presentan las tareas que conforman la unidad didáctica. Cada una de ellas cuenta con los siguientes elementos

1. Descripción de la tarea en términos de los aportes de la tarea a alcanzar, conceptos y procedimientos abordados, sistemas de representación que se activan, materiales y recursos y agrupamiento de los estudiantes.
2. Capacidades y caminos de aprendizaje.
3. Errores en los que pueden incurrir los estudiantes.
4. Ayudas para el profesor.

En la tabla 1, mostramos la secuencia de sesiones y actividades propuestas para la unidad didáctica, los aportes de las tareas y el tiempo requerido para el desarrollo de cada una de ellas.

Tabla 1

Secuencia de las tareas de aprendizaje unidad didáctica Progresiones Aritméticas

Sesión	Objetivo	Tarea	Aportes de la tareas	Unidad de medida (minutos)
1		Diag. 1	Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre operaciones básicas con números enteros y ubicación en el plano cartesiano. Instrucciones para diligenciar el diario del estudiante (semáforo)	60
2		Diag. 2	Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre ubicación de números enteros en el plano cartesiano, jerarquía en las operaciones y registro de información por medio de tablas. Instrucciones para diligenciar el diario del estudiante (matematógrafo)	60
3		Diag. 3	Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre valor numérico, variables y expresiones algebraicas. Ejemplo de diligenciamiento del diario del estudiante	60
4	1	1.1	Identificar los datos relevantes en la situación, relacionarlos con una progresión aritmética y sus elementos	100
5	1	1.2	Identificar los elementos de la progresión aritmética como: la diferencia, el índice y primer término, utilizando sistemas de representación para solucionar la situación.	100
6	1	1.3	Identificar la información presentada en la situación para relacionarla con una progresión aritmética decreciente o creciente y asociar sus elementos	100
7	1	1.4	Utilizar el sistema simbólico para hallar el término n -ésimo de la progresión aritmética: generalización próxima en los primeros términos $a_1 a_2 a_3 \dots$	120
8	2	2.1	Usar diferentes sistemas de representación	100

Tabla 1

Secuencia de las tareas de aprendizaje unidad didáctica Progresiones Aritméticas

Sesión	Objetivo	Tarea	Aportes de la tareas	Unidad de medida (minutos)
			para visualizar, modelar y analizar progresiones aritméticas, que le ayuden a determinar la solución de la situación planteada	
9	2	2.2	Relacionar la información suministrada por cada sistema de representación, para hacer traducciones entre los sistemas de representación de las progresiones aritméticas	100
10	2	2.3	Determinar la generalización lejana a_n de la progresión aritmética.	100
11	Examen final		Establecer el nivel de alcance de los objetivos de nuestra unidad didáctica, a través del desarrollo de las tareas de evaluación.	100
12	Sesión de cierre		Diligenciar un cuestionario para identificar aciertos y desaciertos de la implementación de la unidad didáctica con el grupo	100

Nota. Diag. = prueba diagnóstica; T1.1 = Fichas domino; T1.2= Las jardineras; T1.3 = El ahorro; T1.4 = La depreciación; T2.1 = Diseñando el jardín; T2.2 = Los resortes; T2.3 La colmena.

Al haber establecido la secuencia de las tareas desde el análisis didáctico, presentamos las distintas tareas de la unidad didáctica en el siguiente apartado

6. TAREAS DE APRENDIZAJE Y DE EVALUACIÓN

En esta parte de la cartilla, mostramos la prueba diagnóstica, las tareas de aprendizaje y el examen final de nuestra unidad didáctica progresiones aritméticas. Presentamos en cada una de las tareas, algunas recomendaciones que debe tener presente el docente antes de aplicar cada tarea, durante su implementación y las nuevas recomendaciones que el docente puede aportar a la unidad didáctica.

6.1.Tarea diagnóstica

La secuencia de tareas de la unidad didáctica inicia con una prueba diagnóstica programada para tres sesiones de 60 minutos. La prueba diagnóstica está relacionada con los conocimientos que debe tener los estudiantes antes de implementar las tareas de aprendizaje.

La primera sesión de la tarea diagnóstica presenta formulaciones sobre operaciones con números enteros y jerarquía de operaciones. La segunda sesión sobre plano cartesiano, ubicación de coordenadas cartesianas y la tercera sobre expresiones algebraicas y valor numérico de las mismas.

Primera sesión

Se les plantea a los estudiantes unos ejercicios sobre el orden y las operaciones con números enteros, en los cuales el estudiante aplica los conocimientos previos relacionados con el tema. Lo que hemos determinado que el estudiante manifieste con estos enunciados son: la ubicación de números naturales en la recta numérica, realice las cuatro operaciones básicas, teniendo en cuenta la jerarquización, ley de los signos y los signos de agrupación.

Hemos propuesto con buenos resultados que los estudiantes resuelven la tarea diagnóstica individualmente, para lo cual, se les entrega una hoja impresa con las respectivas formulaciones de cada sesión, una hoja en blanco adicional para operaciones y se les solicita tener sus útiles escolares.

Errores en los que pueden incurrir

En el desarrollo de la primera sesión de esta tarea los estudiantes pueden incurrir en errores como los que se relacionan en la tabla 2.

Tabla 2

Dificultades y errores asociados a los conocimientos previos del tema progresiones aritméticas

E	Descripción
D1. Manejo y diferenciación entre números naturales y enteros	
1	Confunde las operaciones entre números enteros al no tener en cuenta los signos
2	Se confunde al calcular la diferencia entre números enteros
3	Presenta confusión al ordenar dos o más números enteros de mayor a menor o viceversa
4	Indica la distancia entre enteros, pero confunde el signo, al no tener en cuenta el valor absoluto de dichos números
21	Realiza operaciones en polinomios aritméticos sin tener en cuenta los signos de agrupación y la jerarquía de las operaciones.
22	Al realizar multiplicaciones con números enteros, no tienen en cuenta la ley de los signos para definir si el producto es positivo o negativo.
23	Realiza secuencias de números naturales inapropiadamente porque no tiene en cuenta la relación entre los números.
24	Completa secuencias de números enteros sin tener en cuenta la relación entre los números
25	Realiza la resta entre números enteros, confundiendo el signo del residuo

Nota. E: error, D: dificultad.

Solucionando problemas.

Ejercicio 1: Álvaro mensualmente recibe \$1'500.000 de sueldo. Pero también, mensualmente paga por arrendamiento \$350.000; alimentación \$600.000; vestuario 120.000; servicios \$65.000; transporte \$80.000; servicio de celular \$35.000; otros gastos \$400.000. ¿Le alcanza el sueldo a Álvaro para cubrir todos los gastos durante el mes? ¿Indica un procedimiento para determinar el dinero que le sobra a Álvaro mensualmente?

Ejercicio 2: La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera a razón de 9 °C por cada 300 metros, aproximadamente. Un globo sonda se encuentra a una altura, en donde la temperatura mide - 90 °C. Si al mismo tiempo la temperatura a nivel del mar es de 18 °C. ¿A qué altura se encuentra el globo sonda?

Segunda sesión

La ubicación de números naturales y enteros en la recta numérica o plano cartesiano. El estudiante aplica los conocimientos previos enunciados a continuación: ubica un punto en el plano cartesiano, completa tablas, y a partir de tablas ubica puntos en el plano y viceversa.

La tabla 3 muestra la dificultad y errores asociados en los que pueden incurrir los estudiantes en el desarrollo de la segunda sesión de la tarea diagnóstica.

Tabla 3

Dificultades y errores asociados a los conocimientos previos del tema progresiones aritméticas

E	Descripción
	D2. Ubicación de números naturales y enteros en la recta numérica o plano cartesiano
5	Indica la distancia entre enteros, pero confunde el signo, al no tener en cuenta el valor absoluto de dichos números
8	Presenta inconvenientes al manejar tablas biunívocas, ya que confunde posiciones dentro de ellas
9	Ubica los números enteros en la recta numérica, sin tener en cuenta la relación de orden
7	Confunde la ubicación de un punto en el plano cartesiano
20	Presenta inconvenientes al pasar datos de una tabla numérica a su ubicación como puntos del plano cartesiano y viceversa

Nota. E: error, D: dificultad.

El plano cartesiano

Dados los siguientes puntos en el plano cartesiano, determina la pareja ordenada de cada uno de ellos y organízalos en una tabla de datos.

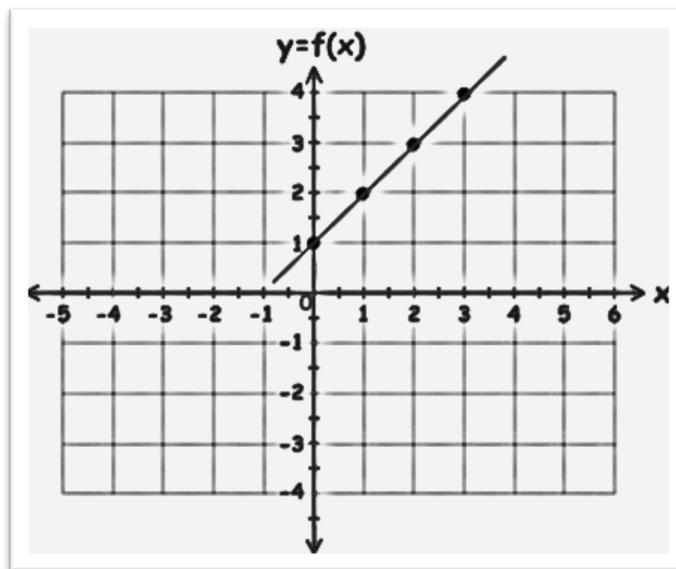


Figura 5. Plano cartesiano de puntos

Tercera sesión

Se plantean tareas sobre variables y expresiones algebraicas de primer grado, identificar cambios entre variables y sustituir el valor de una variable en una expresión.

Errores en lo que pueden incurrir los estudiantes

El estudiante puede incurrir en errores como los que se relacionan en la tabla 4.

Tabla 4

Dificultades y errores asociados a los conocimientos previos del tema progresiones aritméticas

E	Descripción
	D2. Ubicación de números naturales y enteros en la recta numérica o plano cartesiano
5	Indica la distancia entre enteros, pero confunde el signo, al no tener en cuenta el valor absoluto de dichos números
8	Presenta inconvenientes al manejar tablas biunívocas, ya que confunde posiciones dentro de ellas
9	Ubica los números enteros en la recta numérica, sin tener en cuenta la relación de orden
7	Confunde la ubicación de un punto en el plano cartesiano
20	Presenta inconvenientes al pasar datos de una tabla numérica a su ubicación como puntos del plano cartesiano y viceversa

Nota. E: error, D: dificultad.

En el siguiente apartado presentamos los enunciados de la tercera sesión de la tarea diagnóstica de nuestra unidad didáctica, progresiones aritmética

Ejercicio 1. Expresa las siguientes situaciones en lenguaje algebraico:

1. El doble de un número a .
2. El doble de un número b más 5.
3. El doble del resultado de sumar 5 a un número c .
4. El cuadrado de la suma de dos números d y e .
5. El séxtuple de un número e .
6. La tercera parte de un número f .
7. Las dos quintas partes de un número g .

Ejercicio 2. Teniendo en cuenta el cuadrado que se presenta continuación y los valores literales que representan las dimensiones de las figuras internas del cuadrado. Expresa de forma algebraica el área total de la figura

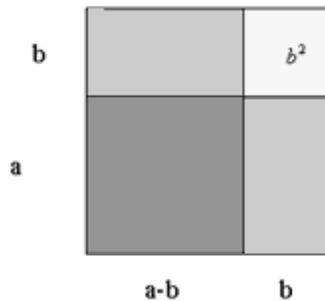


Figura 6. Área de figuras

Sugerencias metodológicas y aclaraciones

La tarea diagnóstica al implementarla requiere unas condiciones como, espacio adecuado entre cada estudiante, una buena disposición para resolver las tareas de evaluación. Por otro lado, el docente debe estar pendiente de registrar dudas, aclaraciones y recomendaciones en el diario del profesor, que le permita, al docente ir evidenciando el desarrollo de la sesión.

El docente debe tener presente no indicarles respuestas a los estudiantes y proporcionarles ayudas en caso de presentarse bloqueos cognitivos.

Previsión de ayudas

Realizamos la prueba diagnóstica y al hacer su revisión, encontramos que algunos estudiantes no dominan los conocimientos previos e incurrir en errores, que agrupamos en dificultades asociadas a la tarea. En el anexo 10 se presenta la descripción de las ayudas para la tarea diagnóstica.

Evaluación

Establecimos tres criterios para la evaluación de la tarea diagnóstica; el dominio del conocimiento de una manera sobresaliente, con algunas dificultades en lo procedimental y con grandes dificultades debido a desconocer procedimientos, conceptos y habilidades o no tenerlos claro en el momento de la aplicación. El docente tiene en cuenta el listado de conocimientos previos para establecer las pautas generales del desempeño del grupo.

