

una empresa docente

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>

La historia de la matemática humaniza la enseñanza de las razones trigonométricas

Jairo Gutiérrez Balaguera

Sandra Evely Parada

Instituto Politécnico y Universidad Industrial de Santander
Bucaramanga.

Enero 27 de 2018

“El que posee las nociones más exactas sobre las causas de las cosas y es capaz de dar perfecta cuenta de ellas en su enseñanza, es más sabio que todos los demás en cualquier otra ciencia.” Aristóteles

Contexto de Investigación

Procesos de Razonamiento

Habilidades Comunicativas

Población: Jóvenes de décimo grado.
Estratos 1, 2 y 3

Diagnóstico

Actitudes

Hábitos

Valores



La Enseñanza de la Trigonometría

Descontextualizada

***Fernández, Ruíz & Rico
(2016, p.52)***

**Desconocimiento del
Enfoque Histórico-
Epistemológico**

Nolla, 2001

**Ausencia de
Pensamiento Crítico**

Lakatos, 1978

**¿ Tecnologías
Digitales ?**

**Sin Ajustar a la
realidad**

**(Escalas-Margen de
Error)**

Pregunta de Investigación

¿Qué aprendizajes alrededor de las razones trigonométricas pueden lograrse mediante una secuencia didáctica basada en sus aspectos históricos y epistemológicos?

*“ Una mente culta se compone, por así decirlo, de todas las mentes de las edades anteriores ”
Le Bovier De Fontenelle*

