Relime Vol. 2, Núm.3, noviembre, 1999 pp.31-45

Estrategias de resolución de problemas en la escuela

Celia Rizo Cabrera*
Luis CampistrousPérez*

RESUMEN

Este trabajo es una investigación que está en desarrollo y que tiene como objetivo "aislar", mediante estudio de casos, algunas de las estrategias que utilizan los alumnos en la solución de problemas. Estas estrategias en muchos casos, se adquieren de forma espontánea al no ser objeto de enseñanza las técnicas de solución de problemas. Aquí utilizamos el término "estrategia" en el sentido que le da Bruner quien considera que una estrategia hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros. Hemos considerado, además, que las estrategias pueden ser reflexivas o no, conduciendo a los alumnos a soluciones correctas o no. El procedimiento utilizado fue la aplicación de *test* a los alumnos (previamente validados), el análisis detallado de las soluciones para suponer las posibles estrategias utilizadas y entrevistas individuales que fueron grabadas, transcritas y discutidas por el equipo de investigadores para confirmar o rechazar las propuestas hechas. De este modo se han aislado estrategias que utilizan los niños en los diferentes grados de la escuela primaria y la secundaria entre las que se encuentran las siguientes:
- Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operación utilizar. - Procedimiento rutinario asociado a un indicador textual. - Tanteo.
- Operar con los números dados en el texto. - Usar números cómodos. - Identificar los significados de las operaciones en el texto.
En el artículo se describe e ilustra cada una de las técnicas mencionadas.

ABSTRACT

This is an study in progress and has as goal to identify some strategies in solution of problems used by the students. To identify them we are applying study of case.
This kind of strategies are spontaneous because the techniques of the solution of problems are not trying in the teaching. The term "strategy" is taking in account as Bruner's conception, this means that an strategy makes reference to a pattern of decisions in the acquisition, retention, and utilization of the information which helps to reach some goals, it is, to make sure of getting certain results and no others. We have even considered that the strategies can be reflexive or not and carries to the students to reaches right solution or not.
The method used was the application of the test to the students. The detailed analysis of the solutions supposes the possible strategies used and individual interviews were taped, recorded and discussed, by the researchers team for confirm or reject the proposals.
This is the way that the strategies used by the kids in different grades of elementary and secondary school have being isolated. We found the following:
- To seek the key words and they tell you what operation you must use it. Routinely procedure associated to a textual indicator-"tanteo".

- To operate with numbers given in the text.- To use handy numbers.- To identify the meaning of the operations in the text.
- In this proposal we described and illustrated each one of the techniques named.

RÉSUME

Le travail présenté est une recherche qui se trouve en développement et qui a comme objectif d' "isoler", selon un étude des cas, certaines stratégies qui utilisent les élèves pour résoudre les problèmes. Ces stratégies dans plusieurs cas s' acquièrent de façon spontanée car pour résoudre un problème, les techniques ne sont pas objet de l' enseignement. Dans ce travail on utilise le terme "stratégie" dans le sens de Bruner qui considère qu' une stratégie fait référence au patron de décisions dans l' adquisition, rétention et l' utilisation de l' information qui sert à atteindre certains objectifs, c' est à dire, pour assurer l' obtention de certains résultats et qui ne se produisent d' autres. On a considéré, en plus, que les stratégies peuvent être ou non réfléxives, en conduisant aux élèves à des solutions correctes ou non. Le procédé utilisé fut l' application d' un test aux élèves (validés à l' avance), l' analyse detallié des

* Investigadores del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas de Cuba.

solutions pour supposer les possibles stratégies utilisées et des interview individuelles qui ont été enregistrées, transcrites et discutées par un équipe de chercheurs a fin de confirmer ou rejeter les propositions faites. De cette façon on q isolé les stratégies qui utilisent les enfants de plusieurs années de l' école primaire et collège parmi les quelles se trouvent les suivants:
Chercher les paroles clés qui sont celles qui expliquent l' opération à utiliser. - Procédé rutinaire associé au indicateur textuel. - Au hasard
Opérer avec des numéros donnés dans le texte.- Utiliser numéros simples. - Identifier la signification d' opérations dans le texte.
Dans l' article se décrivent et s' illustrent chacune des techniques mentionnées.

RESUMO

O trabalho que ora se apresenta e uma pesquisa que está sendo desenvolvida e que têm como objetivo "distanciar", através de estudos de caso, algunas das estratégias que utilizam os alunos na resoluçao de problemas. Estas estratégias em muitos casos se adquirem de forma espontânea por nao ser objeto de ensino das técnicas de resoluçao de problemas.
Neste trabalho estamos utilizando o termo "estratégia" no sentido de Bruner que considera que uma estratégia faz referência a um padrao de decisoes na aquisiçao, retençao e uso da informação que serve para alcançar certos objetivos, ou seja, para asegurar que tenham certos resultados e nao se produzam outros. Consideramos, ainda, que as estratégias podem ser reflexivas ou nao, conduzindo os alunos para obtener soluções correctas ou nao.
O procedimento utilizado foi a aplicação de um teste aos alunos (previamente avaliados), a análise detalhada das soluções para supor aas possiveis estrategias utilizadas e entrevistas individuais que foram gravadas, trancritas e discutidas pela equipe de pesquisadores para confirmar o rejeitar as propostas feitas.
Desse modo foram rejeitadas estratégias que as crianças utilizavan nos diferentes graus do ensino fundamental e do ensino medio, como as que seguem abaixo:
-Procurar as palavras chaves e elas te dirão que operação utilizar. -Procedimento rotineiro associado a uma pista semântica.
- Operar com os números dados no texto.- Usar números conhecidos.- Identificar o significado das operaçaes no texto.
No artigo são descritos e ilustrados cada uma dessas técnicas