6.2. Tareas de aprendizaje del objetivo 1

En el siguiente apartado describimos las tareas de aprendizaje correspondiente a cada objetivo de nuestra unidad didáctica, empezamos con las tareas del objetivo 1

6.2.1. Tarea 1.1 Fichas de domino

La primera tarea de aprendizaje recibe el nombre fichas del domino. Con ella, buscamos que los estudiantes identifiquen los elementos de la progresión aritmética. Además, utilicen una forma de representar la solución y puedan establecer algunos de los elementos relacionados con las progresiones aritméticas.

Elementos de la tarea

A continuación, indicamos los elementos de la tarea fichas de domino

Requisitos

Para esta tarea se requiere que el estudiante reconozca el patrón que está presente en un grupo de números ordenados, utilizando representaciones numéricas para reconocer en las progresiones aritméticas algunos de sus elementos. Luego, presenta la información ordenada en tablas para dar la solución.

Aportes de la tarea

La tarea permite que los estudiantes identifiquen la información presentada en la situación, la relacione con una progresión aritmética y sus elementos (primer término, diferencia o patrón, índice, número de término).

Conceptos y procedimientos implicados en la tarea

En esta tarea, los estudiantes utilizan los números naturales para establecer una secuencia numérica y relacionar cada elemento de la secuencia con su posición dentro de ella. Además, aplica conceptos de operaciones básicas.

Contexto de la tarea

La tarea de aprendizaje se sitúa en un contexto personal.

Formulación de la tarea escolar

Teniendo en cuenta la forma en que están organizadas las fichas del domino indicadas en la imagen:

1. ¿Qué relación encuentras entre las fichas del domino?
2. Explica que cambia en la secuencia si se retira de la imagen la primera ficha
3. Explica a tus compañeros ¿cómo halla los resultados?
4. ¿Cuáles serían los puntos de las fichas del domino cinco, seis y siete que continúan según la imagen?

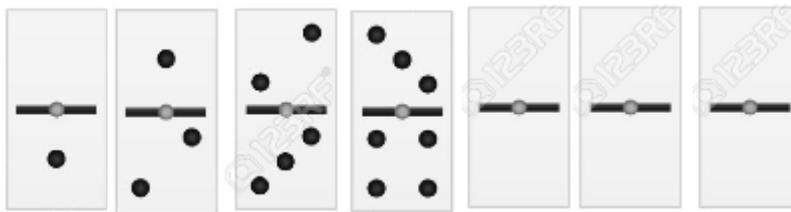


Figura 7. Fichas de domino

Materiales y recursos

El recurso necesario para el desarrollo de esta tarea es la guía impresa con la figura 7 entregada a cada estudiante, con la formulación de la tarea de aprendizaje que le permitirá relacionar el concepto matemático de progresión aritmética.

Agrupamiento

La tarea se trabajó en tres momentos. Primero, el profesor y el gran grupo. Luego, un grupo de tres estudiantes y por último, el gran grupo y el docente.

Comunicación e interacción en la clase

En el desarrollo de la tarea, presentamos diferentes momentos en los que las interacciones cambian, inicialmente es entre el docente y todo el grupo para explicar y organizar el trabajo, luego, los estudiantes comienzan una interacción en un pequeño grupo de tres estudiantes y por último, un estudiante exponen y propone ante todo el grupo y al docente una alternativa de solución determinada en grupo, que se explica los resultados obtenidos y los métodos utilizados, permitiendo que el gran grupo busque una manera más eficiente de encontrar la solución al requerimiento solicitado.

Temporalidad de la tarea matemática escolar

En la tabla 5 indicamos los momentos y tiempos de la primera sesión de la unidad didáctica

Tabla 5

Temporalización de la sesión 1

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Presentación de la unidad	20
	Presentación criterio de logro de la tarea 1.1	10
	Desarrollo de la tarea 1.1	60
	Diligenciamiento diario del estudiante tarea 1.1	10

Nota. T1.1 = Las fichas del domino

Tarea 1. Las fichas del domino

En la figura 8 mostramos el grafo de criterio de logro, incluyendo los errores en que pueden incurrir los estudiantes al abordar la tarea de aprendizaje “fichas del domino”

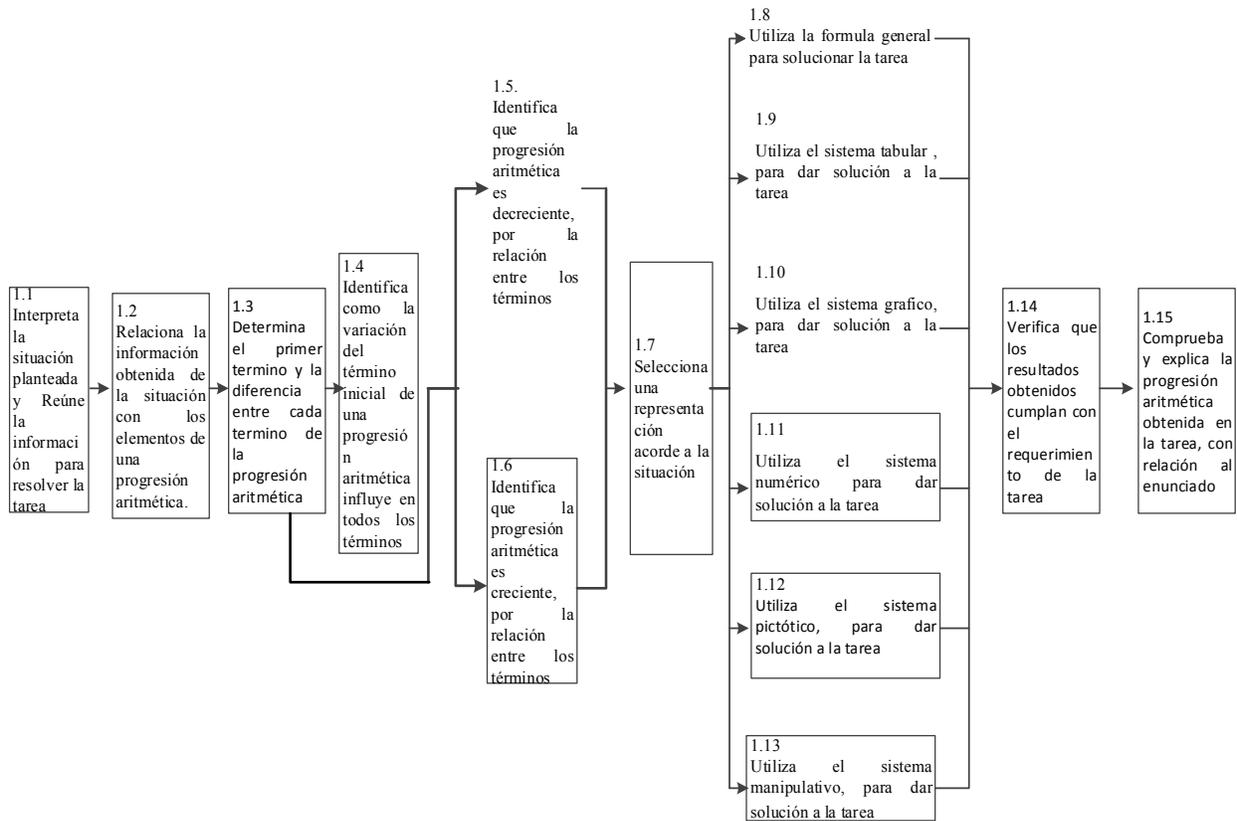


Figura 8. Grafo de criterio de logro de la tarea 1

Los criterios de logro que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea 1 son: elegir la forma de representar la información para dar solución a la tarea. Puede elegir entre un sistema numérico, pictórico o manipulativo. Lo que les genera a los estudiantes tres estrategias de solución. En cada estrategia los estudiantes activan criterios de logro y pueden incurrir en errores, que pueden afectar el aprendizaje; por esta razón a continuación relacionamos una tabla con los códigos de los posibles errores y sus respectivas ayudas.

Tabla 6
Descripción de las ayudas de la tarea 1.1

E	A	Descripción
1	1	¿Cómo se indica una posición dada en una progresión aritmética? ¿Qué entiendes por ubicarte en una posición dada?
7	3	Al calcular los términos, ten presente el primer término ¿Qué paso con la diferencia al calcular el término? ¿Es importante tener la posición para encontrar el término? Explica
13	4	¿Cómo encontraste la diferencia? ¿Tuviste en cuenta dos términos consecutivos? Explica
16	5	Puedes indicar con una flecha la relación entre el término y la posición Si, lo indicas en un gráfico o tabla, ¿crees te ayudaría? ¿Por qué?
18	6	Tuviste en cuenta todos los datos indicados en la tarea
19	7	Primero encuentra varios términos y luego determina la relación entre ellos.
27	8	¿Crees que te alcanzara tu hoja para hacer todas esas imágenes o puedes utilizar otra forma para representarlo? ¿Por qué?
45	10	Crees que lo que relacionas, se aplica a la tarea, explica En la tarea, se cumple con los requisitos solicitados
46	29	Considero todos los datos relevantes en el enunciado
2	2	¿Cuál es el segundo término y cuanto ha aumentado o disminuido el siguiente término?
40	20	¿Qué es lo que queríamos encontrar con los datos que nos dan el planteamiento del problema? ¿Cómo se ajustan los datos a la solución de la tarea? ¿Has agregado más datos?
42	30	Compara la progresión que construiste con la información dada ¿Es acorde la información obtenida a lo solicitado en la tarea?
49	31	Para obtener los términos de la progresión ¿Tuviste en cuenta que la diferencia entre los términos debe ser constante?

Tabla 6
Descripción de las ayudas de la tarea 1.1

E	A	Descripción
50	32	Revisa la información que estás trabajando y compárala con la información presente en el planteamiento de la tarea. ¿Sí están relacionadas? Explica cómo.
51	33	Toda la información que te suministran en la tarea es necesaria. ¿Estás seguro de haber extraído todos o solo algunos? Explica
54	35	Para los términos que identificaste de la progresión ¿fue necesario tener en cuenta el crecimiento o el decrecimiento solos obtuviste al azar?
55	40	Los términos que obtuviste con operaciones matemáticas ¿Si están ubicados en el lugar que les corresponden dentro de la progresión y separados entre sí por una diferencia constante?
57	41	Si trabajas con fichas u otros objetos, te facilita identificar los elementos de la progresión aritmética.
58	42	La solución que presentas para la tarea sí cumple con lo solicitado. ¿Al verificar tu respuesta si es acorde a la situación planteada?

Nota. *E* = error; *A* = ayuda.

Errores en que pueden incurrir los estudiantes

El profesor observa detalladamente la actuación de los estudiantes, durante la implementación de la tarea de aprendizaje, estará registrando y analizando las diferentes intervenciones de los estudiantes en el momento de la discusión en grupo e individualmente. También, el profesor revisa el trabajo realizado en la respectiva hoja de trabajo de cada estudiante, para identificar los errores en los que incurrieron. De acuerdo con la descripción de la tabla 6.

Evaluación

El aporte de la tarea se cumple si el estudiante relaciona la información del enunciado de la tarea con una progresión y con sus elementos (primer término, diferencia o patrón, índice, número de término). Además, si el estudiante es capaz de darle solución a la situación, utilizando alguna forma de representación que permita modelar la situación.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

Para mejores resultados en la implementación de la tarea de aprendizaje, recomendamos tener presente que el docente debe establecer un diálogo directo con los estudiantes, evitando dar la solución de antemano al estudiante y permitiendo que, por medio de las ayudas suministradas en la cartilla, él pueda establecer la mejor estrategia en la solución de la tarea de aprendizaje.

Actuación del profesor

El docente debe incentivar en los estudiantes una lectura detallada de lo solicitado en el enunciado, luego, él debe proporcionar un ambiente de trabajo en grupo que permita ir construyendo una propuesta a los cuestionamientos solicitados y estar verificando el aporte de cada integrante. El docente debe estar atento a utilizar las ayudas necesarias para evitar bloqueos.

6.2.2. Tarea Jardineras

La tarea jardineras refuerza en los estudiantes la capacidad de identificar los elementos de la progresión aritmética en una situación problema. Además, lleva al estudiante a utilizar sistemas de representación para dar solución a la tarea. La tarea está centrada en actividades del estudiante o de su familia.

Teniendo en cuenta el requerimiento de la tarea y la posibilidad de utilizar el sistema de representación manipulativo, es necesario contar con mínimo 45 fichas por grupo. Con el sistema pictórico se hace necesario aclarar que las jardineras están ubicadas en una sola línea recta.

Elementos de la tarea

A continuación, indicamos los elementos de la tarea Jardineras

Requisitos

Para el desarrollo de esta tarea es necesario que el estudiante identifique el patrón y lo relacione con el índice. Además, que el estudiante represente la situación en algún sistema de representación.