Marco Conceptual

Internacional

ONU, 1976 - Morin, 1999
- NCTM, 2003

Nacional

Vasco, 1994 -
MEN, 1998-MEN,
2006

Humanización
en la
enseñanza de
la Matemática

Local

PEI Instituto
Politécnico

Fundamentos Teóricos

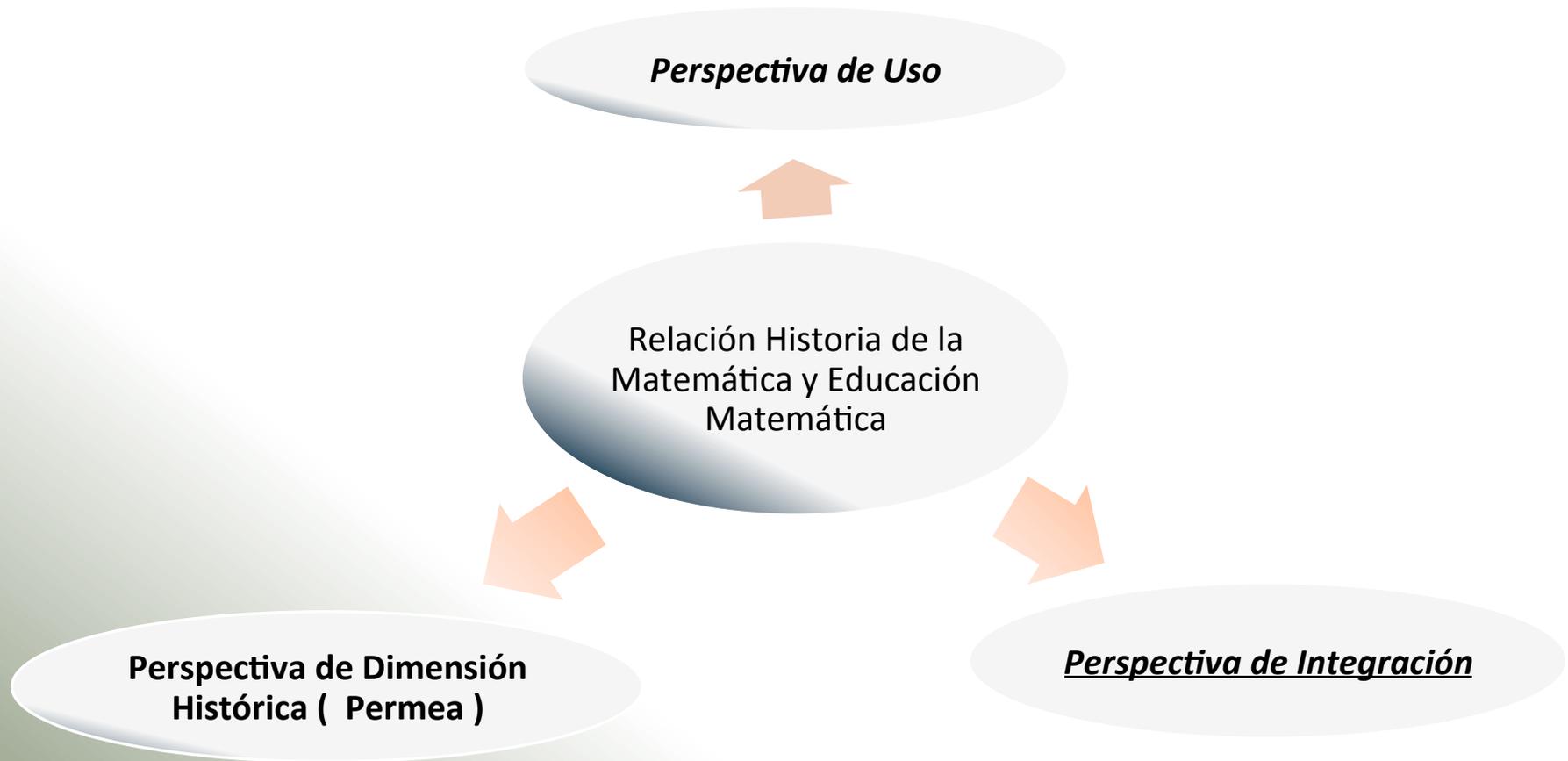
Maza, 1994
Guacaneme - 2016

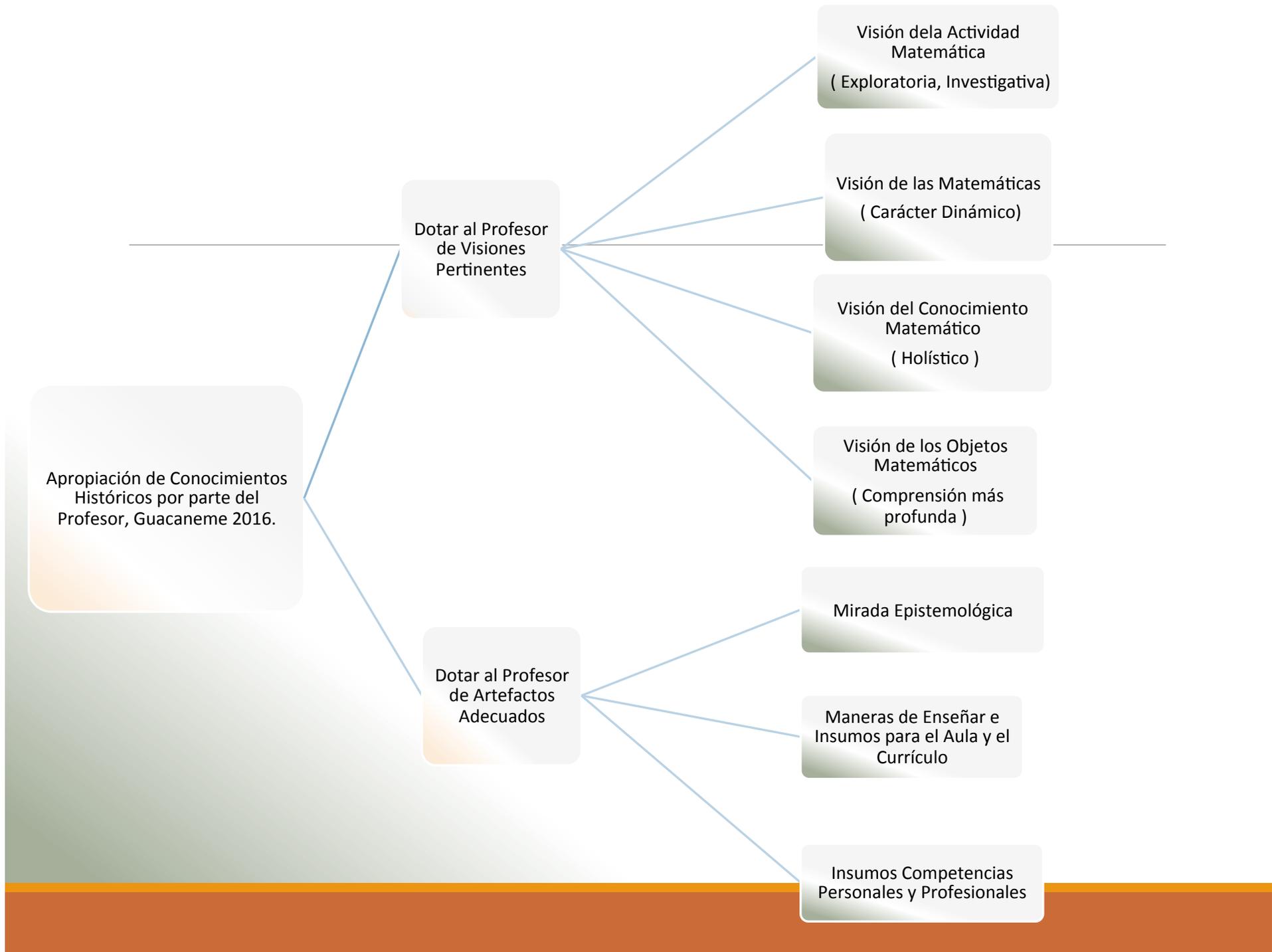
Ciudadano Matemáticamente Competente

La adopción de un modelo epistemológico coherente, para dar sentido a la expresión ser matemáticamente competente requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas tales como: Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia,... (MEN, 2006, p.50)

“Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas” E.T.Bell

Intervención de la Historia de la Matemática en la enseñanza, Guacaneme (2016)





Transformación de Concepciones



Aula



Propuesta
Humanizante

Matemática

Enseñanza



Evaluación

Aprendizaje

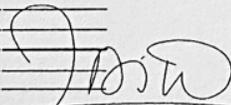


Educar no es dar carrera para vivir, sino templar el alma para las dificultades de la vida, Pitagoras