INTRODUCIÓN

El presente trabajo es una investigación en desarrollo cuyo objetivo consiste en “aislar”, mediante estudio de casos, algunas de las estrategias que utilizan los alumnos en la solución de problemas, estrategias que en muchos casos se adquieren de forma espontánea al no ser objeto de enseñanza las técnicas de solución de problemas.

Utilizamos aquí el término “estrategia” en el sentido que le otorga Bruner[1], quien sostiene que “una estrategia hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros”. Hemos considerado, además, que las estrategias pueden ser más o menos reflexivas conduciendo a los alumnos a soluciones correctas o no.

Para los fines de este trabajo, una estrategia es **irreflexiva** cuando responde a un proceder prácticamente automatizado, sin que pase por un análisis previo de análisis u orientación en el problema. En estos casos se asocia la vía de solución a factores puramente externos. En el caso contrario, o sea, cuando para su uso se requiere necesariamente un proceso de análisis previo que permite asociar la vía de solución a factores estructurales y no a factores puramente externos, las hemos denominado estrategias **reflexivas**.

El concepto de “problema” que estamos utilizando es el que asumen los autores en el libro *Aprende a resolver problemas aritméticos*, en el cual se considera que es “**toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla**”. Se añade como condición que “**la vía de solución tiene que ser desconocida y que la persona quiere realmente realizar la transformación**”. Si estas dos últimas condiciones no se dan, la situación no constituye un problema para la persona. Desde el punto de vista didáctico, estas

[1] Bruner, Jerome, *Acción, pensamiento y lenguaje*. Compilación de José Luis Bernaza. p. 128.

condiciones implican en los aspectos relativos a la motivación de los alumnos para realizar la actividad de resolver problemas escolares, y éstos pueden ser verdaderamente problemas para ellos dependiendo de la experiencia previa de cada uno ante la situación que se le está planteando y del interés que tenga en resolverlo, pues lo que puede ser un problema para uno, puede no serlo para otro.

Este trabajo tiene relevancia ya que para lograr el éxito en el entrenamiento de los alumnos en la resolución de problemas, puede ser muy útil el estudio y la descripción de las estrategias intuitivas elaboradas por ellos, espontáneamente o como un subproducto no deseado del aprendizaje escolar. El conocimiento de estas estrategias y la inferencia de los modos por los cuales los alumnos llegan a incorporarlas, puede servir a los educadores para influir en la formación de algunas estrategias reflexivas elementales que, sin tener la profundidad y belleza de las aisladas por Polya, estén más cerca de las que intuitivamente elaboran los alumnos y que pueden ser asimiladas por ellos más fácilmente, permitiéndoles asegurar el éxito en la solución de problemas en la mayoría de las situaciones. Permite, además, trabajar en la eliminación de aquellas conductas irreflexivas sobre la base de un mayor conocimiento de cómo éstas se manifiestan.

El tipo de investigación que se presenta está enmarcado en el paradigma cualitativo, aunque se hace uso de elementos cuantitativos si se considera necesario para formular determinadas hipótesis que pueden ser útiles en futuras investigaciones en este campo.

ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Los antecedentes de esta investigación se encuentran en la propia práctica pedagógica de muchos docentes, y en investigaciones realizadas en otros donde aparecen algunos indicios de estrategias (Carpenter *et al*.: Resultados del Tercer NAEP en Matemática Educativa. Mathematics Teachers 76 (9). 1983., Sowder. L. "La selección de operaciones en la solución de problemas rutinarios con texto en la enseñanza y valoración de la solución de problemas. National Council of Teachers Mathematics.vol.3, EUA, 1984., Bazán Zurita y Chalini Herrera. "Estrategias utilizadas por estudiantes egresados de secundaria en la resolución de problemas matemáticos*", Revista especializada en Educación*, vol. 10 núm. 5, México, 1995.).

Por ejemplo, en una investigación realizada en Suiza, con 101 niños de primaria, se les planteó el siguiente problema:

Un pastor tiene 125 ovejas y cinco perros. ¿Qué edad tiene el pastor?

Un resultado interesante fue que un solo alumno dijo que no se podía resolver, el resto dio una respuesta numérica que obtuvo mediante un cálculo. Entre estos alumnos se escogió, para profundizar mediante entrevista, a una alumna que estaba convencida de que había actuado correctamente y de ese modo poder decidir cuál había sido la estrategia utilizada por ella. La alumna en cuestión respondió que "probó todas las posibles operaciones con los datos y escogió la que le proporcionaba una respuesta más racional":
125 x 5 = 625 ¡No!
125 + 5 = 130 ¡No!
125 - 5 = 120 ¡No!
125 : 5 = 25 ¡Sí! Ésa es la edad del pastor.

