
Problemas multiplicativos tipo transformación lineal: tareas de compra y venta

RESUMEN

Este artículo es un avance de investigación de un proyecto que realizamos en conjunto un grupo de investigadores de la Universidad del Valle de Cali, Colombia, y de la Universidad de Costa Rica. Destacaremos algunos resultados relativos a los procedimientos que emplean niños de 7 a 12 años, al resolver problemas multiplicativos tipo transformación lineal en las tareas cuyo contexto llamamos "compra y venta". El método de análisis de los procedimientos empleados en la resolución de estas tareas es una adaptación del método diseñado por el grupo colombiano y nos permite verificar una génesis en los procedimientos y la influencia del contexto de los problemas en el procedimiento de resolución. Esbozamos algunas implicaciones pedagógicas de los resultados obtenidos.

1. INTRODUCCIÓN

Dada la importancia de la matemática en el desarrollo científico y tecnológico de la sociedad moderna, es imprescindible romper con los esquemas tradicionales de enseñanza que por décadas han demostrado ser tan estériles.

Se sabe que dos de los principales objetivos de la enseñanza de la matemática en las escuelas primaria y secundaria son: ejercitar el razonamiento de los educandos y proporcionarles los instrumentos intelectuales necesarios para resolver problemas. Por ello, creemos que la resolución de problemas en la matemática

Jenny Oviedo de Valerio, Zayra Méndez

Escuela de Matemática, IIMEC
Universidad de Costa Rica

escolar, debiera tener un lugar preponderante y no limitar esta actividad, a una simple transmisión de conocimientos, papel que tradicionalmente, salvo excepciones, se le ha encomendado.

Como resultados de investigaciones precedentes realizadas bajo una perspectiva constructivista (Gómez Granel, 1987; Moreno, 1983) se ha demostrado que no hay una correspondencia entre las estructuras de los problemas matemáticos que se presentan a los escolares y las estructuras mentales del niño. Estas investigaciones fueron realizadas en Barcelona, España, pero creemos que algo semejante sucede en nuestros países.

Lo apuntado en el párrafo anterior, indica que la matemática escolar tradicional, con frecuencia no toma en cuenta las elaboraciones mentales del niño, que condicionan —según una jerarquía genética— distintos niveles de asimilación y, por ende, de comprensión, ante un mismo problema.

El desconocimiento de las elaboraciones mentales del niño en la pedagogía matemática tradicional, es causa de conflictos tanto para el alumno que se siente obligado a seguir el razonamiento adulto, como para el maestro que se siente impotente para motivar a sus estudiantes a aprender matemática.

En estos nuevos enfoques pedagógicos se defiende que el aprendizaje no debe consistir en una capacitación del individuo para hacer simples retenciones de los conocimientos, sino que se le debe proveer con situaciones y experiencias educativas que favorezcan la construcción de estos conocimientos.

Con relación a la matemática, esta concepción se centra en brindar al niño la posibilidad de construir patrones y relaciones, y no insistir sólo en el aprendizaje de procedimientos mecánicos, memorización de fórmulas, teoremas y definiciones, que la mayoría de los alumnos no comprenden, tal como sucede en la enseñanza tradicional de la matemática.

Estas consideraciones nos conducen a creer que investigar cómo los niños se enfrentan a la resolución de variados problemas matemáticos, es un aporte a la teoría constructivista del aprendizaje y brinda información que es de gran valor pedagógico. Esta es la importancia del estudio cuyos resultados se discuten aquí.

2. PATRONES DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS SIMPLES EN NIÑOS DE 7 A 12 AÑOS

El proyecto "Patrones de Resolución de Problemas Multiplicativos Simples en Niños de 7 a 12 años", que realizamos en conjunto investigadores costarricenses y colombianos, tiene como objetivos:

- a) Profundizar en el conocimiento de la manera como los niños resuelven problemas de tipo multiplicativo.
- b) Explorar en una población de 7 a 12 años una jerarquía genética en los procedimientos que el niño emplea al resolver problemas multiplicativos.
- c) Determinar la relación entre los procedimientos que el niño emplea para resolver los problemas multiplicativos y los diferentes contextos experimentales.