Aportes de la tarea

La tarea pretende que el estudiante identifique la diferencia, el índice y los términos de una progresión aritmética. También, que el estudiante represente la situación en algún sistema de representación para solucionar la situación problema.

Contexto de la tarea

La tarea de aprendizaje se sitúa en un contexto social y personal.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el gráfico, tabular o simbólico.

Conceptos y procedimientos implicados en la tarea

En esta tarea, los estudiantes deben tener claro los conceptos de patrón y de índice en una secuencia numérica. Además, identificar y utilizar al menos un sistema de representación.

Formulación de la tarea matemática escolar

El colegio quiere instalar 10 jardineras hexagonales (están en color negro) y rodearlas con baldosas hexagonales según el modelo que se ve en la figura 3. ¿Qué relación encuentras entre las baldosas y cuántas necesitará el colegio, para colocar las 10 jardineras y mantener el diseño?

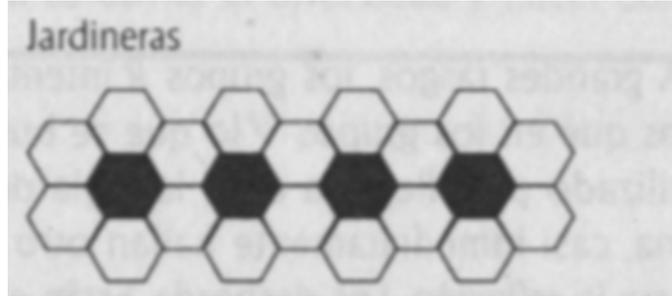


Figura 9. Ubicación de las jardineras y las baldosas

Materiales y recursos

Al estudiante se le entrega una hoja con la formulación de la tarea de aprendizaje y las fichas hexagonales, como un recurso para que tenga la posibilidad de continuar con la representación pictórica o la que él elija, y así lograr identificar la diferencia entre término y término.

Agrupamiento

El estudiante soluciona la tarea de aprendizaje; inicialmente de forma individual. Luego, los estudiantes se agrupan por parejas, para contrastar soluciones. Finalmente, se presenta una socialización en el gran grupo, con el apoyo del docente.

Interacción

Primero el profesor presenta la tarea y los estudiantes trabajan de forma individual, luego con sus compañeros y finalmente en todo el grupo comparten las diferentes soluciones.

Temporalidad

En la tabla 7 registramos la sesión 2, que permitirá al docente al implementar la tarea de aprendizaje, tener presente los tiempos necesarios al desarrollarla de manera eficiente

Tabla 7

Temporalización de la sesión 2

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Realimentación tarea 1.1	15
	Socialización diario del estudiante tarea 1.1	10
	Presentación criterio de logro de la tarea 1.2	10
	Desarrollo de la tarea 1.2	55
	Diligenciamiento diario del estudiante	10

Nota. T1.1 = Las fichas del domino, T1.2 Las jardineras

Tarea 2. Las jardineras

En la figura 10 mostramos el grafo de criterios de logro, incluyendo los errores en que pueden incurrir los estudiantes al abordar la tarea “Las jardineras”

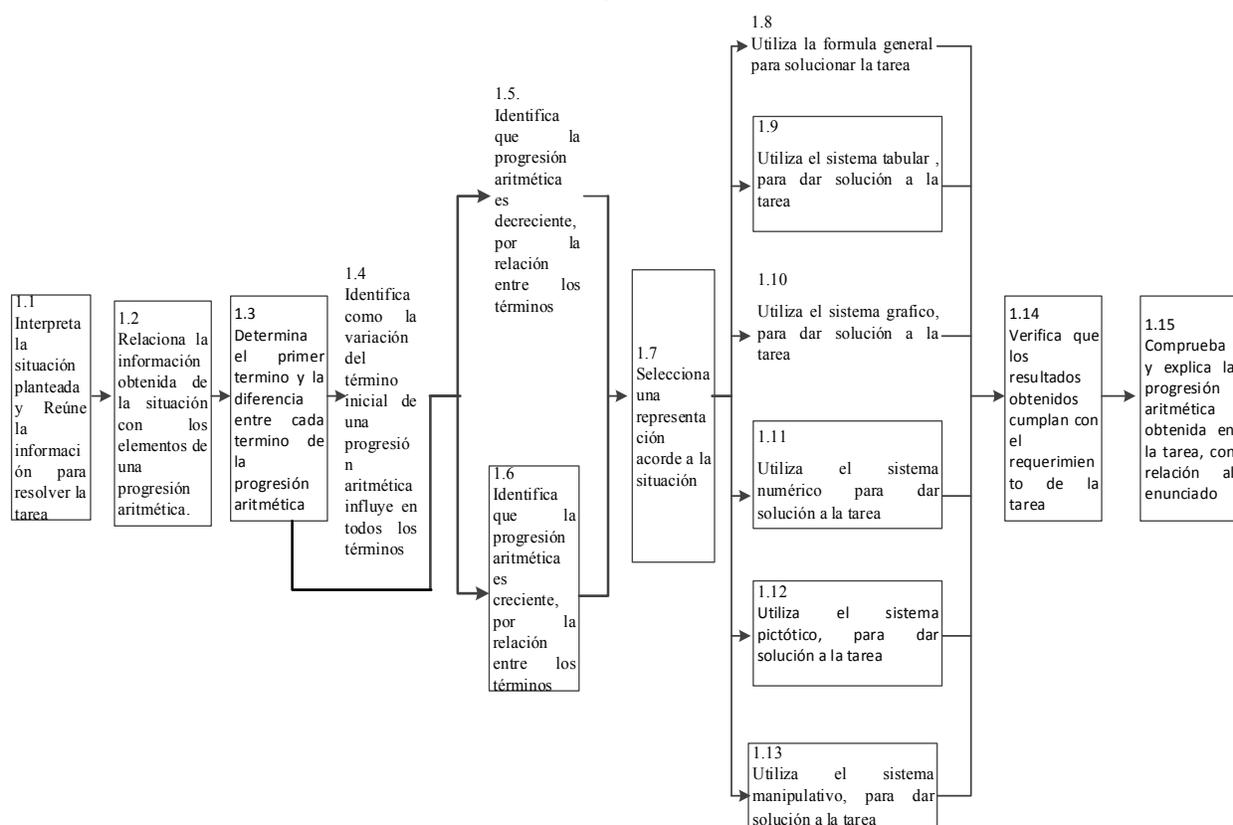


Figura 10. Grafo de criterio de logro de la tarea 2

El estudiante al desarrollar la tarea dos, activa los criterios de logro enmarcados en la figura 10. Se diferencia con la tarea uno porque no hay variación del primer término y en esta tarea el estudiante puede elegir entre cuatro caminos de aprendizaje, ya que el planteamiento permite incluir el sistema de representación tabular. En cada uno de los caminos de aprendizaje el estudiante

puede incurrir en errores que el grupo ha previsto y codificado. Para que estos errores no detengan el avance del estudiante en el camino de aprendizaje, el grupo prevé ayudas para cada error, estas se pueden observar en la tabla 8.

Tabla 8
Descripción de las ayudas de la tarea 1.2

E	A	Descripción
23	43	¿Cuál elemento de la progresión se ubica en el eje X y cual en el eje Y?
1	1	¿Cómo se indica una posición dada en una progresión aritmética? ¿Qué entiendes por ubicarte en una posición dada?
47	44	¿Qué elementos de una progresión aritmética puede identificar en la representación pictórica?
13	4	¿Cómo encontraste la diferencia? ¿Tuviste en cuenta dos términos consecutivos?
16	5	¿Qué utilizarías para indicar la relación entre el término y la posición?
7	3	Al calcular los términos, ten presente el primer término. ¿Qué paso con la diferencia al calcular el término? ¿Es importante tener la posición para encontrar el término? ¿Por qué?
27	8	¿Crees que te alcanzara tu hoja para hacer todas esas imágenes? explica Intenta otra idea que permita resolver la situación ¿Qué pasaría si los datos los agrupas en tablas?
45	10	¿Crees que lo que relacionas con la información dada, se puede aplicar a la solución de la tarea? La tarea cumple con los requisitos solicitados
18	6	¿Tuviste en cuenta todos los datos indicados en la tarea?
19	7	¿Has visto lo que pasó entre un término y el siguiente? ¿La variación entre cada término es positiva o negativa?
40	20	¿Qué es lo que queríamos encontrar con los datos que nos dan el planteamiento del problema?

Tabla 8
Descripción de las ayudas de la tarea 1.2

E	A	Descripción
		¿Cómo se ajustan los datos a la solución de la tarea? ¿Has agregado más datos?
46	29	¿Consideras que todos los datos son relevantes en el enunciado de la tarea? Explica
42	30	Compara la progresión que has construido con toda la información suministrada ¿Es acorde con la información y a lo solicitado en la tarea?
54	35	Para los términos que identificaste de la progresión ¿fue necesario tener en cuenta el crecimiento, decrecimiento o solos los obtuviste al azar?
55	40	Los términos que obtuviste con operaciones matemáticas, ¿si están ubicados en el lugar que les corresponden dentro de la progresión y separados entre sí por una diferencia constante?
57	41	Si trabajas con fichas u otros objetos, ¿te facilita identificar los elementos de la progresión aritmética?
58	42	La solución que presentas para la tarea si cumple con lo solicitado. ¿Al verificar tu respuesta sí es acorde a la situación planteada?
29	25	¿Cuál fue la pauta que utilizaste para ubicar cada número en la celda de la tabla?

Nota. E = error; A = ayuda.

Evaluación

El aporte de la tarea se cumple si el estudiante relaciona la información del enunciado de la tarea con una progresión y con sus elementos (primer término, diferencia o patrón, índice, número de término). Además, es capaz de darle solución a la situación utilizando alguna forma de representación.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

Para el desarrollo de la tarea es necesario aclarar que las jardineras están representadas por los hexágonos negros, que las jardineras serán colocadas en línea recta, para que la progresión aritmética se mantenga. Si se utilizan las fichas hexagonales se deben tener mínimo 45 por grupo.

Actuación del profesor

El docente debe incentivar en los estudiantes la utilización de alguna forma de representar la situación, luego, él debe proporcionar un ambiente de trabajo en grupo que permita ir detallar los elementos de la progresión aritmética individualmente y estar verificando el aporte de cada integrante al grupo al que pertenecen. El docente debe estar atento a utilizar las ayudas necesarias para evitar bloqueos, verificando que han encontrado alguna estrategia en la solución de la tarea.

6.2.3. Tarea La depreciación

La tarea refuerza en los estudiantes el uso de sistemas de representación para dar solución a la situación problema. Además, lleva al estudiante a diferenciar las subestructuras de crecimiento y decrecimiento. La tarea está centrada en actividades de su familia o contexto personal.

Elementos de la tarea

A continuación, indicamos los elementos de la tarea Depreciación

Requisitos

Para esta tarea se requiere que el estudiante reconozca patrones que están presentes en un grupo de números ordenados. También, que utilice representaciones numéricas para reconocer en las progresiones algunos de sus elementos y presente la información en tablas, gráficos o simbólicamente para la solución de la situación problema.

Contexto de la tarea

La tarea de aprendizaje se sitúa en un contexto profesional

Aportes de la tarea

Con esta tarea se busca que el estudiante identifique la información presentada en la situación, la relacione con una progresión aritmética decreciente y sus elementos (primer término, diferencia o patrón, índice, número de término).

Formulación de la tarea escolar

En la siguiente grafica se muestra la depreciación anual (Desvalorización de una moneda o de otro bien) de un automóvil. Si un auto se compró hace 12 años en \$80.000.000 y la desvalorización ha sido constante. ¿Cuál será el valor mínimo para vender mi auto en este momento?

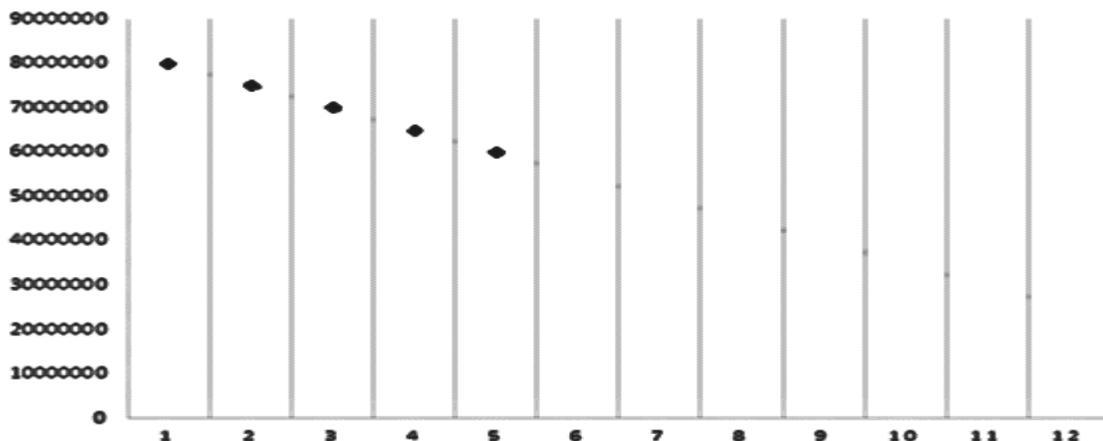


Figura 11. Gráfico de depreciación

Ten presente la gráfica de depreciación para justificar tu respuesta.