Autoevaluación

MEN, 2009

OEI, 2009

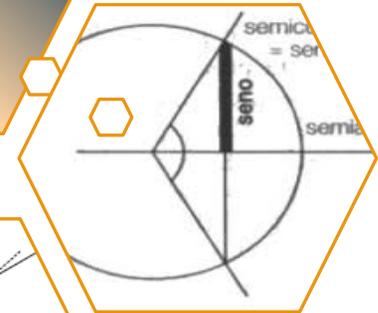
INSTITUTO POLITÉCNICO MATEMÁTICAS (TRIGONOMETRÍA) JUEVES SEPTIEMBRE 7 DE 2017 SEGUNDO PERÍODO 2017		NOMBRE DEL ESTUDIANTE: <u>Paula Rivada Fardon</u>		CURSO 10- 10-03	
Esta actividad tiene por objetivo reflexionar sobre el nivel de COMPROMISO y de PROGRESO que usted ha alcanzado en cada uno de los aspectos esenciales de su proceso de aprendizaje en TRIGONOMETRÍA durante el segundo período del año escolar, le sugiero hacer uso de la información en su cuaderno o en su carpeta, pero sobre todo de su honestidad, reflexión y confrontarse a sí mismo (a) ahora Para cada uno de los procesos actitudinales y cognitivos especifique si es FORTALEZA O DEBILIDAD y justifique su valoración Al final sintetice su proceso evaluativo eligiendo una de cuatro posibles valoraciones (S, A, Bs, Ba) Justifique su valoración. Finalmente, cuantifique su juicio valorativo teniendo en cuenta los porcentajes en cada aspecto evaluado.					
ACTITUDES Y VALORES (20%) (0.2* A)=		PROCESOS ACTITUDINALES		TRABAJO AUTÓNOMO (20%) (0.2* T)=	
Contribuye con su ACTITUD POSITIVA, RECEPTIVA, RESPETUOSA Y PARTICIPATIVA a la construcción de un ambiente de trabajo armonioso, productivo y fundamentado en el respeto a la diferencia donde importa más la persona que el conocimiento.	Muestra RESPONSABILIDAD y COMPROMISO SOCIAL, viniendo a clase, con puntualidad bien preparado, cumpliendo SIEMPRE con: materiales y documentos de trabajo, haciendo tareas, consultas, trayendo inquietudes por escrito, ideas y expectativas para ENRIQUECER su proceso y para CONTRIBUIR en el proceso de aprendizaje de sus compañeros.	Aprovecha el espacio de clase productivamente para APRENDER y CRECER como persona, HACIENDO Registro de apuntes, Preguntas de la temática en desarrollo, Participaciones en el tablero, Esfuerzo máximo en la realización de las actividades propuestas, Uso apropiado del tiempo en y para la clase.	IDENTIFICA y RECONOCE sus fortalezas y debilidades a través de la autoevaluación permanente y por escrito de su rendimiento, de su disposición, del trabajo en clase y fuera de ella; propone y ejecuta estrategias encaminadas a la superación de sus dificultades o perfeccionamiento de su aprendizaje	Sus apuntes y su carpeta de trabajo son REFLEJO y DOCUMENTACIÓN de un PROCESO de aprendizaje CONTINUO, PERMANENTE, SISTEMÁTICO, ORGANIZADO y AUTÉNTICO en el que se registran permanentemente interrogantes, ideas, aportes, errores, correcciones, desarrollo de talleres, actividades de nivelación, GLOSARIO, consultas y autoevaluaciones. Son documentos imprescindibles para mejorar permanentemente su aprendizaje.	Muestra la PRODUCTIVIDAD Y CONTINUIDAD del proceso de aprendizaje. Retroalimentando en su CASA Revisando sus apuntes. Actualizando su carpeta. Consultando otros textos, Haciendo tareas, Haciendo correcciones, actividades de nivelación, calculando matemático, resolviendo preguntas. Complementando y Profundizando las ideas discutidas en cada clase, independientemente de lo sugerido por el profesor
Si, Porque llego con la mejor actitud a la clase y me gusta la atención a los temas y tratar de hacerlos para aprender mas y conocer mas el tema y intentar participar en la clase y hacer los ejercicios. Fortaleza	Si Muestra responsabilidad con los trabajos, llego a las clases con las tareas y me gusta mejorar cada día mas. Fortaleza	Claro tengo el gusto de aprender y crecer como persona. Aprovechar todo el tiempo para llegar algo bueno y lindo para mi casa. Y me gusta mucho esforzarme para realizar las actividades Fortaleza	Claro que reconozco mis fortalezas y debilidades. Me gusta cuando me esta saliendo algo mal y se que tengo que poner mas atención para superar los obstáculos y llegar a conocer y aprender mas de la historia y mas sobre nuestro mundo.	Mis apuntes en el cuaderno son el reflejo de mi trabajo. Me gusta cuando me esta saliendo algo mal y se que tengo que poner mas atención para superar los obstáculos y llegar a conocer y aprender mas de la historia y mas sobre nuestro mundo. Fallo pero no me vido para ser y mejorar cada día mas.	Porque por una parte no porque no hago o consulto temas para llevar o preguntarle a mi profesora, pero cuando hay tarea o que el profesor nos dice que consulte yo lo hago y me dedico hacer las cosas en casa y me gusta tener los apuntes porque con eso me puedo guiar para hacer los talleres
UTILIZA EL LENGUAJE MATEMÁTICO PARA COMUNICAR IDEAS		VALORA EL RECURSO HISTÓRICO PARA HACER SIGNIFICATIVO EL APRENDIZAJE		ELABORA, COMPARA Y EJERCITA PROCEDIMIENTOS	
Utiliza distintas formas de representación del concepto semejanza de triángulos, modelo algebraico, modelo geométrico y lenguaje natural.	Comprende la importancia del pensamiento abstracto, visionario y revolucionario de Aristarco, fundamentado desde la validación científica y rechazado por el predominio del pensamiento concreto sustentado en la simple observación.	Establece comparaciones entre los triángulos desde la igualdad de ángulos y la proporcionalidad de sus lados.	Comprende la semejanza de triángulos desde la igualdad de ángulos y la proporcionalidad de sus lados.	Construye a escala un modelo geométrico ajustado a la realidad y asociado con un problema de semejanza, para validar su solución teórica y establecer un margen de error en la construcción.	Resuelve problemas de semejanza utilizando los criterios y los procedimientos algebraicos asociados.
Si, eso me llama mucho la atención porque puedo hacer y utilizar varias formas y aprender mas y tener claro las distintas formas.	Me gusta porque conoce algo que nunca habíamos visto y aprendemos algo de aristarco, sobre el sol, la luna y la tierra y como mido sus ángulos y conocer mas sobre su historia.	Si, eso me llama mucho la atención porque puedo hacer y utilizar varias formas y aprender mas y tener claro las distintas formas.	Si, eso me llama mucho la atención porque puedo hacer y utilizar varias formas y aprender mas y tener claro las distintas formas.	Claro porque un modelo a escala es ajustado a la realidad y me gusta a veces sacar me la margen de error para saber como estuvo mi error.	Si, ya hay comprendo y analizo y resuelvo y trato de resolver y me gusta tener claro los procedimientos así sea que se me dificulta pero me gusta superarme
OBSERVACIONES DEL PROFESOR:		(0.2*A + 0.2*T + 0.6*C =)		¿CUÁL ES SU COMPROMISO PARA EL III PERÍODO?	
		3.7		saber y tener mas claro los nuevos temas tener responsabilidad y ser mas atenta y participar mas en clase y superarme mas para llegar a donde quiero llegar en mi vida	