Nos interesa profundizar en el estudio de problemas multiplicativos; es decir, aquellos en cuya resolución se requiere una o varias multiplicaciones o una o varias divisiones. Los conceptos implicados en este tipo de problemas son

fundamentales en la matemática escolar por su aplicabilidad en la vida diaria, y por ser la base de muchos otros conceptos matemáticos escolares, tales como las áreas, fracciones, proporciones, potencias, etc.

Dentro de un marco teórico constructivista, la investigación que realizamos en este proyecto, se puede centrar en el conocimiento de las estructuras mentales propiamente dichas, o de los procedimientos que sigue el sujeto para elaborar esas estructuras.

Para situarnos en el estado actual de investigación en este campo, agregamos que en un estudio precedente, Gómez Granel (1981) identificó dos procedimientos que emplean los niños para resolver problemas multiplicativos: **métodos aditivos y multiplicativos**. Además, Sastre (1987) y Gómez Granel (1987), sostienen que los niños actualizan métodos de resolución diferenciados según el contexto experimental al que se refieren.

Por otra parte, según Bedoya (1989), los problemas multiplicativos que resuelven los niños en la escuela primaria, se puede clasificar de acuerdo con su estructura en tres tipos: tipo transformación lineal, tipo proporcionalidad y tipo producto cartesiano, por ello, en esta investigación se analizan tareas correspondientes a esos tres tipos de problemas multiplicativos. Sin embargo, en este artículo trataremos sólo los problemas tipo *transformación lineal*, cuyo enunciado, desde un punto de vista matemático, es:

"A un objeto cualquiera f se le ha asignado un valor $v = v(f)$. ¿Cuál es el valor de una colección F_k de objetos semejantes?"

Los esquemas cualitativo y cuantitativo de estos problemas son:

Esquema cualitativo

$$\begin{aligned} f &\rightarrow v(f) \\ F_k &\rightarrow x \end{aligned}$$

Esquema cuantitativo

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow v(1) = v \\ k &\rightarrow x \end{aligned}$$

2.1 Procedimiento y Metodología

Se espera alcanzar los objetivos de esta investigación, analizando las *conductas o producciones* gestuales, verbales y si fuera necesario, escritas por los niños, ante tareas y problemas multiplicativos diseñados y seleccionados especialmente.

- a) Para determinar, si existe, una relación entre el *nivel de edad* de los niños y la clase de patrón de resolución empleando, en la muestra se incluye a niños de diferentes edades.

Los problemas o tareas les son propuestos en *entrevistas individuales*, las cuales son filmadas para luego analizarlas con todo detalle. Los niños cuentan con material concreto para apoyarse en la resolución de las tareas si es que lo necesitan.

- b) Para determinar si existe una relación entre el contexto experimental y la clase de procedimiento de resolución, el *contexto* en los problemas se varía de dos maneras diferentes:

- i) usando **diferente contenido** de las tareas: tareas de "mezcla", "pared" y de "compra-venta"

ii) usando **diferentes valores numéricos**:

$$k = 3, 7 \quad v(1) = v = 3, 8$$

Las tareas cuyo contexto llamamos "pared" consisten en problemas como el siguiente:

Se le muestra al niño entrevistado una pared formada por legos (tuquitos de plástico). Esta pared tiene cubiertas sus caras y descubiertas sus bases y costados, de manera que el niño puede ver y contar cuántos legos hay en el ancho y en el largo de la pared. El entrevistador pregunta al niño: ¿cuántos de esos legos necesitas para construir una pared igual a la mía?

Las tareas cuyo contexto llamamos "mezcla" consisten en problemas como el siguiente:

Se le dice al niño que vamos a hacer un jugo de naranja con agua y polvo de naranja. El entrevistador y el niño tienen cada uno un vaso grande donde van a hacer su jugo. El entrevistador, por ejemplo, hace jugo con un vasito de agua y tres cucharaditas de polvo de naranja. Luego le pide al niño que ponga tres vasitos de agua en su propio vaso y después le pregunta: "¿Cuántas cucharaditas de polvo de naranja debes echar en tu vaso, para que tu jugo quede del mismo color y del mismo sabor que el mío?"