Materiales y recursos

El recurso utilizado para el desarrollo de esta tarea, es la guía que se indica en la figura 11, que se le entrega a cada estudiante, con la formulación de la tarea, al relacionar el concepto matemático de la progresión aritmética decreciente.

Agrupamiento

La tarea se trabajará en varios momentos. Inicialmente el docente y el gran grupo. Luego, en grupos de tres estudiantes, se hace un intercambio de la solución con otros tres compañeros. Al final, se presenta una socialización entre el profesor y el gran grupo.

Comunicación e interacción en la clase

La tarea se presenta en diferentes momentos en los que las interacciones cambian; inicialmente entre el docente y todo el grupo para explicar y organizar el trabajo, luego los estudiantes tienen una interacción en pequeños grupos. Finalmente, dos grupos de tres estudiantes llegan a un consenso en la respuesta y, por último, un estudiante propone con todo el grupo y el docente una alternativa de solución, al explicar sus resultados y métodos utilizados.

Temporalidad de la tarea matemática escolar

En la tabla 9, presentamos la temporalidad de la sesión para la tarea 1.3

Tabla 9

Temporalización de la sesión

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Realimentación tarea 1.2	15
	Socialización diario del estudiante tarea 1.3	10
	Presentación criterio de logro de la tarea 1.3	10
	Desarrollo de la tarea 1.3	55
	Diligenciamiento del diario del estudiante	10

Nota. T1.2= Jardineras. T1.3 = La depreciación

Tarea 4. La depreciación

En la figura 12, mostramos el grafo de criterio de logro, en el que se incluyen los diferentes caminos que puede tomar el estudiante y las estrategias para desarrollar la tarea la depreciación en el primer objetivo de aprendizaje.

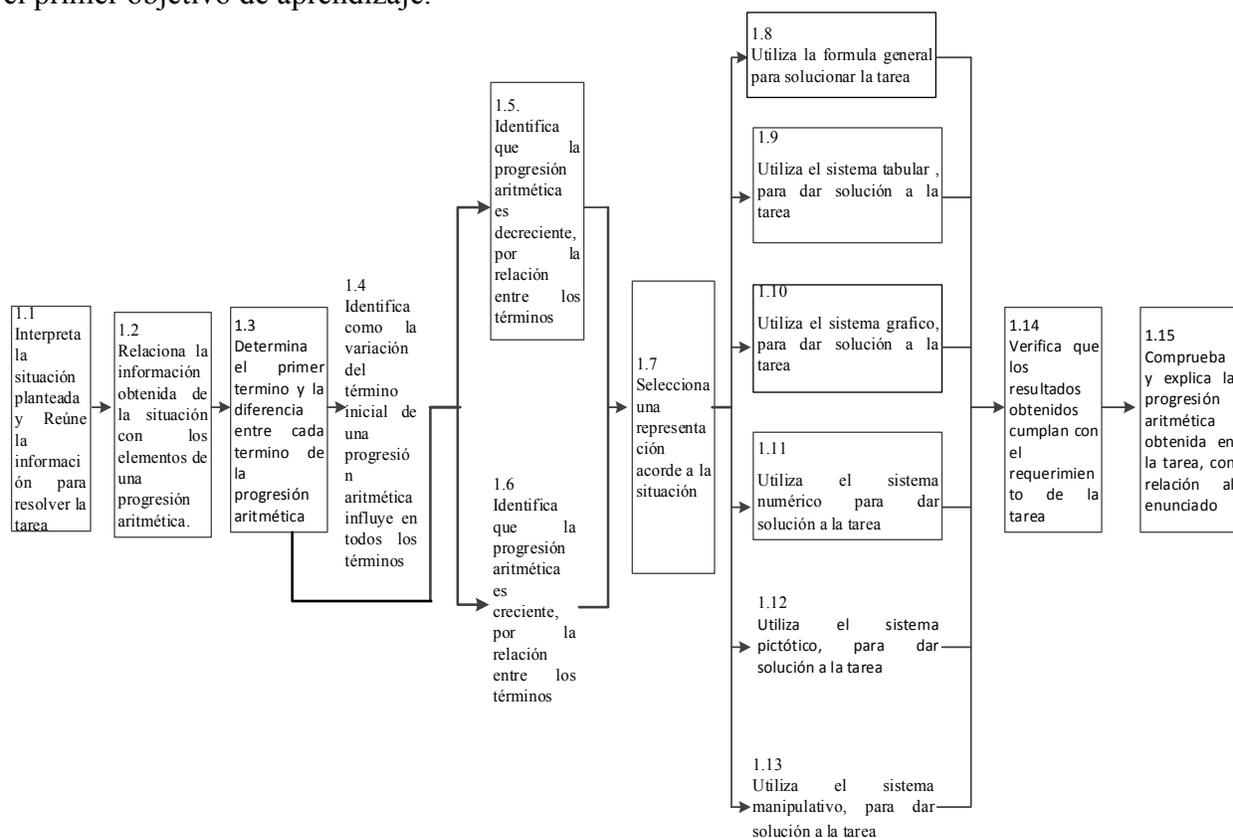


Figura 12. Grafo de criterio de logro de la tarea 3

Los criterios de logro que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea 3 son los que están enmarcados en la figura 12. A diferencia de las tareas uno y dos, en esta tarea se activan el criterio de logro relacionado con la subestructura de decrecimiento. Además, la tarea le permite al

estudiante seleccionar el sistema que desee para hallar la solución, la cuál debe ser justificada o validada con el uso de otro sistema de representación. En esta tarea, al igual que las anteriores, en la tabla 10 podemos encontrar un listado de ayudas para los errores en los que incurren los estudiantes.

Tabla 10
Descripción de las ayudas de la tarea 1.3

E	A	Descripción
1	1	¿Cómo se indica una posición dada en una progresión aritmética? ¿Qué entiendes por ubicarte en una posición dada?
7	3	Al calcular los términos, ten presente el primer término. ¿Qué paso con la diferencia al calcular el término? ¿Es importante tener la posición para encontrar el término?
13	4	¿Cómo encontraste la diferencia? ¿Tuviste en cuenta dos términos consecutivos?
16	5	¿Puedes indicar con una flecha la relación entre el término y la posición? Si lo indicas en un gráfico o tabla, ¿crees que te ayudaría? explica
50	32	Revisa la información que estás trabajando y compáralo con la información presente en el planteamiento de la tarea ¿Sí están relacionadas?
51	33	Toda la información que te suministran en la tarea es necesaria. ¿Estás seguro de haber extraído todos o solo algunos?
22	12	Puedes comprobar lo que realizaste ¿Parece ser cierto lo que realizaste o te faltó algo? Siempre será cierto lo que indicas
12	13	¿Por qué has realizado eso? El orden te ayudaría, relaciona orden con término
10	14	¿Qué no tuviste en cuenta al resolver la tarea? ¿Qué te hizo falta realizar u omitiste algo? ¿Desde dónde inicia la progresión?
45	10	Crees que lo que relacionas, ¿se aplica a la tarea? En la tarea ¿se cumple con los requisitos solicitados?
42	30	Si comparas la progresión que construiste ¿Es acorde a la información y a lo solicitado en la tarea?
54	35	Para los términos que identificaste de la progresión ¿fue necesario

Tabla 10
Descripción de las ayudas de la tarea 1.3

E	A	Descripción
		tener en cuenta el crecimiento o el decrecimiento solos obtuviste al azar?
55	40	Los términos que obtuviste con las operaciones matemáticas realizadas ¿si están ubicados en el lugar que les corresponden dentro de la progresión y separados entre sí por una diferencia constante?
2	2	¿Cuál es el segundo término y cuánto ha aumentado o disminuido el siguiente término?
29	25	¿Cuál fue la pauta que utilizaste para ubicar cada número en la celda de la tabla?
26	28	La realizar la gráfica, ten en cuenta a que información debes ubicar en el eje horizontal y cual en el eje vertical. Debes recordar que en el eje horizontal siempre va los términos y así evitaras confundir la abscisa con la ordenada
58	42	La solución que presentas para la tarea ¿sí cumple con lo solicitado? ¿Al verificar tu respuesta, si es acorde a la situación planteada?
24	45	¿Al graficar una progresión crees que los valores intermedios también pertenecen a la progresión?
25	24	Puedes relacionar cualquier punto de la gráfica con la información obtenida de la situación
40	20	¿Qué es lo que queríamos encontrar con los datos que nos dan el planteamiento del problema? ¿Cómo se ajustan los datos a la solución de la tarea? ¿Has agregado más datos? ¿Cuáles?
23	43	¿Cuál elemento de la progresión se ubica en el eje X y cuál en el eje Y?

Nota. *E* = error; *A* = ayuda.

Evaluación

El aporte de la tarea se logra en el estudiante al relacionar la información del enunciado de la tarea con una progresión decreciente y con sus elementos (primer término, diferencia o patrón, índice, número de término). Además, si es capaz de darle solución a la situación, utilizando alguna forma de representación.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea

Sugerimos, que el estudiante pase la información de la gráfica a una tabla, y así, le sea más fácil identificar el patrón de decrecimiento y los elementos de la progresión aritmética.

Actuación del profesor

El docente debe incentivar en los estudiantes la utilización de alguna forma de representar la situación, luego, él debe proporcionar un ambiente de trabajo en grupo que permita ir detallar los elementos de la progresión aritmética individualmente y estar verificando el aporte de cada integrante al grupo al que pertenecen. El docente debe estar atento a utilizar las ayudas necesarias para evitar bloqueos, verificando que han encontrado alguna estrategia en la solución de la tarea.

6.2.4. Tarea Ahorros

La tarea del ahorro por ser la última del objetivo uno, busca que el estudiante sea capaz de hacer una generalización de los términos de la progresión aritmética, es decir, que ellos utilicen el sistema de representación simbólico para deducir el término general en una progresión aritmética.

Elementos de la tarea

A continuación, indicamos los elementos de la tarea Ahorros

Requisitos

El estudiante determina los elementos y las características de una progresión aritmética, y utiliza algún sistema de representación en la solución de la situación problema.

Contexto de la tarea

La tarea de aprendizaje se sitúa en un contexto personal y social.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el gráfico, tabular y especialmente el simbólico.

Aportes de la tarea

Con el desarrollo de la tarea, buscamos que el estudiante utilice el sistema simbólico para hallar el término n -ésimo de la progresión aritmética. Además, permite al estudiante determinar el sistema de representación que lo lleva al resultado de manera más fácil y segura.

Formulación

Un estudiante de noveno grado quiere ahorrar para ir a una excursión organizada por la Escuela Normal, para el día 26 de noviembre. El costo de la excursión es de \$150000. Si el estudiante desde el primer día de marzo del mismo año, comienza con \$500 y al siguiente día aumenta su ahorro en \$700, con respecto al día anterior. Si mantiene el ahorro durante cada día, ¿El 26 de noviembre el estudiante cuánto tendrá ahorrado?

Materiales y recursos

Los recursos necesarios para el desarrollo de esta tarea son hojas impresas con la formulación y una cuadrícula. La hoja se entrega a cada estudiante para que registre los ahorros por cada fecha o establezcan alguna forma de representar la situación.

Agrupamiento

La tarea se desarrolla de forma individual inicialmente y luego en grupos de tres estudiantes, en los que se ponen en común las posibles respuestas. Finalmente, entre el gran grupo y el docente para consolidar la solución del problema planteado.

Comunicación e interacción en la clase

El desarrollo de la tarea se presenta en diferentes momentos en los que las interacciones cambian. Primero, entre el docente y todo el grupo para explicar y organizar el trabajo. Segundo, un trabajo individual. Tercero, grupos de tres estudiantes y por último, un estudiante con todo el grupo, al explicar sus resultados y métodos utilizados.

Temporalidad de la tarea matemática escolar sesión 3

En la tabla 11, indicamos la temporalidad de la sesión 3 relacionada con la tarea Ahorros

Tabla 11

Temporalización de la sesión 4

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Realimentación tarea 1.3	15
	Socialización diario del estudiante tarea 1.3	10
	Presentación criterio de logro de la tarea 1.4	10
	Desarrollo de la tarea 1.4	55
	Diligenciamiento diario del estudiante 1.4	10

Nota. T1.3 La depreciación ; T1.4 = Ahorro

Tarea 3. Ahorro

La figura 13, muestra el grafo de criterio de logro, incluyendo los errores en que pueden incurrir los estudiantes al abordar la tarea “Ahorro”.