En Cuba se presentó este mismo problema a 22 alumnos de quinto grado y todos calcularon. Las operaciones escogidas fueron: suma (2), resta (4), producto (0), división (15), trata de adivinar (1).
Como se puede apreciar, aquí parece que también funcionó la idea de escoger la operación que daba un resultado más racional.

Aunque en estos estudios no se incluye el componente de "las creencias", reconocido por Schoenfeld dentro de la conducta ante la solución de problemas, es obvio que está operando una fuerte creencia de que los problemas que se ponen en la escuela y que aparecen en los libros siempre conducen a una solución a través de una operación de cálculo.

En el mismo sentido se pronunció la Tercera Valoración Nacional del Progreso Educativo (EUA)[2]

...los estudiantes pueden no entender los problemas que resuelven. La mayor parte de los problemas rutinarios pueden ser resueltos mecánicamente aplicando un algoritmo de cálculo de rutina. En tales problemas los alumnos pueden no tener necesidad de entender la situación problema, porque ese cálculo particular es apropiado, o si la respuesta es razonable. Los errores cometidos en algunos de los problemas indican que los alumnos generalmente tratan de usar todos los números dados en una situación problemática.

Otro antecedente importante en este trabajo de aislar estrategias está en el artículo de Larry Sowder denominado "La enseñanza y valoración de la solución de problemas matemáticos" que aparece en los resúmenes del Concilio Nacional de la Enseñanza de la Matemática (EUA, 1989). En este artículo se presenta una lista no extensa, pero representativa de la variedad de caminos que los estudiantes, o eventualmente un simple estudiante, pueden tomar. El autor realizó este trabajo apoyándose en entrevistas en séptimo y octavo grados (primero y segundo de la secundaria) y se resumen a continuación las estrategias aisladas por él y una breve caracterización de cada una de ellas:

1. **Encuentra los números y suma (o resta o multiplica o divide)**. La selección está determinada por lo que se ha hecho más recientemente en la clase o por la operación para la cual el estudiante tiene más competencia al realizarla.

2. **Adivina qué operación debe ser utilizada**.

3. **Mira los números y ellos te dicen que operación debes usar**. Por ejemplo, 78 y 54 probablemente te indiquen suma o producto, pero 78 y 3 parecen una división por el tamaño de los números.

4. **Trata con todas las operaciones y selecciona la respuesta más razonable**. Esta estrategia es la que se ha ejemplificado antes con la investigación suiza.

5. **Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operación usar**. Por ejemplo "todos juntos" significa adicionar.

6. **Decide si la operación debe ser grande o pequeña según los números dados**. En este caso, si es grande trabaja o trata con la adición y la multiplicación y selecciona la respuesta más razonable. Si es pequeña, trata con la sustracción y la división y escoge la respuesta más razonable.

7. **Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto**.

Sowder considera que las primeras cuatro estrategias no son enseñadas en la escuela y que pudieran resultar simpáticas sino fuera por el hecho de que los estudiantes las utilizan frecuentemente y eso es lamentable. Incluso plantea que, aunque de manera excepcional, hay estudiantes que tienen éxito en las matemáticas, que también las emplean. Estas primeras cuatro

---

[2] Carpenter *et al.*: "Resultados del Tercer NAEP en Matemática Educativa. Secundaria (1983). Mathematics Teacher" 76 (9), pp. 652-659. Citado en A.H. Schoenfeld: *Cuando la buena enseñanza conduce a malos resultados. El desastre de los cursos de matemáticas.*

estrategias son ejemplos de estrategias irreflexivas.

Las estrategias 5 y 6 según Sowder, implican por lo menos un mínimo de sentido numérico, un mínimo de procesamiento semántico y una muy mínima comprensión del significado de las operaciones. Lamentablemente la estrategia de palabras claves la enseñan de manera ocasional, maestros bien intencionados que no tienen un sentido de sus límites. Sobre esto se recogen en su artículo investigaciones en este sentido y plantea que Sherril notó en 1993 un uso diseminado de la estrategia de "palabras claves" en una encuesta con estudiantes, y Nesher y Tenbalen, en 1975, encontraron que prácticamente todos los alumnos de la escuela primaria estaban usando palabras claves.

Todas las estrategias aisladas por Sowder, excepto la última que lamentablemente es muy poco utilizada, son difíciles de aplicar en problemas de varios pasos. Con relación a la estrategia basada en significados, en investigaciones realizadas posteriormente por el propio Sowder, se pudo comprobar que en los libros no siempre se adopta una posición clara en cuanto a darle sentido a las operaciones aritméticas de modo que tengan un significado claro para los alumnos.

Otros investigadores como Kilpatrick y Webb, citados en el artículo de Arturo Bazán Zurita ya mencionado, coinciden en que las estrategias más utilizadas son: ensayo y error, dibujar un diagrama, usar ecuaciones, adivinar y probar, rasaltar la información relevante, inferencia deductiva e inferencia inductiva. Todos estos antecedentes fueron útiles en el trabajo que hemos realizado y que a continuación referiremos.