2.1.1 Tareas Analizadas:

Aquí analizamos sólo tres tareas correspondientes al tipo de problema llamado transformación lineal y cuyo contenido llamamos "compra y venta". Para observar la influencia del contexto en el procedimiento, la *variación en el contexto* la hacemos variando los valores numéricos de las tareas:

$$\begin{array}{ll} v(1) = 3 \text{ en tareas \#1 y \#2} & \text{y} \quad v(1) = 8 \text{ en tarea \#3} \\ k = 3 \text{ en tarea \#1} & \text{y} \quad k = 7 \text{ en tareas \#2 y \#3} \end{array}$$

Los enunciados básicos de estas tres tareas son:

Tarea #1:

Si un confite vale 3 colones, ¿cuánto valen 3 confites?

Tarea #2:

Si un confite vale 3 colones, ¿cuánto valen 7 confites?

Tarea #3:

Si un confite vale 8 colones, ¿cuánto valen 7 confites?

Estas tareas o problemas son presentadas a los niños de la siguiente manera:

- i) Se tratarán como una situación de intercambio: el entrevistador vende y el niño compra. Los materiales, confites y monedas se intercambian en las manos o sobre una mesa, evitando hacer configuraciones que sugieran al niño la forma de resolución. Si el niño necesita crearlas, se le permite hacerlas.
- ii) Se le dará al niño la relación: 1 confite vale $v(1)$, $v(1) = v$ colones (o pesos).
- iii) No se le dará al niño el valor de k (el número de confites en la otra colección). Los confites prescritos para cada problema se pondrán sobre la mesa sin mencionar la cantidad.

- iv) Se le preguntará: "¿Cuántos colones (pesos) debes pagar para comprar estos confites?"
- v) Cuando respondan a la pregunta anterior, se les preguntará: "¿Cómo hiciste para saber que necesitas x colones para comprar los k confites?"

2.1.2 Protocolos

Con base en la filmación se sacará un *protocolo o registro escrito*, en el que se detallarán las conductas o producciones empleadas por cada niño en la resolución de cada una de las tareas. En el protocolo se detallará la secuencia ordenada de las actividades desplegadas por los niños y se debe consignar no solamente lo que hace el niño, sino también cómo lo hace.

2.2 Método de Análisis

El método de análisis de los datos obtenidos en la investigación, es el diseño por nuestros colegas colombianos en este proyecto: Orozco, Bedoya y Valencia (1989). El método se basa en el análisis propuesto por Simon (1978) relativo al ambiente y al espacio de la tarea y en el análisis metasubjetivo de las tareas propuesto por Pascual Leone (1988)

Pascual Leone (1988) dice al respecto: "Para explicar la secuencia de la computación mental y conectar los distintos pasos que de hecho produce el comportamiento humano, es necesario identificar *procesos*, capacidades mentales que son estructurables y que constituyen síntesis dinámicas que producen comportamientos realmente nuevos en relación con el repertorio existente."

Orozco (1990), además, dice: "Al analizar la producción del niño se pretende ubicar las acciones u operaciones o relaciones que generan los procedimientos. Cuando se trabaja con niños, ellos procesan en la "caja negra" la información que se les suministra. El investigador o el maestro no tiene acceso directo al *proceso*. El análisis de la producción intenta desarticular la lógica de la misma para inferir los procesos psicológicos que la posibilitan".

En este marco conceptual, un método de análisis de los procedimientos de resolución de la tarea, debe tratar de contestar a las siguientes preguntas:

- (1) ¿Qué hace el sujeto para resolver la tarea?
- (2) ¿Cómo lo hace
- (3) ¿Cuándo lo hace?

El método de Orozco y otros trata de responder a estas preguntas considerando las siguientes etapas en el procedimiento de resolución:

- Etapas I:* Obtención de datos
- Etapas II:* Conservación de datos
- Etapas III:* Manejo de datos
- Etapas IV:* Operatoria

- I. La obtención de datos considera dos aspectos: ¿qué datos obtiene el sujeto? y ¿cómo los obtiene?
- II. La conservación de datos toma en cuenta, también, los dos aspectos: ¿qué datos conserva? y ¿cómo los conserva?