Epistemología del Triángulo Rectángulo

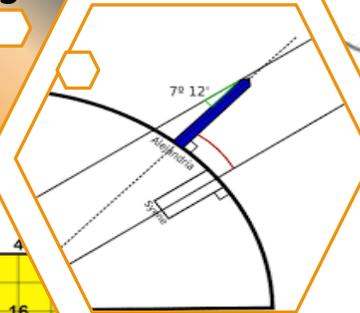
Aristarco



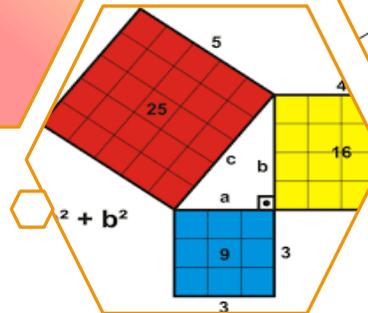
Hiparco



Eratóstenes



Pitágoras



Tales de Mileto



“No olvidar el origen concreto de la Matemática ni los procesos históricos de su evolución” P. Puig Adam

Habilidades Comunicativas, MEN 2006



PITÁGORAS *Escuchar es el fundamento de la sabiduría*



ERATÓSTENES

La lectura nos amplía la realidad



EUCLIDES

La escritura es para siempre



ARISTARCO *Hablar con argumentos para buscar la verdad*

Aristarco: Geometría del Cielo

Anaxágoras, la luna refleja la luz del sol, comprendió los eclipses, el sol es más grande que la luna, condenado al exilio. ¿?