DESARROLLO

Los resultados que se presentan a continuación corresponden a un grupo de trabajo de maestría dirigido por los autores de este artículo en la Facultad de Matemática de la Universidad Autónoma de Guerrero en México en el año de 1995 y se incluyen elementos preliminares de un trabajo similar que se está realizando en Cuba.

La metodología que se utiliza en todos los casos se resume a continuación:

- Búsqueda bibliográfica para decidir los *tests* que se utilizarían.
- Validación de los tests y del mecanismo de entrevistas que se aplicarían a los alumnos. Esta validación, en algunos casos, se realizó en dos ocasiones sucesivas.
- Aplicación de los *tests* definitivos y análisis exhaustivo de las respuestas escritas de los alumnos.
- Primera propuesta de estrategias utilizadas por los alumnos.
- Entrevista grabada a los alumnos para precisar lo que realizaron en su trabajo escrito.
- Transcripción de las grabaciones de las respuestas para concluir con más aproximación cuál fue la estrategia utilizada.

En total se aislaron estrategias en 198 casos; de ellas hay 90 estudiantes mexicanos de los grados primero y segundo de la primaria (30 casos), quinto y sexto de la primaria (30 casos) y los tres grados de la secundaria (30 casos). Hay también 108 estudiantes cubanos de los grados cuarto y sexto de la escuela primaria. En el próximo punto se describen los resultados alcanzados de las investigaciones.

PRIMERO Y SEGUNDO GRADOS DE LA ESCUELA PRIMARIA

En estos dos grados, las estrategias están estrechamente asociadas a los procedimientos de cálculo que los alumnos aprenden y los problemas, al ser tan simples, no permiten que se profundice en ellos. Las estrategias que se aislaron se resumen a continuación.

❖ **Conteo directo de un modelo dado o previa modelación**

El modelo puede ser construido por los propios alumnos, puede conformarse por los dedos que operan como un modelo o puede ser la sucesión de los primeros números naturales que la han memorizado y opera como un modelo mental. La estrategia consiste en que el alumno observa la representación que le dan, o la que construye y sobre ella opera mediante conteo.

Por ejemplo, en el siguiente problema se muestra la solución dada por la alumna Inaudith de primer grado:

Lucía se comió 7 chocolates de la caja y Ana se comió 4. ¿Cuántos chocolates quedaron en la caja?

(Está dado un gráfico de una caja con 20 chocolates)

La niña numeró cada chocolate de la caja como se indica a continuación y contó sobre el modelo gráfico y respondió que quedaron 9 chocolates.

1 2 3 4 5
6 7 8 9 10
11 12 13 14 15
16 17 18 19 20

- **Opera con los datos de manera irreflexiva**. Esta estrategia se manifestó de varias maneras. La más común fue la de formar nuevos números con los números dados y operar con ellos. Siempre se presentó asociada a problemas de adición. Se presentó también sin la formación previa de nuevos números y en casos aislados con la descomposición previa de números de dos lugares en números de un lugar. Un ejemplo de esta estrategia se presentó en la solución que dio Casandra (primer grado) al problema siguiente:

En el corral hay 5 pollos, 7 conejos, 4 cochinos y 3 borregos. ¿Cuántos animales hay en total?

Respuesta: Observen que con 5 y 7 forma el 57 y con 4 y 3 el 43. Después, al sumar, no tiene en cuenta el traslape y escribe: 7+3= 10 y 5+4= 9 y forma el número 910 que da como respuesta.

+

Es obvio que esta alumna no ha comprendido el algoritmo convencional de la suma ni el principio de formación de los números. Por otra parte, no tiene idea del "tamaño" aproximado que debe tener la respuesta.

- **Escribe números sin análisis previo**. Consiste simplemente en una estrategia de "adivinar" cuál debe ser la solución.

- **Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto**. En este caso el alumno identifica el significado mediante el análisis del texto del problema, pero en la mayoría de los casos no pueden
- explicar la selección que hicieron de la operación.

En las conclusiones del trabajo realizado en estos grados se expresó que algunas de las estrategias aisladas evidencian una postura bastante reflexiva de estos niños, aunque en algunos esa reflexión está aún en un nivel concreto del desarrollo del pensamiento que es característico de estas edades. Se planteó, además, que están surgiendo estrategias irreflexivas que pueden elaborar formas de actuación inadecuadas y que pueden comprometer seriamente su desarrollo posterior.

CUARTO A SEXTO GRADO DE LA PRIMARIA Y SECUNDARIA BÁSICA

El trabajo que se realizó en estos grados incluyó, en los *tests*, preguntas rutinarias y otras no tan rutinarias que constituyeron verdaderos problemas para los alumnos y enriqueció las estrategias que surgieron. Se anexan algunos ejemplos de los *tests* utilizados.

Las estrategias aisladas hasta ahora se resumen y ejemplifican a continuación. Algunas de ellas han sido aisladas ya antes como se expresó en la parte de los antecedentes.