- III. El manejo de datos toma en cuenta el tipo de manejo que le da el sujeto a los datos. El cómo maneja datos está referido a la relación o correspondencia que el niño establece entre ellos y al tipo de manejo ya sea concreto, visual o abstracto (utilizando la terminología de las categorías de Steffe (1990)).
- IV. La etapa operatoria, por último, analiza el tipo de operación aritmética que el niño realiza con los datos para obtener el resultado o valor de la incógnita, operación que puede consistir, en estas tareas, en una enumeración, una adición o una multiplicación.

Siguiendo este método, a partir del protocolo se elabora otro texto, donde se *categorizan* y se describen en lenguaje formal, todas las actividades realizadas por el niño para llegar a la solución del problema.

Del análisis del texto categorizado, donde se han destacado las diferentes acciones que los niños realizan cuando están resolviendo las tareas propuestas, se podrán identificar los diferentes *procedimientos* que emplean al resolverlas.

3. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

3.1 Descripción de las Etapas

Después de estudiar las producciones de los niños al resolver las Tareas #1, #2 y #3, el equipo de investigación costarricense, encontró que las correspondientes etapas del método de análisis, deben estar descritas de la siguiente manera:

ETAPA I. OBTENCIÓN DE DATOS

OBTIENE DATOS

QUÉ	CÓMO
(1) Precio de un confite	1. Auditivamente
(2) Precio de un confite y número de confites	2. Señala confites, auditivamente
(3) Otro tipo de datos	3. Verbaliza, auditivamente
	4. Enumera, auditivamente
	5. Contando de dos en dos, auditivamente
	6. Otra manera

En esta etapa, ¿CÓMO OBTIENE LOS DATOS? usamos términos que pasamos a definir:

Auditivamente, (auditivamente) significa que el niño obtiene ese dato por parte del entrevistador, está en el enunciado de la tarea, y por lo cual su manera de obtención es por el sentido del oído.

Señala, se refiere a la acción del niño que consiste en tocar, mover o simplemente mirar los confites para saber cuántos confites hay.

Verbaliza, es la acción del niño que consiste en mirar los confites y decir hay k confites.

Enumera, se refiere a la acción del niño que consiste en tocar uno a uno a los confites y asignarles oralmente un número.

Se agrega como punto "6 otra manera", para asignarle esta opción, al niño que emplee otra manera de contar los confites diferentes a las ya contempladas.

ETAPA II. CONSERVACIÓN DE DATOS

CONSERVA DATOS

QUÉ	CÓMO
(1) Precio de un confite	1. Correspondencia con monedas
(2) Precio de un confite y número de confites	2. Correspondencia con dedos
(3) Otros datos	3. Correspondencia con monedas, mentalmente
	4. Correspondencia con dedos, mentalmente
	5. Mentalmente
	6. Otra manera

En esta etapa, ¿CÓMO CONSERVA LOS DATOS?, empleamos algunos términos que pasamos a aclarar:

Correspondencia con monedas, se refiere a la acción del niño que consiste en representar el proyecto v de un confite por medio de v monedas.

Correspondencia con dedos, es la acción del niño que consiste en representar el precio de un confite con v dedos de una o las dos manos.

Mentalmente, decimos que un niño conserva un dato mentalmente, cuando lo obtiene y opera inmediatamente con él.

ETAPA III. MANEJO DE DATOS

MANEJA DATOS

QUÉ	CÓMO
(1) v monedas y confites	1. Correspondencia concreta
(2) v dedos y confites	2. Correspondencia concreta-visual
(3) confites y v	3. Correspondencia concreta-mental
(4) v monedas y k	4. Correspondencia visual-mental
(5) v dedos y k	5. Correspondencia mental
(6) v y k	6. Otra manera
(7) otros datos	

En esta etapa, ¿CÓMO MANEJA LOS DATOS? los términos empleados que debemos aclarar son los siguientes:

La *correspondencia* entre las v monedas y los confites es *concreta*, cuando la acción realizada por el niño consiste en lo siguiente: toma un confite y le asigna v monedas; otro confite y le asigna otras v monedas, y así sucesivamente hasta agotar los confites que se le dieron para calcularles el precio.