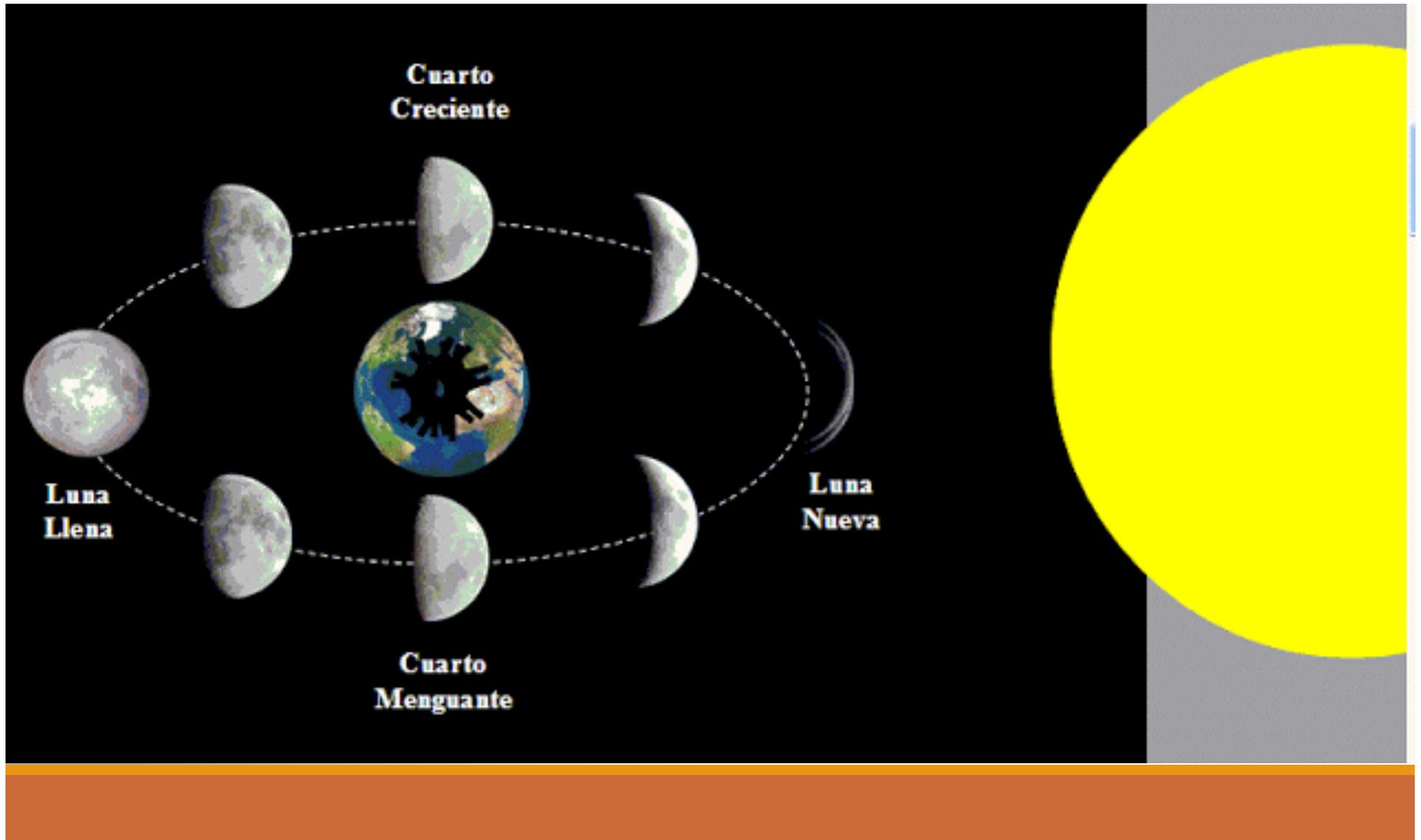


¿A qué distancia se encuentran la luna, la tierra y el sol? ¿Cuántas veces es más grande el sol que la luna y qué la tierra? El sol debe ser el centro del universo.

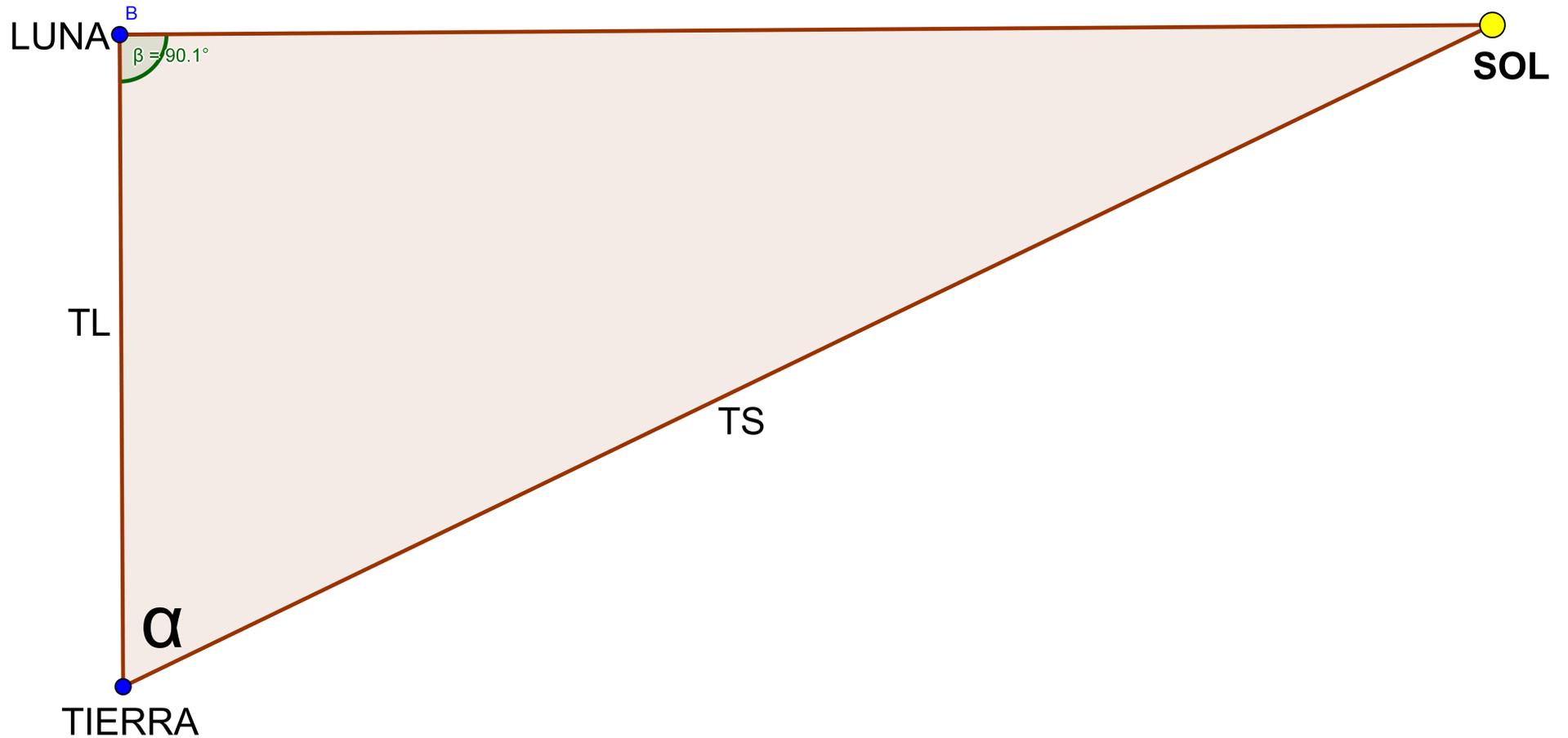
MODELO
HELIOCÉNTRICO

El mundo de los sentidos es apariencia, se llega a la verdad mediante el mundo de las ideas.
Platón