→ **Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operación utilizar**. Ya antes hemos explicado que esta estrategia se caracteriza por asociar el significado de las operaciones a determinadas palabras claves que han sido utilizadas muchas veces en el propio proceso docente al trabajar con problemas, como significados por "sinonimia" de las diferentes operaciones de cálculo. Por la frecuencia con que apareció en la investigación, una hipótesis de nuestro trabajo es que esta estrategia sí se enseña en la escuela.

Por ejemplo, en el cuarto grado (también en otras investigaciones relacionadas con ésta se le planteó a los maestros) se propuso la siguiente pregunta:

Juanito recogió 48 canicas durante dos días. A lo que recogió el primer día le agregó 12 canicas. ¿Cuántas canicas recogió el primer día?

Una respuesta típica fue la siguiente:
48 : 2 = 24 (responde a la palabra clave **entre 2**)

24 + 12 = 36 (responde a la palabra clave **le agregó**)
Respuesta: Juanito recogió 36 canicas el primer día.

Otra respuesta también típica fue la siguiente:
48 + 12 = 60 (responde a la palabra clave **agregó**)

Respuesta: Juanito recogió 60 canicas el primer día.

Como se puede ver, es un problema simple de sustracción en el que se da el todo (48 canicas) y una parte (12 canicas) y lo que se desea es hallar la otra parte. Se resuelve calculando 48 - 12. La única dificultad que tiene es de orden lingüístico y se hizo con el objetivo de poder comprobar cómo opera esta estrategia.

Esta conducta fue ampliamente investigada en la tesis de maestría, también dirigida por los autores en la Universidad Autónoma de Guerrero, realizada por el profesor José de Jesús Alanís Musito y defendida en enero de 1996 en la ciudad de Chilpancingo. Se manifestó tanto en alumnos como en maestros de la primaria, lo que refuerza la hipótesis de que es enseñada en la escuela.

→ **Procedimiento rutinario asociado a un indicador textual**. Consiste en reconocer ciertos indicadores en el texto que permiten asociarlo a la clase de problemas en la que se usa un determinado procedimiento, digamos en el cálculo con fracciones o de porcentajes.

En este caso el indicador textual es el porcentaje y el procedimiento rutinario es el de calcular por cientos. La estrategia se activa cuando el alumno reconoce el “indicador” que le recuerda el tipo de procedimiento rutinario aritmético o algebraico que está relacionado con ese indicador.

En nuestro trabajo una hipótesis es que esta estrategia también se enseña en la escuela. Para ilustrar el comportamiento de esta estrategia es conveniente decir que en la primera versión de los tests que se aplicaron en la secundaria, se incluyeron problemas rutinarios en los cuales se utilizaba el cálculo del tanto por ciento y no hubo grandes dificultades con los alumnos. Al entrevistar a los alumnos, éstos manifestaron claramente que no les resultaba difícil y explicaban detalladamente el procedimiento de calcular porcentajes.
Para indagar qué sucedía cuando los alumnos se enfrentaban a una situación análoga en un problema no rutinario, en la versión definitiva de los *tests* se incluyó la pregunta siguiente:

La gasolina subió un 10% y el señor Álvarez decidió reducir su kilometraje al 90% para equilibrar sus gastos. ¿Gasta más, menos o lo mismo en gasolina?

Una alumna aplicó mecánicamente el procedimiento de calcular el 10% de 90, respondiendo al indicador textual que representa el tanto por ciento y responde algo completamente carente de sentido.

Otros alumnos responden que gastó lo mismo pues el 10% y el 90% suman el 100% y se equilibran.

Esta conducta también es bastante irreflexiva y también es consecuencia de las formas en que se trabaja el tanto por ciento, muchas veces como un conjunto de procedimientos carentes de significado para los alumnos. Es una manifestación de una conducta muy generalizada en los alumnos y que en la literatura se denomina “tendencia ejecutora”, y que consiste en comenzar a ejecutar sin realizar un análisis previo y analítico de lo que se espera que realicen a partir de las condiciones que se exigen en la actividad.

La solución de este problema no es tan simple. Observen que el gasto se obtiene multiplicando el costo de la gasolina por kilómetro multiplicado por la cantidad de kilómetros recorridos. En este caso el costo actual por kilómetros es 1.1 veces el costo anterior (aumentó el 10%) y el kilometraje actual es 0.9 veces el anterior (disminuyó al 90%). Luego el gasto actual, por kilómetros, es 1.1 x 0.9 veces el anterior , es decir 0.99 veces el anterior por lo que efectivamente gasta menos.

En la primaria también se manifestó esta estrategia de operar según un indicador textual como se ilustra a continuación.

Se está imprimiendo un libro de texto de matemática. Se han terminado de imprimir 112 páginas que representan el 80% del total. ¿Cuántas páginas tendrá el libro?

Respuesta escrita	*Entrevista*
80% de 112	Yo ahora estoy dando el tanto por ciento
112	Puse el 80% de 112 porque no sé cuantas páginas tiene el libro.

x 112	Puse *:*
¡Observen que opera según un indicador que es el %!	*112,* le busqué recíproco y
= 120	
Posee un mecanismo para resolver el problema que es el procedimiento rutinario de calcular por cientos, pero no lo utiliza bien.	puse *x:* *112,* le taché los ceros y simplifiqué.