La *correspondencia es concreta-visual* entre los v dedos y los confites; por ejemplo, cuando el niño realiza la siguiente acción: usa los dedos de la mano para agregar el precio de un confite, mientras lleva la cuenta de los confites a los que les calcula el precio en forma visual (guiándose tal vez por el color de los confites).

La *correspondencia es concreta-mental* si la acción del niño consiste en conservar el precio de un confite mentalmente, y tomar un confite y decir 3 u 8 (el precio de un confite); sigue tomando uno a uno los confites y adicionando cada vez el precio de un confite.

La *correspondencia es mental* si el niño relaciona el precio de un confite y el número de confites (los cuales conserva mentalmente) sin tener que representarse esos datos en forma concreta con los dedos, con monedas o con los mismos confites.

ETAPA IV. OPERATORIA

OPERATORIA

1. Enumera
2. Adiciona
3. Multiplica
4. Otra manera

3.2 Un ejemplo de aplicación del método de análisis:

El niño Erick, de 7 años, al resolver la tarea #1, que consiste en calcular el precio de tres confites si un confite vale tres colones, realiza las siguientes acciones: Toma un confite y dice 3; toma otro confite y dice 6; luego toma el tercer confite y dice 9. Luego agrega: "tengo que pagar 9 colones".

La descripción del procedimiento realizado por este niño en forma categorizada es:

$$1 - 1 - 1 - 5 - 3 - 3 - 2$$

Esto nos indica que las etapas de su procedimiento están descritas de la siguiente manera:

- I. Obtiene datos:
 - ¿Qué? : 1- Precio de un confite
 - ¿Cómo? : 1- Auditivamente
- II. Conserva datos:
 - ¿Qué? : 1- Precio de un confite
 - ¿Cómo? : 5- Mentalmente

III. Manejo de datos:

- ¿Qué? : 3- Confites y v
- ¿Cómo? : 3- Correspondencia concreta-mental

IV. Operatoria:

- 2- Adiciona.

En la tarea #3, que consiste en calcular el precio de 7 confites si un confite vale 8 colones, las acciones que realiza este mismo niño descritas de la siguiente manera: -

Conserva el valor de un confite con los dedos de las manos, toma un confite y dice 8; toma otro, y contando con los dedos dice 9, 10, 11, ..., 16; toma un tercero y contando con los dedos dice 19, 20, 21, ..., 24, y así sucesivamente hasta terminar con los siete confites que tiene sobre la mesa. Al final dice: "cuestan 56 colones".

La descripción del procedimiento que emplea este niño en forma categorizada es:

1 - 1 - 1 - 2 - 2 - 1 - 1

Esto indica que las etapas del procedimiento empleado por Erick en esta tarea #3 son:

I. Obtiene datos:

- ¿Qué? : 1- Precio de un confite
- ¿Cómo? : 1- Auditivamente

II. Conserva datos:

- ¿Qué? : 1- Precio de un confite y de varios confites
- ¿Cómo? : 2- Correspondencia con dedos .

III. Manejo de datos:

- ¿Qué? : 2- v dedos y confites
- ¿Cómo? : 1- Correspondencia concreta

IV. Operatoria:

- 1- Enumera.

3.3 Programa "PROCECOMP":

Tomando como base la categorización que hemos hecho de las diferentes etapas del procedimiento de resolución para las tareas "tipo compra y venta" y el programa de computador "MULTIPATRONES", que nuestra colega colombiana María Eugenia Valencia (1989) diseñó para analizar las tareas "tipo pared", el profesor Sergio Campos, del equipo de investigadores costarricenses diseñó el programa de computadora "PROCECOMP", que facilita el análisis de los datos.