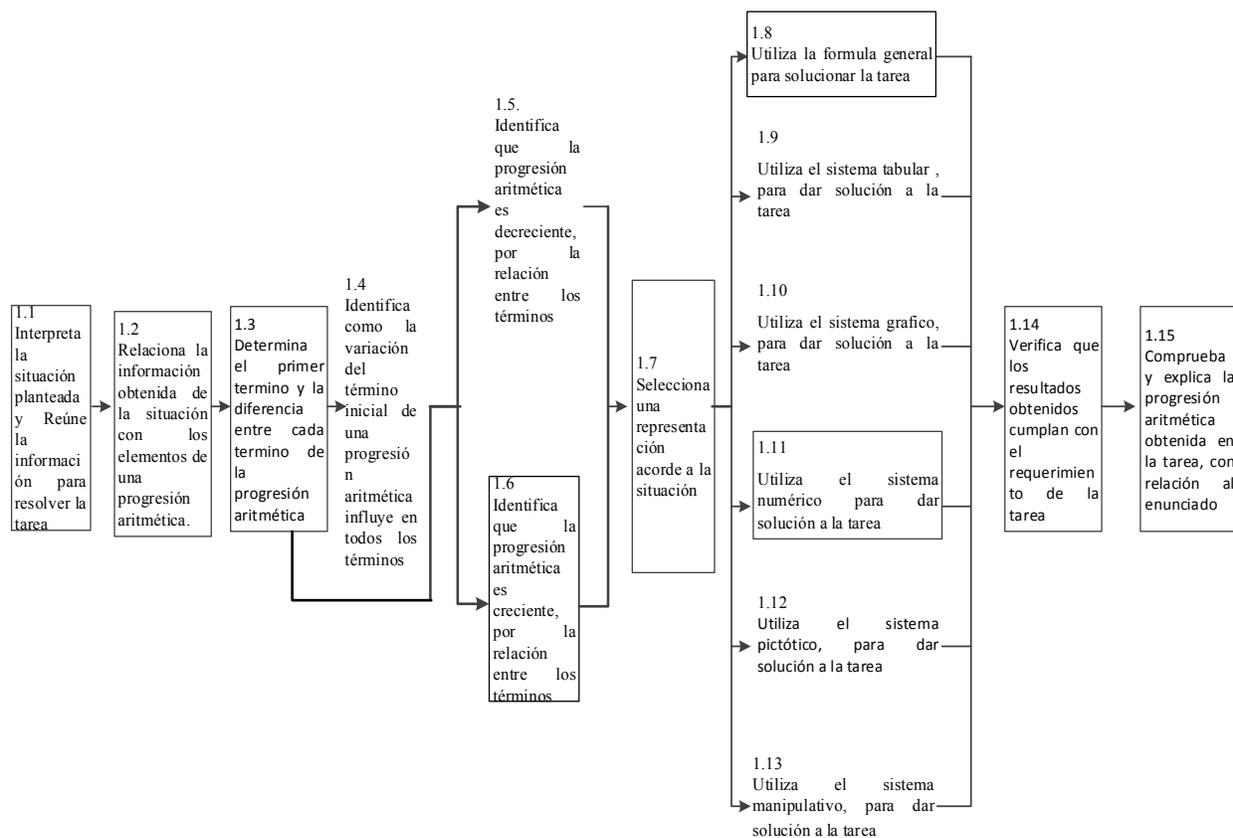


Figura 13. Grafo de criterio de logro de la tarea 1.4

Los criterios de logro que los estudiantes pueden activar al abordar la tarea 1.4 son los que se encuentran enmarcados en la figura 13. El planteamiento y los requerimientos de la tarea llevan al estudiante a generar una forma para obtener un **n-ésimo** término dentro de la progresión aritmética, ya que, los utilizados para la solución de las tareas anteriores se tornan muy extensos y confusos. Por la razón anterior, en esta tarea solo se prevén dos caminos de aprendizaje, con el sistema numérico o con el sistema simbólico. En esta tarea se hace necesario la intervención del profesor, para aclarar que lo solicitado es un término de la progresión y no la sumatoria de todos términos.

Tabla 12

Descripción de las ayudas de la tarea 1.4

E	A	Descripción
1	1	¿Cómo se indica una posición dada en una progresión aritmética? ¿Qué entiendes por ubicarte en una posición dada?
58	42	¿La solución que presentas para la tarea sí cumple con lo solicitado? ¿Al verificar tu respuesta sí es acorde con la situación planteada?
13	4	¿Cómo encontraste la diferencia? ¿Tuviste en cuenta dos términos consecutivos?
22	12	Puedes comprobar lo que realizaste ¿Es cierto lo que realizaste o te faltó algo?
12	13	¿Por qué has realizado eso? El orden te ayudaría, relaciona orden con término
10	14	¿Qué no tuviste en cuenta al resolver la tarea? ¿Qué te hizo falta realizar para cumplir lo solicitado en la tarea propuesta? ¿Desde dónde inicia la progresión?
7	3	Al calcular los términos, ten presente el primer término ¿Qué pasó con la diferencia al calcular el término?
55	40	Los términos que obtuviste al realizar las operaciones matemáticas con relación a la progresión, ¿si están ubicados en el lugar que les corresponden dentro de la progresión y separados entre sí por una diferencia constante?
42	30	Si comparas la progresión que construiste con el enunciado de la tarea ¿Es acorde a la información y a lo solicitado en la tarea?
45	10	¿Crees que lo que relacionas, se aplica a la tarea? explica En la tarea ¿se cumple con los requisitos solicitados?
40	20	¿Qué es lo que queríamos encontrar con los datos que nos dan el planteamiento del problema? ¿Cómo se ajustan los datos a la solución de la tarea? ¿Has agregado más datos?
16	5	¿Qué utilizarías para indicar la relación entre el término y la posición?
50	32	Revisa la información que estás trabajando y compáralo con la información presente en el planteamiento de la tarea ¿Si están relacionadas? explica

Tabla 12

Descripción de las ayudas de la tarea 1.4

E	A	Descripción
51	33	Toda la información que te suministran en la tarea es necesaria. ¿Estás seguro de haber extraído todos o solo algunos?
54	35	Para los términos que identificaste de la progresión ¿fue necesario tener en cuenta el crecimiento o el decrecimiento solos obtuviste al azar?
19	7	¿Has visto lo que pasó entre un término y el siguiente? Explica ¿La variación entre cada términos positiva o negativa?

Nota E = error; A = Ayuda

Evaluación

El aporte de la tarea al estudiante se relaciona al tomar la información del enunciado de la tarea con una progresión y con sus elementos (primer término, diferencia o patrón, índice, número de término), y lograr la correspondencia entre la expresión simbólica con los elementos de la progresión. Además, si es capaz de darle solución a la situación utilizando alguna forma de representación, preferiblemente el simbólico.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea.

Es recomendable explicar a los estudiantes que lo que se busca es el término de n posición y no la sumatoria de los términos hasta n posición. Si los estudiantes optan por representaciones muy extensas, se debe orientarlos para que vayan deduciendo el término n -ésimo.

Actuación del profesor

El docente debe incentivar en los estudiantes la utilización de alguna forma de representar la situación, luego, él debe proporcionar un ambiente de trabajo en grupo que permita ir detallar los elementos de la progresión aritmética individualmente y estar verificando el aporte de cada integrante al grupo al que pertenecen. El docente debe estar atento a utilizar las ayudas necesarias para evitar bloqueos, verificando que han encontrado alguna estrategia en la solución de la tarea.

6.3. Tareas de aprendizaje del objetivo 2

En el siguiente apartado describimos las tareas de aprendizaje correspondiente con las tareas del objetivo 2

6.3.1. Tarea Diseñando el jardín

Planteamos esta tarea con el propósito de que el estudiante utilice diferentes sistemas de representación, para la solución de una situación planteada. Además, que justifique con argumentos válidos los resultados que logre en cada forma de representación. La tarea se ubica en un contexto personal ya que está relacionada con actividades cotidianas del estudiante y de su familia.

Elementos de la tarea

A continuación, indicamos los elementos de la tarea Diseñando el jardín

Requisitos

Para el desarrollo de la tarea se necesita que el estudiante relacione la información suministrada en la situación con los elementos que se tiene en una progresión aritmética. Además, que utilice diferentes formas de representar la información obtenida de la situación problema.

Contexto de la tarea

La tarea de aprendizaje se sitúa en un contexto profesional y científico.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el pictórico, gráfico, tabular o simbólico.

Aportes de la tarea

La tarea permite que los estudiantes adquieran seguridad en la solución de situaciones problemas y use diferentes sistemas de representación que le faciliten determinar la solución de la situación problema.

Conceptos y procedimientos implicados en la tarea

En esta tarea los estudiantes utilizan los elementos y características de la progresión aritmética, la subestructura de crecimiento para dar solución a la situación problema y usan varios sistemas de representación.

Formulación

En una finca se hace un jardín para bordear los límites utilizando crotones y cartuchos. Se realizan tres filas para sembrar las plantas, separadas por 30 centímetros de tallo a tallo. En la fila del centro se siembran intercalando los crotones y los cartuchos, empezando y terminando por los crotones. En las demás filas; siempre se siembran crotones. Manteniendo la misma cantidad de matas sembradas en cada fila y ubicándolas también en columnas, separadas por 30 centímetros de tallo a tallo. Siempre un cartucho rodeado por crotones.



Figura 13. Cartucho¹ y crotones²

Cada casa tiene de frente 10 metros dejando un metro de espacio para la entrada, ¿Qué relación se puede determinar en la cantidad de cartuchos sembrados con la cantidad de los crotones, si se utilizan para el frente de una casa de 10 metros, dejando un metro de espacio para la entrada?

¿De qué maneras podría presentar la información y que semejanzas encuentras para determinar la cantidad de crotones que se deben comprar con respecto a los cartuchos?

Materiales y recursos

En la formulación de la tarea presentamos una hoja impresa con tablas y gráficos para poder hacer un buen uso del tiempo. También, un pliego de papel para la presentación de sus resultados.

Agrupamiento

El estudiante inicialmente resuelve la tarea de manera individual. Luego, en grupo de tres estudiantes para realizar comparaciones entre las diferentes soluciones y llegar a acuerdos. Se finaliza con la presentación de resultados para socializar con el gran grupo.

Interacción

Comenzamos con el gran grupo y el profesor que lidera la actividad, dando las indicaciones iniciales de la actividad. Luego, interactúa con los grupos de tres estudiantes para mostrar las diferentes soluciones. Por último, un representante de cada pequeño grupo socializa la solución para concluir la actividad.

Temporalidad de la tarea matemática escolar

En la tabla 11, se indica la descripción de la temporalidad de la sesión 8, en la que se presentan los cuatro momentos que permiten cumplir con el desarrollo de la tarea de aprendizaje.

¹ Tomada de, <http://www.semilleroslaimund.com/imagenes/foto-zantedeschia-2.jpg>

² Tomada de, [http://2.bp.blogspot.com/-4ZE-MBIyqLM/UqdkIIU9SVI/AAAAAAAAASaw/0bKIhYDRZGM/s1600/CROTON+\(1\).JPG](http://2.bp.blogspot.com/-4ZE-MBIyqLM/UqdkIIU9SVI/AAAAAAAAASaw/0bKIhYDRZGM/s1600/CROTON+(1).JPG)

Tabla 11
Temporalización de la sesión 8

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Realimentación tarea 1.4	15
	Socialización diario del estudiante tarea 1.4	10
	Presentación criterio de logro de la tarea 2.1	10
	Desarrollo de la tarea 2.1	55
	Diligenciamiento diario del estudiante	10

Nota. T1.3 = Ahorro; T2.1 = Diseñando el jardín

En la figura 14, indicamos el grafo de criterios de logros que intervienen en el desarrollo de la tarea de aprendizaje cinco diseñando el jardín.