→ **Tanteo**. Esta estrategia consiste en buscar la solución al problema probando sistemáticamente con distintos valores hasta encontrar la solución; descansa en la búsqueda de soluciones por "ensayo y error". En la literatura se describen diferentes formas de utilizarla, desde la búsqueda "inteligente" de los valores con los que hay que probar, hasta el uso de valores escogidos arbitrariamente pero de alguna manera relacionados con el problema que se quiere resolver y analizando si satisfacen o no las condiciones que se imponen. Una variante del tanteo es la comprobación exhaustiva de todos los valores posibles en el dominio de un problema dado, seleccionando aquellos que satisfacen las condiciones adicionales que se imponen a dichos valores en el contexto del problema.

A continuación se ilustra el uso de esta estrategia por un alumno de la primaria, en el problema siguiente:

Óscar compró sellos por los que pagó 41 centavos en monedas de 20, 5 y 2 centavos. ¿Cuántas monedas utilizó de cada una?

Respuesta:

20	5	2
1	3	3

\+ +

Utilizó una moneda de 20, 3 monedas de 5 y 3 de 2.

En la entrevista se pudo comprobar que fue haciéndolo por ensayo y error, pero al no trabajar de una manera sistemática, le faltó la solución 1 de 20, 1 de 5 y 8 de 2.

→ **Operar con los números dados en el texto**. Esta estrategia se asocia a la "tendencia ejecutora" descrita en la literatura y a una "creencia" aislada en esta propia investigación: Un problema siempre debe conducir a resolver operaciones. Consiste en identificar números en el problema y operar con ellos, por lo general de una manera muy irreflexiva tal como se ha manifestado en este estudio. Esta estrategia se utiliza con bastante frecuencia y en el estudio se apreció en todos los grados.

En el siguiente problema que se les planteó a los alumnos de la primaria, y que no se podía resolver pues faltaba información, se puede ver su uso:

Margarita coloca 9 fotografías en cada página de su álbum. Si aún le faltan por colocar 45 fotos, ¿cuántas fotografías tiene Margarita?

Respuesta:

+

Tiene 54 fotografías.

En la entrevista esta alumna no pudo explicar qué pensó, sólo que tenía que dar una respuesta.

Un ejemplo de cómo se manifestó esta estrategia en secundaria se puede apreciar en la solución dada por un alumno al siguiente problema:

El señor Ramírez dejó $835 000 para sus dos hijos de tal manera que el menor recibiera ▯ partes de lo que recibiera el mayor. ¿Cuánto recibió cada uno?

Respuesta:

15x3=45
15x5=75

$835 000 : 45 = $18 555

$835000-$18555 = $817 555

El menor recibió $18 555 y el mayor $ 817 555.

En la entrevista el alumno se expresó de la manera siguiente:

Entrevistador	Alumno
¿Por qué 3x5?	Por la fracción que daban.
¿Y el 15 qué te representa?	El dato por el que puedo obtener el resultado, entonces lo multipliqué por 3 y me dio 45, y lo volví a multiplicar por 5 y me dio 75.
¿Por qué lo volviste a multiplicar por 3?	Pensé que de esa manera me iba a dar.
¿Qué haces con esos dos valores?	Nada más uno me sirvió.
¿Por qué divides por 45?	Para sacar las tres quintas partes.

Al dividir obtienes un resultado, ¿qué es?	El del menor y restando obtengo el otro.

Esta estrategia puede estar estimulada por la forma en que se produce el aprendizaje, si en el proceso de enseñanza el alumno no comprende por qué se utilizan determinadas operaciones al resolver un problema, y sólo fija que se calcula con los números que aparecen en él. De este modo, al presentársele uno donde lo tenga que resolver independientemente prueba varias formas sin poder decidir.

→ **Usar números cómodos (o razonables)**. Consiste en la adivinación del resultado infiriendo un número que razonablemente puede ser la solución y se prueba si lo es. No debe confundirse con la estrategia de tanteo, ya que no se trata de ensayo y error, sino de comprobar si el número es o no la solución. Si lo es, el problema queda resuelto; si no lo es, se abandona el problema.

En una de las soluciones dadas al siguiente problema que se puso en uno de los *tests* de secundaria, se pone de manifiesto esta estrategia.

Tres alcancías contienen igual cantidad de dinero, pero la primera sólo tiene billetes de \$50, la segunda de \$20 y la tercera de \$10. ¿Cuál es la menor cantidad de dinero que puede haber en cada alcancía?

Respuesta: Cuatro

A continuación se resume la entrevista que se le realizó a la alumna.

Entrevistador	Alumna
4 billetes. Explícame cómo salió ese 4.	Yo supuse que cada alcancía tenía \$200.
¿Por qué?	Porque eso es lo que yo supuse. Yo pensé una cantidad determinada para cada alcancía.
¿Y por qué no pensaste en \$100?	Pues porque en 20 sólo serían 5 billetes que habría…pero a mí me gustó el \$200.

Observen que de todas maneras, la respuesta de 4 no tiene ningún sentido, aunque parece ser que esa era la cantidad de billetes de 50 que había, bajo el supuesto de que la cantidad era de \$200, y no dice nada sobre las restantes alcancías.