Este programa permite: 1) Analizar el procedimiento de resolución empleado por cada sujeto en cada una de las tres tareas. Un cuadro en la pantalla muestra mediante frases literales las diferentes etapas del procedimiento empleado por cada niño. 2) Comparar, en un único cuadro, los procedimientos empleados

por cada sujeto en las tres tareas. 3) Conocer el porcentaje de niños de la muestra que utilizó un procedimiento dado, en una determinada tarea y por edad del niño.

Por ejemplo, este programa brinda la información correspondiente al niño Erick, de 7 años, de la siguiente manera:

FRECUENCIA DEL PATRÓN

Otro niño		Frecuencia de un patrón		Imprimir		Menú principal	
NÚMERO DE NIÑO: 105				NÚMERO DE TAREA: 1			
Dato que obtiene:		PRECIO DE UN CONFITE					
Cómo lo obtiene:		ESCUCHANDO DATO					
Dato que conserva:		PRECIO DE UN CONFITE					
Cómo lo conserva:		MENTALMENTE					
Dato que maneja:		CONFITES Y V					
Cómo lo maneja:		CORRESPONDENCIA CONCRETA MENTAL					
Operatoria:		ADICIONA					

PATRONES SEGUIDOS POR EL NIÑO 105

TAREA 1	TAREA 2	TAREA 3
1115332	1115332	1112211

procecom 1.0 TAREAS DE COMPRA - VENTA campos

FRECUENCIA DEL PATRÓN

Otro niño		Frecuencia de un patrón		Imprimir		Menú principal	
NÚMERO DE NIÑO: 105				NÚMERO DE TAREA: 3			
Dato que obtiene:		PRECIO DE UN CONFITE					
Cómo lo obtiene:		ESCUCHANDO DATO					
Dato que conserva:		PRECIO DE UN CONFITE					
Cómo lo conserva:		CORRESPONDENCIA CON DEDOS					
Dato que maneja:		V DEDOS Y CONFITES					
Cómo lo maneja:		CORRESPONDENCIA CONCRETA					
Operatoria:		ENUMERA					

PATRONES SEGUIDOS POR EL NIÑO 105

TAREA 1	TAREA 2	TAREA 3
1115332	1115332	1112211

procecom 1.0 TAREAS DE COMPRA - VENTA campos

3.4 Análisis de Resultados:

1. El análisis de los procedimientos emplados por cada uno de los niños de la muestra en la tarea #3, conduce al siguiente cuadro #1, que nos indica, en forma categorizada, los diferentes procedimientos utilizados, y da, por edades, el número de niños que emplearon cada uno de los procedimientos:

PROCEDIMIENTOS UTILIZADOS SEGÚN EDAD PARA CADA TAREA DE COMPRA Y VENTA

Proced./Frec. Edad	12	11	10	9	8	7
2323431						1
1112221					2	
1111111				1	1	6
1112211		1		3	5	1
2324531				2		
2325662				1		1
1115332				1		
2425342			1			
2225652		1				
2425663			1			
2225653	1		2	1		
2325653	3	1	1	1		
2325653	3	1	1	1		
2325663		1				
2425653	4	3	2			
1115764				1		
2424764			1			

CUADRO #1

Un aspecto interesante a destacar, es el número de datos que manejan los niños: los pequeños (7 u 8 años) sólo pueden obtener y conservar un dato (el precio de un confite); los mayores pueden obtener y conservar dos datos (el precio y el número de confites). Este hecho influye en el procedimiento de resolución que emplean ambos grupos de niños:

Analizando este cuadro # 1 y el significado de los números empleados en la categorización, podemos observar que los procedimientos utilizados por los niños tienen las siguientes características:

- Los niños mayores, de 7 u 8 años, en general, sólo pueden conservar un dato, el precio de un confite y emplean la enumeración para calcular el precio de los siete confites.
- Algunos niños de 9 años usan procedimientos que culminan en una enumeración para calcular el precio de los siete confites; pero la mayoría emplea al final de su procedimiento una adición para obtener el resultado. Uno de estos niños, incluso, llega a usar un procedimiento multiplicativo.
- En cambio, los niños de 10, 11 y 12 años emplean, en su gran mayoría, procedimientos que culminan en una multiplicación y en los cuales conservan mentalmente los dos datos del problema (el precio y el número de confites).