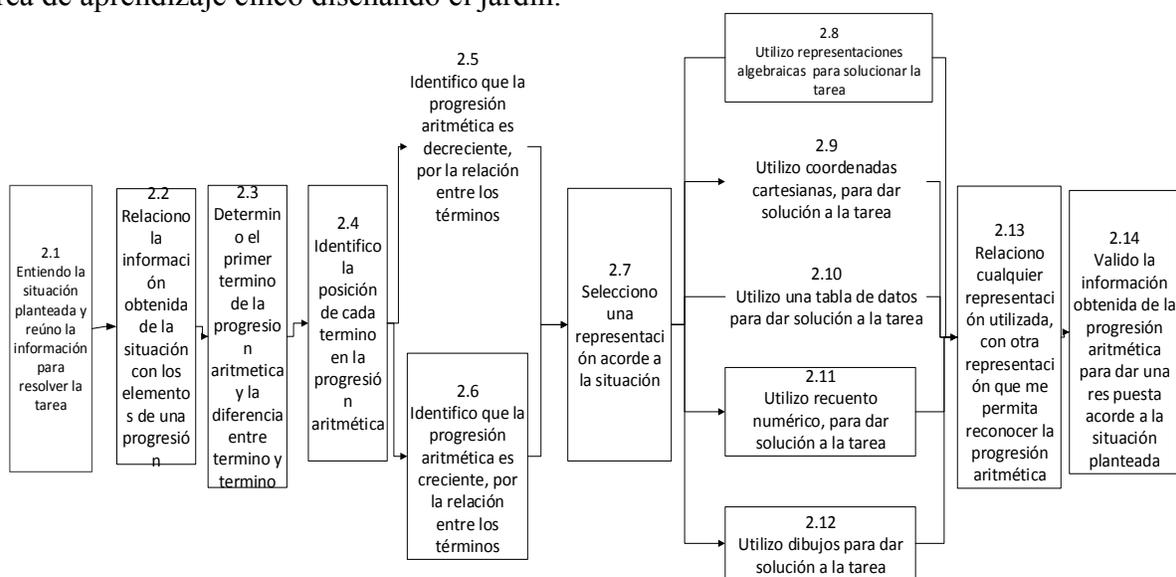


Figura 14. Grafo de criterio de logro de la tarea objetivo dos

En la figura 14, podemos ver los criterios de logro previstos que se activan al desarrollar la tarea. Establecimos tres alternativas que el estudiante puede seleccionar para que aborde la tarea, según el sistema de representación que seleccione. Según el requerimiento de la tarea se hace necesario que después de dar solución, presente en otro sistema diferente la información ya obtenida, esto quiere decir que el estudiante debe hacer traducciones entre sistemas.

Al dar solución a la tarea, por cualquiera de los caminos de aprendizaje, el estudiante activa los criterios de logro en el que puede incurrir en errores que no le permitirán continuar con el proceso. Al estudiante que incurre en algún error, le planteamos una serie de ayudas que podemos observar en la tabla 14.

Tabla 14

Descripción de las ayudas de la tarea 2.1

E	A	Descripción
1	1	¿Cómo se indica una posición dada en una progresión aritmética? ¿Qué entiendes por ubicarte en una posición dada?
13	4	¿Cómo en contrastes la diferencia? ¿Tuviste en cuenta dos términos consecutivos?
31	15	Como encontraste la representación simbólica, ¿cuál fue tu procedimiento? ¿Hallaste la respuesta correcta? ¿Algunas veces o muchas veces?
32	26	Al cambiar la letra por la posición del término encontrarás cualquier relación presentada en la gráfica.
33	17	Establece una relación entre los datos de la tabla y la forma de ubicarlos en el grafico
34	18	¿Has establecido la relación entre este sistema y otro?
35	19	¿Qué opinan tus compañeros de lo que realizaste, desde lo que has representado y la tabla de posición- termino que has construido?
38	27	Al Asociar cada término de la progresión aritmética, ¿puedes ir relacionando por medio de algún mecanismo el orden y el índice? ¿Conseguiste establecer alguna comparación entre orden e índice? Explica
7	3	Al calcular los términos, ten presente el primer término. ¿Qué pasó con la diferencia al calcular el término?

Tabla 14

Descripción de las ayudas de la tarea 2.1

E	A	Descripción
16	5	¿Qué utilizarías para indicar la relación entre el término y la posición?
19	7	Primero encuentra varios términos y luego determina la relación entre ellos.
40	20	¿Qué es lo que queríamos encontrar con los datos que nos dan en el planteamiento del problema? ¿Cómo se ajustan los datos a la solución de la tarea? ¿Has agregado más datos? ¿Cuáles?
27	8	¿Crees que te alcanzará tu hoja para elaborar todas esas imágenes? Porque no intentas otra idea para realizar la tarea. ¿Qué pasaría si lo agrupas en tablas?
15	21	¿Entiendes que el patrón, pueden disminuir en algunas tareas? Explica

Nota. E = error; A = ayuda.

Evaluación

El aporte de la tarea es generar la capacidad de darle solución a la situación que involucre progresión aritmética, en el que al solucionar la situación utiliza varios sistemas de representación.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea.

Es recomendable que el estudiante represente la información del planteamiento en una representación pictórica para que identifique con mayor facilidad los elementos de la progresión aritmética, y luego, lo relacione con otro sistema de representación.

Actuación del profesor

El docente debe incentivar en los estudiantes la utilización de alguna forma de representar la situación. Luego, él debe estar atento a utilizar las ayudas necesarias para evitar bloqueos, verificando que han encontrado alguna estrategia en la solución de la tarea.

6.3.2. Tarea Los resortes

Con el desarrollo de esta tarea se pretende que el estudiante relacione los sistemas de representación utilizados en la solución de una situación problema, es decir que realice traducciones entre los sistemas de representación. Además, que justifique con argumentos válidos los resultados que obtenga en cada sistema de representación.

La tarea se ubica en un contexto personal ya que está relacionada con actividades cotidianas del estudiante y de su familia. Adicionalmente, la tarea le permite al estudiante identificar la subestructura de decrecimiento y activar así el criterio de logro correspondiente.

Elementos de la tarea

A continuación, indicamos los elementos de la tarea Jardineras Contexto de la tarea

La tarea de aprendizaje se sitúa en un contexto científico.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el pictórico, gráfico, tabular o el simbólico.

Requisitos

Se requiere que el estudiante utilice diferentes formas de representar la situación, lo cual permitirá modelar o llegar a la generalización de la progresión aritmética, para afirmar y verificar en la solución de la situación problema los resultados obtenidos.

Aportes de la tarea

La tarea busca que los estudiantes relacionen la información suministrada de cada sistema de representación de una progresión aritmética y haga traducciones entre los sistemas de representación

Formulación

En la figura 15, mostramos la longitud inicial de un resorte (en cm), y la que alcanza este resorte cuando sostiene bloques de distintas masas (en gramos).

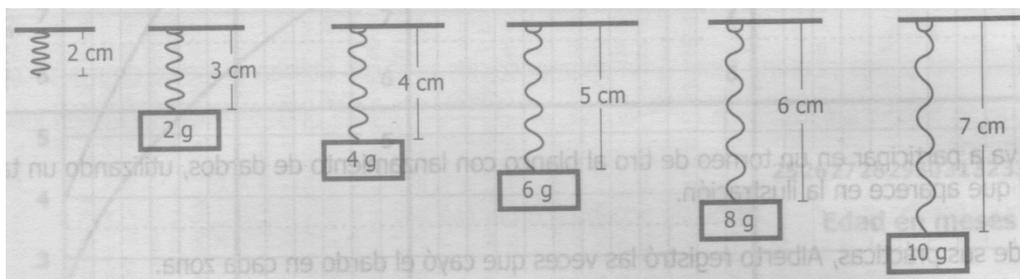


Figura 15. Tomada de prueba saber 9, 2014

Si la máxima elongación del resorte son 30 cm, representa de diferentes maneras las elongaciones antes que el resorte llegue a su estado inicial.

Materiales y recursos

Hoja de papel milimetrado, fotocopias de la actividad y hojas tamaño carta.

Agrupamiento

El desarrollo de la tarea se inicia por parejas, luego se conforman grupos de cuatro estudiantes, para estructurar la propuesta a la situación planteada en la tarea. Por último, el grupo total para socializar los resultados en una propuesta final.

Interacción

Al comenzar, establecimos una interacción entre el grupo general y el docente para explicar la situación y proponemos unas pautas a seguir. La segunda interacción, planteamos parejas en la que se socializa la interpretación de cada estudiante de la información que se suministra en el enunciado de la tarea.

Luego, los estudiantes extraen una primera idea sobre la formulación de la tarea, posteriormente, se reúnen en grupo de cuatro estudiantes para presentar las alternativas al desarrollar la tarea de aprendizaje propuesta.

Por último, un líder de los grupos expone las alternativas de solución a la tarea con todo el grupo y se presenta discusiones finales para llegar a conclusiones generales sobre la tarea y su validación.

Temporalidad de la tarea matemática escolar

En la tabla 14, indicamos la temporalidad de la sesión 9 para la tarea 2.2 Los resortes

Tabla 14

Temporalización de la sesión 9

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Realimentación tarea 2.1	15
	Socialización diario del estudiante tarea 2.1	10
	Presentación criterio de logro de la tarea 2.2	10
	Desarrollo de la tarea 2.2	55
	Diligenciamiento diario del estudiante	10

Nota. T2.1 = Diseñando el jardín; T2.2 = Los resortes

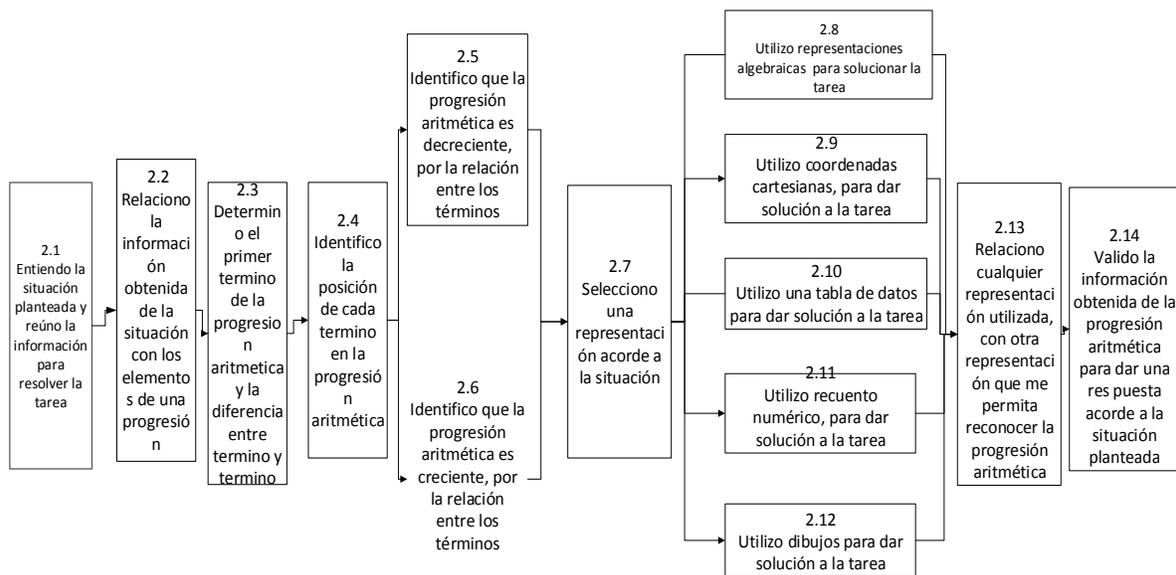


Figura 16. Grafo de criterio de logro tarea 2,1 objetivo 2

En el grafo de criterios de logro indicamos las posibles soluciones de la tarea con cualquier sistema de representación. Los estudiantes se motivan al utilizar y comparar los sistemas de representación para facilitar el proceso de traducción entre ellos. Además, lleva al estudiante a activar el criterio de logro relacionado con la subestructura de decrecimiento.

El estudiante da solución a la tarea, al escoger uno de los caminos de aprendizajes diseñados, así, el estudiante activa los criterios de logro y a su vez puede incurrir en errores que no le permitirán continuar con el proceso. Para que el estudiante no se estanque establecimos, al igual que en las demás tareas, una serie de ayudas que podemos apreciar en la tabla 15.

Tabla 15
Descripción de las ayudas de la tarea 2.2

E	A	Descripción
46	29	Considero todos los datos relevantes en el enunciado
1	1	¿Cómo se indica una posición dada en una progresión aritmética? ¿Qué entiendes por ubicarte en una posición dada?
2	2	¿Cuál es el segundo término y cuanto ha aumentado o disminuido el siguiente termino?
16	5	Puedes indicar con una flecha la relación entre el término y la posición. Si, lo indicas en un gráfico o tabla, ¿crees te ayudaría? ¿Por qué?
13	4	¿Cómo encontraste la diferencia? ¿Tuviste en cuenta dos términos consecutivos?
38	27	Asociar cada término de la progresión aritmética, puedes ir relacionando por medio de algún mecanismo el orden y el índice. ¿Conseguiste establecer alguna comparación entre orden e índice?
25	24	Puedes relacionar cualquier punto de la gráfica con la información obtenida de la situación.
29	25	¿Cuál fue la pauta que utilizaste para ubicar cada número en la celda de la tabla?
32	26	Al cambiar la letra por la posición del término encontrarás cualquier relación presentada en la gráfica.
7	3	Al calcular los términos, ten presente el primer término. ¿Qué pasó con la diferencia al calcular el término?
31	15	¿Cómo encontraste la representación simbólica? ¿Cuál fue tu procedimiento? Parece ser cierto lo que hallaste, algunas veces o muchas veces
33	17	Establezcas una relación entre los datos de la tabla y la forma de ubicarlos en el gráfico.
34	18	Has establecido la relación entre este sistema y otro.
35	19	¿Qué opinan de tus compañeros de lo que realizaste, desde lo que has representado y la tabla de posición- término?