Identificar los significados de las operaciones en el texto del problema. Como antes hemos planteado, esta estrategia consiste en analizar la situación reflejada en el problema, identificar los significados de las operaciones presentes y utilizar precisamente esas operaciones cuyos significados corresponden a la situación descrita. Es la estrategia más reflexiva de las que se aislaron pero, lamentablemente, en el estudio realizado la utilizaron muy pocos.

En la respuesta dada por un alumno de la primaria al siguiente problema se puede apreciar el uso de esta estrategia.

Un ómnibus escolar ha recorrido 128 km. Si la distancia al lugar donde debe ir es de 432 km, ¿cuántos kilómetros más debe recorrer?

-

Debe recorrer 304 kilómetros.

En la entrevista el alumno planteó que él, para entenderlo, reformuló la pregunta de la forma siguiente: **¿Cuánto le falta por recorrer?** Entonces comprendió lo que tenía que hacer.

Observen que tal como estaba planteada la pregunta, si el alumno se deja llevar por la palabra clave "más", como hicieron otros, no hubiera resuelto correctamente el problema. Al analizar el problema y replantearse la pregunta puede distinguir con más claridad uno de los significados de la sustracción: hallar una parte cuando se conoce el todo y la otra parte.

Para concluir este punto quisiéramos reiterar que el objetivo de este estudio es aislar estrategias, y nos interesa cualquiera aunque aparezca en un solo alumno. Con esto queremos decir que no pretendemos mostrar en este artículo un caos en cuanto a la situación de la solución de problemas en los alumnos mexicanos o cubanos, sino simplemente ilustrar cómo se manifiestan cada una de las estrategias aisladas, ya sean reflexivas o no, o se arriben a soluciones correctas o no.

ESTADO ACTUAL DE LA INVESTIGACIÓN

Actualmente los autores están trabajando en Cuba, y asesoran a tres profesores que están terminando sus estudios de maestría con una tesis sobre esta temática. Uno de ellos está trabajando con niños de segundo y tercer grados de la primaria; otro, con alumnos destacados en matemática de los tres grados de la secundaria y que entrenan para concursos; y el último lo está haciendo con alumnos del último año de nivel preuniversitario y dentro del contenido geométrico.

Por otra parte, los autores y sus colaboradores están realizando esta investigación directamente, dentro de sus líneas de investigación en el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas de Cuba, con alumnos de cuarto y sexto grado de la primaria. En este trabajo se están aislando, además, algunas creencias que tienen los alumnos y los maestros acerca de la solución de problemas y que resultan muy interesantes e importantes porque pueden representar barreras para el aprendizaje y la enseñanza de la solución de problemas.

Algunas de estas creencias que se han aislado en los alumnos son las siguientes:

1. No se puede resolver un problema si no se ha visto antes otro parecido.
2. Siempre se busca la manera de dar un resultado (en los *tests* había situaciones que no eran problemas pues carecían de pregunta, pero de todos modos los alumnos calculaban y daban una respuesta).
3. Un problema siempre debe conducir a resolver operaciones.
4. Los problemas siempre son de lo último que se está dando (en el sexto grado estaban estudiando el tanto por ciento y utilizaron estos procedimientos en situaciones que no tenían nada que ver con eso).

Otros planteamientos interesantes que surgieron a raíz de las entrevistas es que algunos alumnos confiesan que no pueden explicar lo que hicieron pues no saben lo que hicieron o que lo hicieron sin pensar, y otros dicen que ellos siempre tratan de recordar lo que hizo la maestra para tratar de hacerlo igual.

CONCLUSIONES

Si bien como se ha planteado, éste es un trabajo que está en proceso de desarrollo, de lo realizado hasta el momento se pueden tener algunas conclusiones preliminares, entre las cuales están las siguientes:

→ Aunque el tipo de estudio que se está haciendo tiene un componente muy subjetivo, pues se está tratando de llegar a lo que piensan los alumnos por aproximaciones sucesivas (trabajos escritos, entrevistas grabadas y análisis exhaustivos de las entrevista y de las respuestas), el trabajo desarrollado hasta el momento ha permitido aislar algunas de las estrategias que los alumnos utilizan al resolver problemas.

→ Sin el ánimo de generalizar, pues el tipo de estudio realizado no lo permite, es interesante la aparición de un conjunto de estrategias para la solución de problemas, algunas de ellas muy irreflexivas que pueden marcar la conducta de los alumnos en su vida escolar y laboral futura.

→ Algunas de las estrategias aisladas como, por ejemplo, el uso de palabras claves, parecen ser un producto no deseado del proceso de instrucción que se realiza en las escuelas. Sin embargo, la poca frecuencia con la que aparece la estrategia del uso de los significados en la solución de problemas permite hacer la suposición de que esto no constituye una parte importante de la concepción curricular y, por ende, del trabajo de los maestros.

→ La aparición de ciertas creencias en los alumnos acerca de la solución de problemas pueden constituir barreras muy difíciles de romper y pueden obstaculizar seriamente su conducta ante esta actividad. Estas creencias parecen ser también un subproducto de la forma en que se realiza la instrucción y un reflejo de las propias creencias de los maestros.