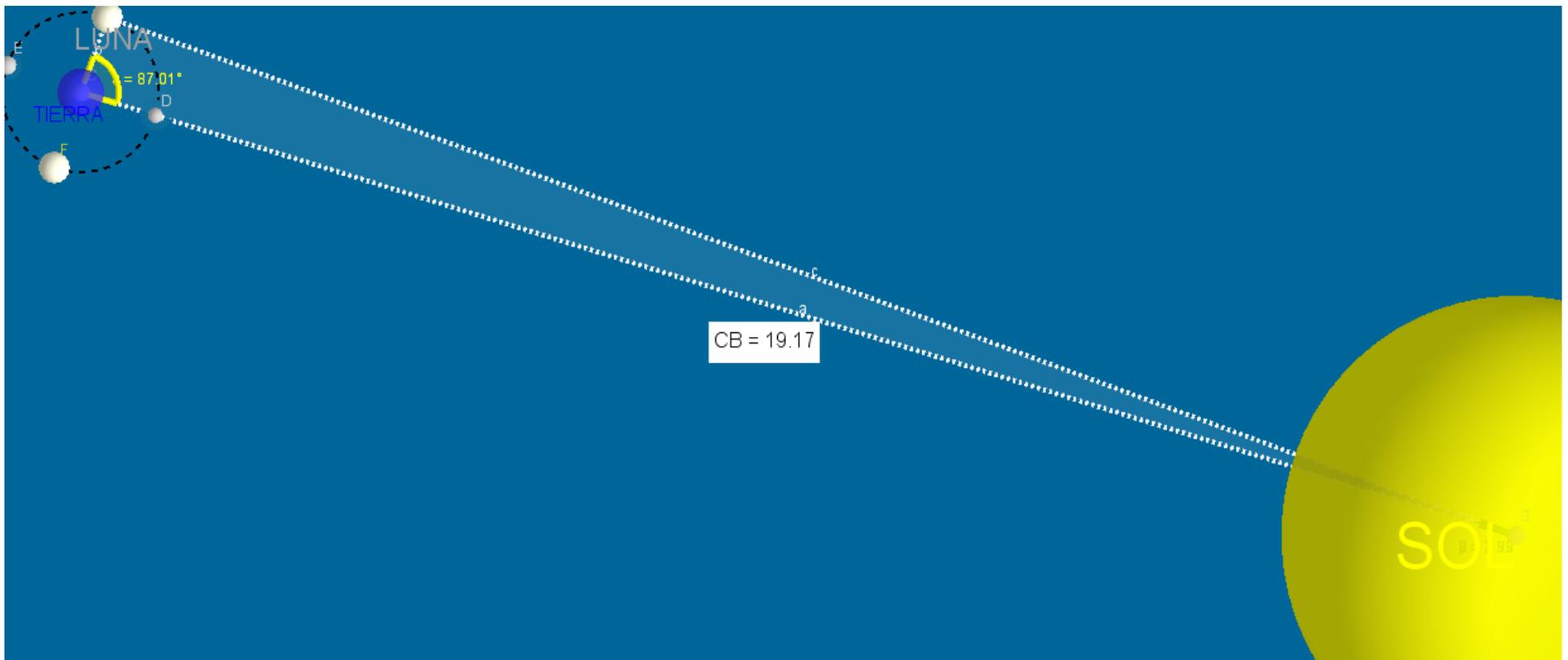
Fases de la Luna



Gráfica de la Situación

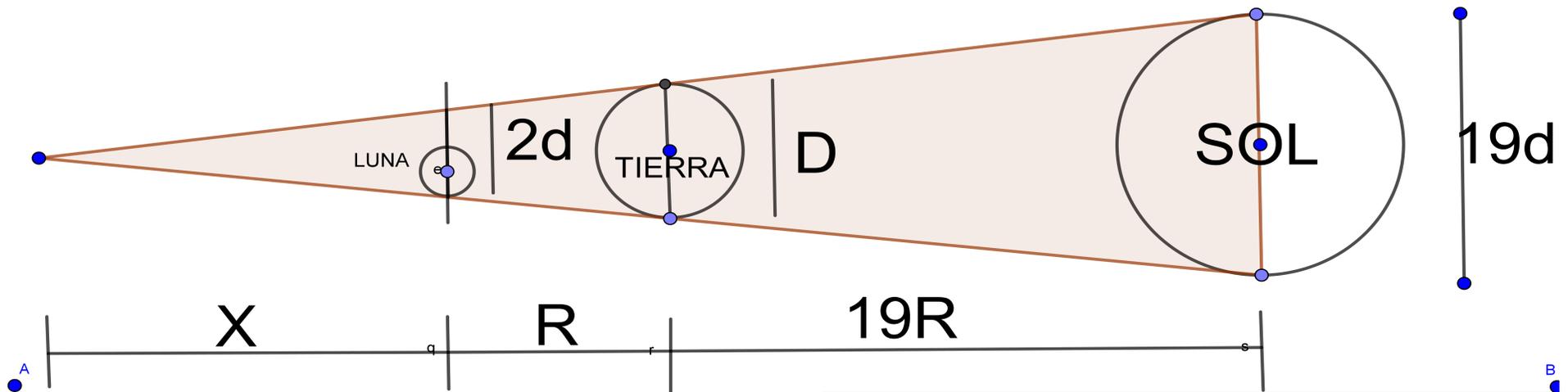


Gráfica Ajustada a la Observación de Aristarco



$\frac{\overline{TS}}{\overline{TL}} \approx 19.17 = \# \text{ de veces que cabe el cateto adyacente al ángulo de } 87^\circ \text{ entre la hipotenusa}$

TLS ECLIPSE LUNAR



$$d = \text{diámetro de la luna} = 3474 \text{ Km}$$

$$D = \text{Diámetro de la tierra} = 12742 \text{ Km}$$

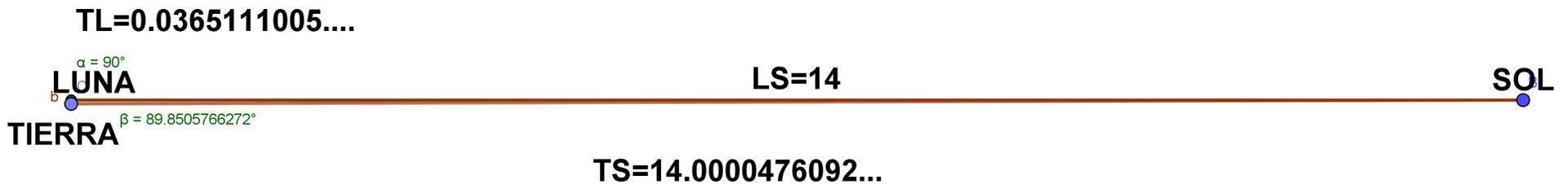
$$\frac{d}{D} = \frac{3474}{12742} \Rightarrow \frac{d}{D} = 0,2726 \Rightarrow d = 0,2726 D$$

$$\frac{X}{2d} = \frac{X+20R}{19d} \Rightarrow 19X = 2X + 40R \Rightarrow X = \frac{40}{17}R$$

$$\frac{X}{2d} = \frac{X+R}{D} \Rightarrow \text{Como } X = \frac{40}{17}R \text{ se tiene que}$$

$$\frac{20}{d} = \frac{40+17}{D} \Rightarrow d = \frac{20}{57}D \Rightarrow d = 0,35D$$

Gráfica TLS Real a Escala



VALORES TLS A ESCALA

TL = distancia de la tierra a la luna = 0.0365111005

TS = distancia de la tierra al sol = 14.0000476092

$$\frac{TS}{TL} = \frac{14.0000476092}{0.0365111005} = 383,446 \text{ veces}$$

En la gráfica a escala el valor del ángulo \hat{LTS} es de 89.8505766272 , sin embargo, el valor real del ángulo \hat{LTS} es de 89,85° o sea 89° 51'.

Es decir 2° 51' de diferencia con respecto al valor de 87° calculado por Aristarco, esta "pequeña" diferencia en el valor del ángulo se transforma en una variación muy significativa a escala del Universo, puesto que la verdadera relación de la distancia de la tierra al sol con respecto de la distancia de la tierra a la luna es de aproximadamente 383 veces y no de 19 veces como lo había calculado Aristarco.