Tabla 15
Descripción de las ayudas de la tarea 2.2

E	A	Descripción
26	28	Al realizar la gráfica, ten en cuenta a que información debes ubicar en el eje horizontal y cual en el eje vertical. Debes recordar que en el eje horizontal siempre van los términos y así evitarás confundir la abscisa con la ordenada.
40	20	¿Qué es lo que queríamos encontrar con los datos que nos dan en el planteamiento del problema? ¿Cómo se ajustan los datos a la solución de la tarea? ¿Has agregado más datos?
15	21	¿Entiendes que el patrón puede disminuir en algunas tareas?

Nota. E = error; A = ayuda.

Evaluación

En la tarea el estudiante utiliza diferentes representaciones para mostrar la información obtenida de la situación y establecer la respectiva progresión aritmética. En la que el estudiante realiza traducciones entre los diferentes sistemas de representación utilizados para dar solución a la situación.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea.

No se recomienda realizar esta tarea con material manipulativo si no se cuenta con resortes que tengan la misma constante de elongación. Se hace necesario aclarar, cuál de las progresiones presentes en el planteamiento es la que los estudiantes deben representar.

Actuación del profesor

El docente debe estar atento a utilizar las ayudas necesarias para evitar bloqueos, verificando que han encontrado alguna estrategia en la solución de la tarea.

6.3.3. Tarea La Colmena

Con el desarrollo de la tarea, pretendemos que los estudiantes sean capaces de seleccionar el sistema de representación más acorde con la situación problema, con el requerimiento y con la información suministrada. En la que el estudiante argumenta la selección realizada y los resultados que obtenga con su aplicación.

Elementos de la tarea

A continuación, indicamos los elementos de la tarea Jardineras

Requisitos

El estudiante utiliza diferentes representaciones para mostrar la información obtenida de la situación y establecer la respectiva progresión aritmética. Realiza traducciones entre diferentes sistemas de representación. La tarea se ubica en un contexto personal, debido a que está relacionada con actividades cotidianas del estudiante y de su familia.

Contexto de la tarea

La tarea de aprendizaje se sitúa en un contexto científico y profesional.

Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se activan son el gráfico, tabular o simbólico.

Aportes de la tarea

La tarea procura que el estudiante compare diferentes sistemas de representación y seleccione el que sea más adecuado para la solución de la situación problema. Además, determinar la generalización de la progresión aritmética.

Conceptos y procedimientos implicados en la tarea

En esta tarea, los estudiantes utilizan los elementos de la progresión aritmética, el sistema de representación simbólico y la subestructura de crecimiento.

Formulación

Un panal es una estructura formada por celdillas de cera que comparten paredes en común, construida por las abejas melíferas. La celda de forma hexagonal es utilizada para depositar alimentos y como habitáculo para la cría de obreras y zánganos.

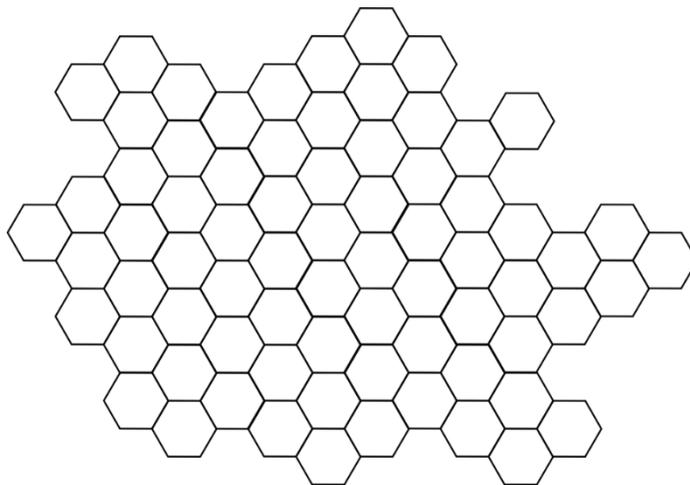


Figura 17. Panal de abejas³

³ Tomada de http://theavanguardian.com/wp-content/uploads/2016/05/hexagon-37436_960_720.png

La abeja reina comienza a depositar un huevo por cada celda. Su desplazamiento lo realiza de manera que va rodeando siempre donde dejó el primer huevo. ¿Con qué representaciones diferentes se podría determinar la cantidad de huevos en cualquier conjunto de celdas que mantienen una misma relación al rodear una celda?

Materiales y recursos

La tarea se presenta en hoja impresa y se entrega las fichas hexagonales. Estas fichas permiten que al manipularlas por los estudiantes representen la situación planteada. Se finaliza con carteleras que permiten observar el desarrollo de cada grupo de estudiantes.

Agrupamiento

La solución de la tarea se resuelve de manera individual. Luego se permite, un intercambio de cinco estudiantes para contrastar las soluciones. Se finaliza con la socialización de las alternativas obtenidas por el gran grupo.

Interacción

Primero el profesor interactúa con el gran grupo, luego los estudiantes interactúan en los grupos conformado por cinco, para mostrar las diferentes soluciones. Los estudiantes generan conclusiones, para dar validez a los resultados obtenidos, y así socializar con el profesor y el gran grupo.

Temporalidad de la tarea matemática escolar sesión 10

En la tabla 16, presentamos la temporización de la sesión 10 de la tarea la colmena

Tabla 16

Temporalización de la sesión 10

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Realimentación tarea 2.2	15
	Socialización diario del estudiante tarea 2.2	10
	Presentación criterio de logro de la tarea 2.3	10
	Desarrollo de la tarea 2.3	55
	Diligenciamiento diario del estudiante 2.3	10

Nota. T2.2 = Lo resortes; T2.3 = La colmena

Grafo de criterios de logro

En el grafo vemos que la tarea puede ser solucionada con cualquier sistema de representación. Esto con el fin de motivar al estudiante a comparar los sistemas y facilitar el proceso de traducción entre ellos, teniendo en cuenta que el resultado es el mismo.

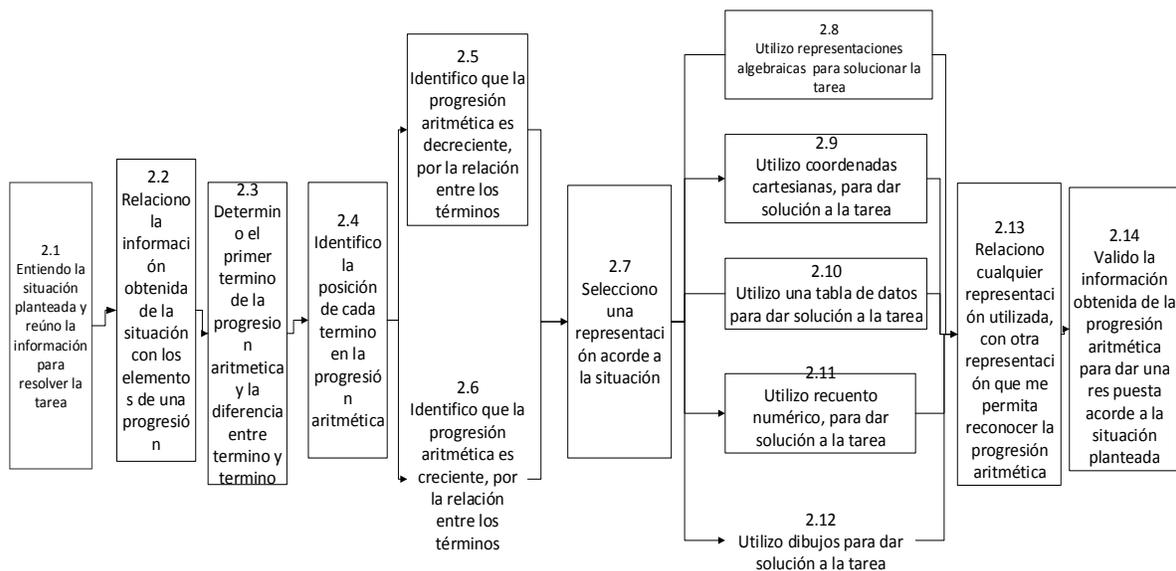


Figura 18. Grafo de criterio de logro tarea 7 objetivo dos

Al dar solución a la tarea por cualquiera de los caminos de aprendizaje, el estudiante activa los criterios de logro resaltados, pero a su vez puede incurrir en errores que no le permitirán continuar con el proceso. Para que el estudiante no se estanque al desarrollar la tarea, hemos previsto una serie de ayudas que se pueden observar en la tabla 16.

Tabla 16

Descripción de las ayudas de la tarea 2.3

E	A	Descripción
46	29	Considero todos los datos relevantes en el enunciado.
1	1	¿Cómo se indica una posición dada en una progresión aritmética?
38	27	Al Asociar cada término de la progresión aritmética, puedes ir relacionando por medio de algún mecanismo el orden y el índice. ¿Conseguiste establecer alguna comparación entre orden e índice?
13	4	¿Cómo encontraste la diferencia? ¿Tuviste en cuenta dos términos consecutivos?
16	5	¿Puedes indicar con una flecha la relación entre el término y la posición? Si lo indicas en un gráfico o tabla ¿crees te ayudaría?
22	12	Puedes comprobar lo que realizaste. ¿Te faltó algo? Siempre será cierto lo que indicas.
12	13	¿Por qué has realizado eso? ¿El orden te ayudaría? ¿Relaciona orden con el término?
10	14	¿Que no tuviste en cuenta al resolver la tarea? ¿Qué te hizo falta realizar u omitiste algo? ¿Desde dónde inicia la progresión?
40	20	¿Qué es lo que queríamos encontrar con los datos que nos dan el planteamiento del problema? ¿Cómo se ajustan los datos a la solución de la tarea? ¿Has agregado más datos?
15	21	¿Entiendes que el patrón puede disminuir en algunas tareas?
31	15	¿Encontraste la representación simbólica? ¿cuál fue tu procedimiento? explica Para hallar la solución debes tener presente que regularidades se pueden encontrar en la situación.

Tabla 16

Descripción de las ayudas de la tarea 2.3

E	A	Descripción
33	17	Establece una relación entre los datos de la tabla y la forma de ubicarlos en el gráfico.
34	18	¿Has establecido la relación entre este sistema y otro?
35	19	¿Qué opinan de tus compañeros de lo que realizaste, desde lo que has representado y la tabla de posición- término?
29	25	¿Cuál fue la pauta que utilizaste para ubicar cada número en la celda de la tabla?
32	26	Al cambiar la letra por la posición del término encontrarás cualquier relación presentada en la gráfica.
27	8	¿Crees que te alcanzará tu hoja para hacer todas esas imágenes? Intenta otra idea que relacione los datos con la situación. explica ¿Qué pasaría si lo agrupas en tablas?
7	3	Al calcular los términos, ten presente el primer término. ¿Qué paso con la diferencia al calcular el término?
19	7	¿Has visto lo que paso entre un término y el siguiente? explica

Nota. E = error; A = ayuda.

Errores en los que incurren los estudiantes

El estudiante puede extraer parcialmente la información a partir de una representación, pero presenta dificultad para obtener generalizaciones y justificación de los procedimientos y las expresiones involucradas en la tarea de aprendizaje. También puede confundir la diferencia constante con el índice de la progresión aritmética, entre otros errores, que se puede consultar en el anexo 7.

Evaluación

La tarea aporta al cumplimiento del objetivo 2, si el estudiante utiliza la representación más acorde a la información suministrada en el planteamiento de la tarea. Y si el estudiante logra determinar la generalización de la progresión aritmética de una manera razonada.

Sugerencias metodológicas y aclaraciones de la tarea.

Se debe aclarar que la celda del centro, en el panal, es el nido de la abeja, portal razón en esta celda no pone huevo. Otra aclaración, se relaciona con el requerimiento de la tarea, es necesario que el estudiante comprenda que lo que se pide es la representación simbólica.

Actuación del profesor

El docente debe incentivar en los estudiantes la utilización de diferentes formas de expresar y de representar la situación, luego, él debe proporcionar un ambiente de trabajo en grupo que le permita detallar si los estudiantes modelan la situación teniendo en cuenta los elementos de la progresión aritmética y estar verificando el aporte de cada integrante al grupo al que pertenecen. El docente debe estar atento a utilizar las ayudas necesarias para evitar bloqueos, verificando que han encontrado alguna estrategia en la solución de la tarea.