BIBLIOGRAFÍA

Alanís Musito, José de Jesús (1995), *El papel de los significados en la solución de problemas aritméticos en la escuela primaria*, tesis de maestría, Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Bazán Z. A., Chalini H.A. (1995, invierno), “Estrategias utilizadas por estudiantes egresados de secundaria en la resolución de problemas matemáticos”, *Revista Especializada de Educación Pedagógica,* tercera época, vol. 10, núm. 6, pp. 48-57, México.

Cabañas, Ma. Guadalupe (1995), “La técnica de la modelación como un recurso para aprender a resolver problemas”, tesis de maestría, Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Campistrous, L. Rizo, C. (1997), *Aprende a resolver problemas aritméticos*, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.

De Guzmán, M. Gil, P.D.(1993), *Enseñanza de las ciencias y la matemática: tendencias e innovaciones*, Madrid, Popular.

Gómez Otero, Enrique Javier (1995), *Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos en primero y segundo grados de la escuela primaria. Un estudio de casos*, tesis de maestría, Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Johnson, D.A. (1966), “Un modelo para la investigación en la clase de matemáticas", revista *El maestro de matemáticas,* núm. 59, pp. 418-425, EUA.

Labarrere, A.F. (1987), *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria,* Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.

--------------------(1988), *Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas,* Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.

Mónaco, Bárbara. S., Aguirre, Ma. Isabel (1995), *Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos y algebraicos en el nivel medio: un estudio de casos*, tesis de maestría, Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Polya, G. (1976), *Cómo plantear y resolver problemas*, Editorial Trillas, México.

Santos Trigo, Luz M. (1994), *La solución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*, Cinvestav-IPN, México.

----------------- (1992, agosto), "Resolución de problemas. El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas", *Revista Educación Matemática*, vol.4 núm. 2, pp. 16-24, México.

Schoenfeld, A. H. (1985), *Ideas y tendencias en la resolución de problemas. La enseñanza de las matemáticas a debate*, Madrid, España.

--------------- (1988, primavera), "Cuando la buena enseñanza conduce a malos resultados: El desastre de los cursos de matemática 'bien enseñados'", en *Psicólogo educacional*, vol. 23. Núm. 2, pp. 145-166.

------------- (1992), *Aprendiendo a pensar matemáticamente*, libro para investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Mac. Millan, Nueva York.

Sowder, L. (1984), "La selección de operaciones en la solución de problemas rutinarios con texto en la enseñanza y valoración de la solución de problemas", *National Council of Teachers Mathematics*, vol. 3. EUA.

Valenzuela, G.R. (1992, diciembre), "Resolución de problemas matemáticos: un enfoque psicológico", *Educación Matemática*, ciudad de México, vol. 4, núm. 3, pp. 19-29

ANEXOS

1. Modelo de una prueba utilizada en el cuarto grado de la primaria

1. Para ir a la escuela Luis debe recorrer una distancia de 850 m y Pedro de 210 m. ¿Cuántos metros más recorre Luis que Pedro?

2. En una clase de educación laboral, Armando debe hacer perforaciones en un listón de 55 cm de largo. En cada extremo del listón debe quedar un espacio de 3 cm y, en general, las perforaciones deben hacerse a 7 cm una de otra. ¿Cuántas perforaciones se hacen en total?

3. Hay más esferas rojas que azul y menos verdes que azul. En total hay 7 esferas. ¿Cuántas esferas hay de cada color?

2. Modelo de una prueba utilizada en el sexto grado de la primaria

1. Un determinado tipo de arroz aumenta 30% en peso al cocinarse, por eso

el cocinero prepara un 30% menos del peso que necesita. ¿Alcanza el arroz?

2. La suma de las distancias recorridas por dos autos es de 3 224 km. Uno de ellos después de haber recorrido una determinada distancia no pudo continuar por desperfectos técnicos, y el otro pudo recorrer el triple de la distancia recorrida por el primero. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno?

3. Entre tres amigos compran 20 libros en total. El primero y el segundo juntos compran 12 y el tercero y el segundo 16.¿Cuántos libros compró el tercero?

3. Modelo de una prueba utilizada en la secundaria

1. ¿Cuál es la antigüedad de un fósil si los científicos afirman que esa especie vivió en el año 350 A. C.?

2. Para obtener un promedio de 9, Jorge necesita obtener 10 de calificación en un sexto periodo. ¿Cuáles son las calificaciones en los cinco periodos anteriores?

3. Se tienen 34 billetes repartidos en tres alcancías. En la primera son billetes de \$50, en la segunda billetes de \$20 y en la tercera billetes de \$10 y todos contienen la misma cantidad. ¿Cuánto dinero hay en cada una?

4. Un automóvil sale de la ciudad de México, Distrito Federal, a las 5.00 A.M. con una velocidad de 70 km/h con destino a Acapulco. A las 7.00 A.M. sale de Cuernavaca, una ciudad situada a 75 km de la ciudad de México, otro automóvil a razón de 115 km/h con la finalidad de alcanzarlo. ¿A qué hora lo alcanzará y a qué distancia del D.F. y Cuernavaca respectivamente? (La distancia del D.F. a Acapulco es de 404 km.)