Aprendizajes Emergentes

Ciudadano Matemáticamente Competente

Ser

- Autónomo: libre pero responsable de su aprendizaje, toma decisiones, etc
- Social: Construcción colectiva, respeto por la diferencia, etc.
- Crítico: Cuestiona, “ no come entero” , compara, argumenta, etc.
- Sensible: Conoce sobre el drama humano, arte, filosofía y ciencia.

Saber

- Cultural: Enriquece sus conocimientos, establece relaciones, conecta con otras disciplinas, etc
- Científico: Lo Teórico y lo Práctico. Pensamiento Concreto al Pensamiento Formal.
- Político: Compromiso con los demás, responsabilidad y disposición para contribuir, etc
- Espiritual: Existencia de algo que supera los límites del entendimiento.

Hacer

- Creativo: Diseña, propone sus propias soluciones, etc.
- Competente: Hacerlo cada vez de la mejor manera.
- Productivo: Consolidado de su aprendizaje, carpeta de trabajo, etc.
- Servicial: Es el lema de la clase.

CONCLUSIONES

Impacta positivamente el aprendizaje porque facilita la comprensión de los conceptos matemáticos al estudiar su origen y evolución.

Fortalece el autoconocimiento y por ende la autoestima e incentiva el hábito de la autoevaluación como un aspecto relevante en el proceso formativo.

La
Historia
como
recurso
didáctico

Preserva y engrandece el trabajo de nuestros antepasados ,enriquece la cultura del estudiante porque revela la conexión de la matemática con las disciplinas del saber, su carácter dinámico y su importancia en el desarrollo de la ciencia.

Estimula la curiosidad y la actitud crítica porque induce a la indagación y a la formulación de interrogantes que cultivan en el pensamiento profundo.