7. EXAMEN FINAL

En este apartado presentamos el examen final que nos permitirá observar, en qué medida los estudiantes logran alcanzar los objetivos trazados para la unidad didáctica. Las tareas que componen el examen evalúan los aspectos claves de cada objetivo de aprendizaje para la progresión aritmética. A continuación, especificamos las tareas que componen el examen para la unidad didáctica.

El examen final está compuesto por cinco tareas que nos permiten distinguir los aportes a los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica. Las dos primeras llevan al estudiante a identificar los elementos de la progresión aritmética y realizar alguna representación para obtener una solución a la situación presentada. Las siguientes tres tareas permiten observar la relación que establecen los estudiantes con los sistemas de representación y validar los resultados obtenidos con relación a la situación planteada.

Primera tarea

Teniendo en cuenta las figuras uno y dos, responde las preguntas que se relacionan a continuación.

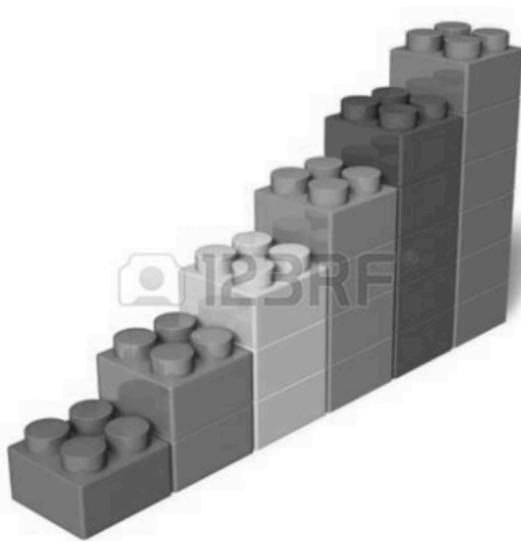


FIGURA UNO

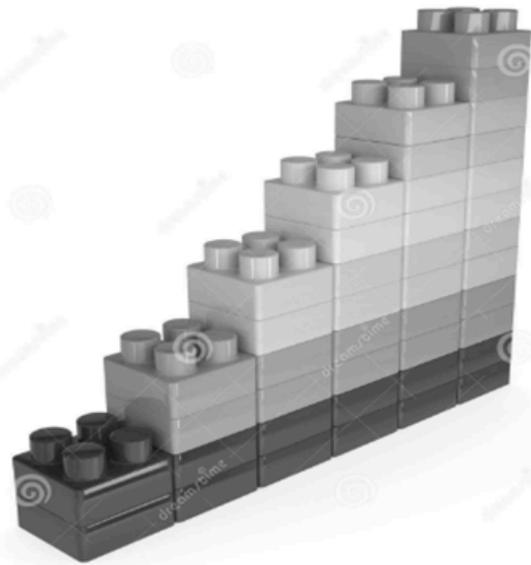


FIGURA DOS

Figura 19. Fichas para encajar

¿Qué diferencias y semejanzas hay entre las dos escaleras, aparte de las características en la tonalidad grises y el tamaño de las fichas?

¿Cuántas fichas serán necesarias para construir el octavo escalón en cada una de las escaleras? ¿Por qué?

Representa de otra(s) forma(s) la situación matemática que se indica en cada figura.

Segunda tarea

En el costado de una ladera, un campesino quiere sembrar un cultivo de café con las recomendaciones técnicas de la federación de cafeteros. En la figura 2 se muestra un sistema para cultivar café, este sistema llamado sistema de terrazas establece que cada terraza debe estar a 1 metro más alta que la anterior, las plantas deben estar separadas 2 metros una de la otra. Cada terraza debe tener dos plantas menos en cada lado de la ladera.

Si en el pie de la montaña está la primera terraza, que tiene 50 plantas y el agricultor quiere sembrar 450, ¿cuántas terrazas debe construir en la ladera? ¿Cuántas plantas quedan en la última terraza y a que altura está?

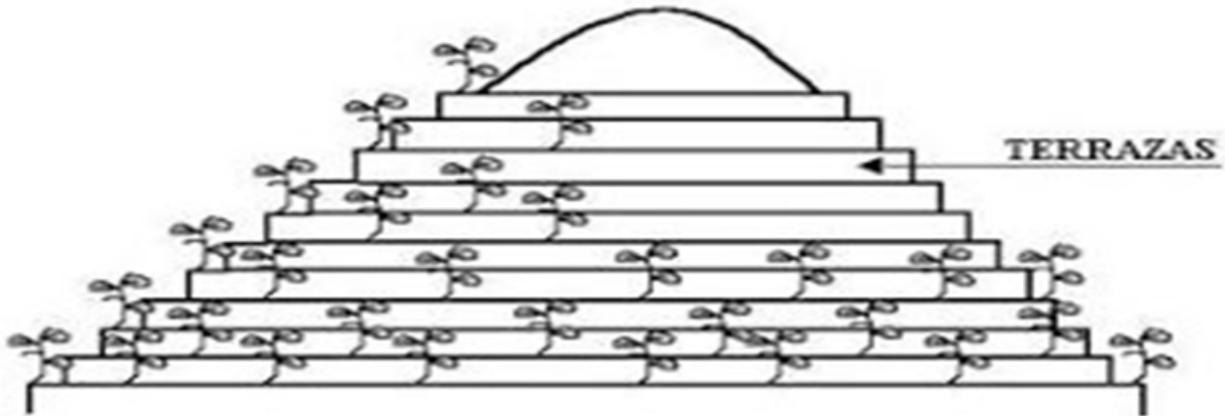


Figura 20. Cultivos en las laderas con el sistema de terrazas

Tercera tarea

El dueño de la panadería “Mi Tolima” planea un viaje para sus cinco empleados. La propuesta es que cada empleado debe aportar \$ 500 pesos diarios y el dueño le regala al final \$ 150.000. Si cada empleado inicia a dar la cuota desde el primero de abril. ¿Cuánto dinero tendrán el 30 de noviembre, para realizar el viaje el 8 de diciembre?

Cuarta tarea

Un entrenador de la liga de Cundinamarca, realiza un acondicionamiento a un grupo de deportistas de alto rendimiento sobre la resistencia y flexibilidad en un centro especializado. Establece los puntos obtenidos según sus expectativas a nivel del rendimiento con relación a un deportista de alto rendimiento, presentándolo en la tabla siguiente

Tabla <i>Resistencia y flexibilidad en un centro de alto rendimiento</i>							
Número de días	1	2	3	4	5	6	7
Puntos obtenidos con relación al rendimiento físico a nivel grupal	127	254	381	508	635	762	889

Si el rendimiento físico se mantiene en esa relación hasta los 60 días de la preparación óptima de un deportista, ¿De qué manera el entrenador puede determinar la cantidad de puntos obtenidos para cualquier cantidad de días? ¿Cómo podría justificarlo?

Quinta tarea

En una Feria ganadera organizada en Gachetá, para evitar inconvenientes con el ganado que participará, se ha ubicado en cada establo, se ubique una nomenclatura, dependiendo del orden de llegada a la feria.

Sabemos que participaron 51 ejemplares, traídos del extranjero, los cuales ya han ocupado sus establos asignados, con su respectiva nomenclatura.

Por otro lado, a nivel nacional participarán 312 ejemplares, los cuales se les debe asignar una nomenclatura según la logística establecida.

El señor Fernández es muy agüerista y desea saber de antemano, según su puesto de llegada, ¿cuál es el número de la nomenclatura del establo asignado, si sabemos que llegó en el puesto 284?

Siendo usted el administrador de la feria, ¿cómo haría para indicarle al señor Fernández, el número de la nomenclatura? explica

Si se ha establecido que, si al número de llegada se le resta una unidad y al respectivo resultado le sumamos la cantidad de ejemplares que fueron traídos del exterior, obtenemos el número de la nomenclatura del establo asignado, según el orden de llegada a la feria.

¿Cómo expresarías de forma algebraica lo dicho anteriormente? ¿Justifica y valida la expresión algebraica que planteaste?

Tabla 17
Temporalización del examen

Fecha	Momento	Tiempo (minutos)
	Realimentación tarea 2.3	15
	Socialización diario del estudiante tarea 2.3	10
	Presentación del examen final	10
	Desarrollo del examen final	65

Rúbrica del examen final

Para el examen final presentamos una rúbrica de evaluación por cada objetivo de la unidad didáctica implementada. Esto permite identificar el nivel de consecución de los desempeños obtenidos por los estudiantes. En la tabla 18, relacionamos los desempeños superior, alto, básico y bajo, con los indicadores que pertenecen a los criterios de logro de la unidad didáctica.

Tabla 18
Rubrica del examen final

Desempeño	Indicadores
Superior	Los criterios de logro permiten cumplir los caminos de los objetivos. Determinan la traducción de un sistema de representación con la representación simbólica de la progresión aritmética. Verifica todos los resultados obtenidos a partir de los enunciados del examen final.
Alto	El estudiante activa los criterios de logro que permiten cumplir los caminos de los objetivos. Determina la traducción de un sistema de representación con otro (E31, E32, E35). Verifica la gran mayoría de los resultados obtenidos a partir de los enunciados del examen final.
Básico	El estudiante extrae la información del enunciado, relacionándola con los elementos de la progresión aritmética. Utiliza un sistema de representación como herramienta de solución de la tarea (E31, E32, E33, E34, E35). Verifica algunos de sus resultados a partir de los enunciados propuestos en el examen final.

Tabla 18
Rubrica del examen final

Desempeño	Indicadores
Bajo	El estudiante confunde los datos de la información (E50, E51).
	El estudiante encuentra términos para la progresión, sin tener en cuenta la diferencia, el primer término y la posición que ocupa (E52).
	El estudiante desconoce una representación para la progresión aritmética (E59).
	El estudiante obtiene respuestas que no tiene relación con la situación presentada ni con el proceso de verificación (E58).

En la tabla 18, establecemos manera de calificar el examen final. Mostramos los criterios de evaluación necesarios para que el estudiante alcance cada uno de los desempeños propuestos, lo cual permite determinar una calificación cuantitativa del examen final.

La calificación cuantitativa depende del desempeño obtenido por cada estudiante al realizar el examen final. La escala cuantitativa permitió indicar el resultado obtenido por los estudiantes al aplicar e examen final y se relacionada con los requerimientos institucionales de la Escuela Normal Superior de Gachetá (Acosta, Cuervo, Pinzón y Salamanca. 2017). En el que la nota más alta es 5.0 y la más baja es 1.0. Lo anterior permite al docente tener pautas claras de cómo desarrollar la sesión final y de los respectivos tiempos para tener presentes.

8. LISTADOS DE ANEXOS

En la siguiente Tabla 19, presentamos la descripción de los anexos del documento en general

Tabla 19

Lista de anexos de la cartilla

Anexo Número	Descripción
1	Mapa conceptual
2	Estructura conceptual de la progresión aritmética
3	Sistemas de representación de la progresión aritmética
4	Mapa conceptual de la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación
5	Listado de conocimientos previos
6	Listado de capacidades del tema
7	Listado de errores
8	Grafo de los objetivos de aprendizaje
9	Listado de expectativas afectivas
10	Listado de expectativas afectivas y contribución a cada criterio de logro
11	Listado de ayudas
12	Prueba diagnóstica
13	Diario del estudiante
14	Diario del profesor
15	Examen final

9. REFERENCIAS

- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2013). Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias. Descargado el 30/1/2014, de <http://is.gd/phttze>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá: Autor. Disponible en <http://is.gd/bvHN3h>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2015). Derechos básicos de aprendizaje. Bogotá: Autor. Disponible en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf
- Cañadas, M. Gómez, P y Pinzón, A. Apuntes módulo 2 Análisis de contenido MAD4. Bogotá: Universidad de los Andes.

- González, M y Gómez, P. (2016). Apuntes módulo 3 Análisis cognitivo MAD4. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. y Mora, M. (2016). Apuntes módulo 4 Análisis de instrucción MAD4. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. y Romero, I. (2016). Apuntes módulo 5 Análisis de actuación MAD4. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. y Marín, A. (2016). Apuntes módulo 6 Análisis de datos MAD4. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. y Castro, P. (2017). Apuntes módulo 7 Evaluación de la planificación MAD4. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P. (2017). Apuntes módulo 8 Informe final MAD4. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2013). Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias
- Gómez, P. y Castro, P. (2017). *Apuntes módulo 8. Informe final. MAD4*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <https://www.dropbox.com/s/7lmf3oqp0a84up5/ApuntesModulo8.pdf?dl=0>
- Gómez, P., Mora, M. F. y Velasco, C. (2017). *Apuntes sobre análisis de instrucción. Módulo 4 de MAD 5* (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor. Disponible en <http://is.gd/IRHR7t>
- Ministerio de Educación cultura y Deporte. (2013). Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias. Descargado el 30/1/2014, de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=>