Evidencia la complejidad de la naturaleza humana que hace parte del proceso de creación y de construcción del conocimiento matemático.

Referencias Bibliográficas

Cañón, C. (1993). La Matemática. Creación y Descubrimiento. Publicaciones de la Universidad Pontificia Comillas. Madrid, 1993.

D'Amore, B. (2007). El papel de la Epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria. *Cuadernos del Seminario en educación*, n. 8,1- 36.

D'Amore, B. (2011). Didáctica de la Matemática. Editorial Magisterio. Bogotá, 2011.

Fernández, E., Ruíz, J., Rico, L. (2016). Significado Escolar de las razones trigonométricas elementales. *Enseñanza de las Ciencia*, 34.3, 51-71

Esteban, M., Ibañes, M., & Ortega, T. (1998). *Trigonometría*. Madrid: Síntesis.

Gil, Daniel., De Guzmán, Miguel. (1993). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones. Editorial Popular, S.A. Madrid, 1993.

Referencias Bibliográficas

Goldstein, T. (1984). Los Albores de la Ciencia. De los Árabes a Leonardo Da Vinci. Fondo Educativo Interamericano. México, 1984.

González, N. (2013). La epistemología de las matemáticas y su contribución al aprendizaje significativo en estudiantes de grado sexto (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales.

González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *SUMA. Revista sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. 45, 17-28.

Guacaneme, E. (2016). *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. Colombia

Guzmán, M. (1993). Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. Madrid.1993.

Referencias Bibliográficas

Jácome, G., Montiel G. (2007). Construyendo la noción de razón trigonométrica. Una secuencia basada en la actividad. *Memoria de la XI escuela de invierno en matemática educativa*,11(1) , 433-436.

Kline, M. (1992). Matemáticas para los estudiantes de Humanidades. Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. Fondo de Cultura Económica. México, 1992.

Maza, C (1994). *Historia de las matemáticas y su enseñanza: un análisis*. SUMA. *Revista sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. 17, pp. 17-26.

Ministerio de Educación Nacional. Matemáticas. Lineamientos Curriculares Áreas Obligatorias y Fundamentales. Serie: Documentos. Santafé de Bogotá, 1998

Ministerio de Educación Nacional. Matemáticas. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Santafé de Bogotá, 2009

Miralles, J., Deulofeu, J. (2005). Historia y enseñanza de la matemática. Aproximaciones de las raíces cuadradas. *Educación Matemática*,17 (1), 87-106.

Referencias Bibliográficas

Morin, E. (1999). Los siete saberes necesarios para la Educación del Futuro. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. París, 1999.

Poincaré, H. (1981). Filosofía de la Ciencia. Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. México, 1981.

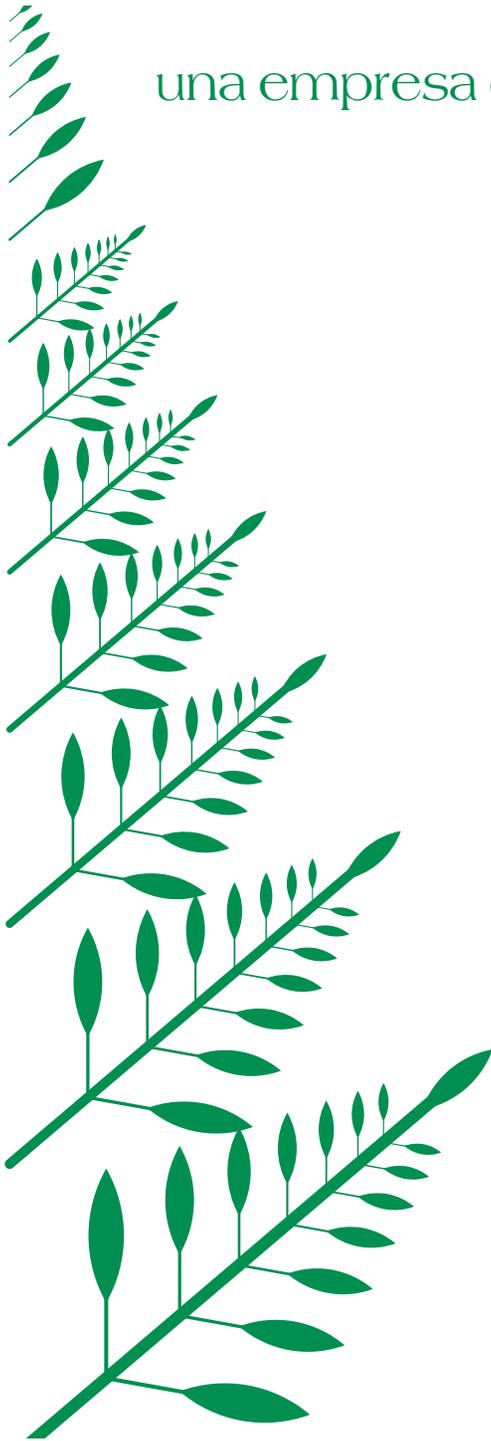
Thales, S. A.E.M. (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla, SAEM Thales.

Vasco, C. E. (1994). La educación matemática: una disciplina en formación. *Matemáticas. Enseñanza Universitaria*, 3(2), 59-75.

LA MATEMÁTICA SI VIVE PARA SERVIR JGB

GRACIAS





una empresa docente

Comunicaciones de innovación curricular en Educación Matemática

<http://ued.uniandes.edu.co>