Estas observaciones indican que niños de diferentes edades tienen distinta comprensión de los conceptos matemáticos y por ello, emplean diferentes procedimientos.

2. Con respecto a la influencia del contexto en la clase de procedimiento empleado por el niño, observemos qué sucede en el ejemplo que analizamos en el apartado 3.2.

Podemos apreciar que Erick emplea diferentes procedimientos para resolver las tareas #1 y #3:

Al resolver la tarea #1, cuyos valores numéricos son pequeños, este niño puede conservar el precio de un confite mentalmente, y luego sigue un procedimiento que concluye con el empleo de la adición para obtener el precio de los tres confites. En la tarea #3, cuyos valores numéricos son más grandes, Erick conserva el precio del confite con los dedos (no mentalmente como en tarea #1), y para obtener el precio de los siete confites recurre a una enumeración.

Observamos —en el caso de Erick— que aunque las tareas #1 y #3 constituyen problemas del mismo tipo, pero en los que hemos variado el contexto utilizando valores numéricos más grandes en la tarea #3, este niño utiliza un método "más elemental" para resolver dicha tarea, que el que utilizó en la tarea #1.

El comportamiento descrito para Erick se manifiesta en muchos otros niños de la muestra y pone en evidencia que al haber una construcción del conocimiento, si el niño debe resolver un problema más difícil (en este caso con valores numéricos más grandes), él inicia el proceso de construcción y por ello recurre a un procedimiento más elemental para resolverlo.

4. CONCLUSIONES:

CONCLUSIÓN I

Existe una génesis de los procedimientos de resolución que emplean los niños al resolver problemas.

Este sería el resultado del análisis de los procedimientos empleados por los niños de diferentes edades ante una misma tarea; por ejemplo la #3 (ver el cuadro #1), lo cual nos permite verificar la primera hipótesis planteada.

En otras palabras, se observa una génesis, desarrollo o construcción de los procedimientos de resolución: de los procedimientos "más elementales", empleados por los niños más pequeños, que consisten en obtener y conservar un único dato, el precio de un confite, y luego obtener el precio de varios confites mediante una enumeración. Los niños de más edad van empleando procedimientos "más complejos", como es el que consiste en obtener y conservar dos datos del problema, el precio y el número de confites, y obtener el precio de varios confites mediante una adición o una multiplicación.

CONCLUSIÓN II

Una variación en el contexto puede inducir en los niños diferentes procedimientos de resolución.

Esta conclusión es consecuencia del análisis de comportamientos semejantes al descrito en la Sección 3.2 para el niño Erick: ante tareas con valores numéricos más grandes, este niño utiliza procedimientos de resolución más elementales que los que utilizan en tareas cuyos valores numéricos son más pequeños.

En otras palabras, una variación en el contexto obtenida mediante el uso de diferentes valores numéricos en las tareas, hace que el problema tenga un grado

diferente de dificultad para el niño y entonces, él debe recurrir a la utilización de un procedimiento de resolución diferente.

Tal resultado confirma la segunda hipótesis que nos planteamos al inicio de la investigación.

Fácilmente se puede apreciar que estas conclusiones tienen importantes implicaciones pedagógicas que comentamos a continuación:

IMPLICACIONES DE LA CONCLUSIÓN I

Las implicaciones pedagógicas que se pueden derivar de esta conclusión se apoyan en la evidencia de que hay una construcción del conocimiento, y por lo tanto, de los procedimientos empleados para resolver los problemas.

- I-1 El maestro debe conocer este hecho para no exigir, ante un determinado problema, el mismo tipo de resolución a todos los niños; es decir, no se debe esperar que niños de diferentes edades o niveles escolares, resuelvan de la misma manera un determinado problema.
- I-2 Conociendo esta génesis o construcción del procedimiento, el maestro o profesor puede ayudar a sus alumnos a construir su procedimiento de resolución, desde las etapas "más elementales" a las etapas "más complejas" de resolución.
- I-3 El educador debe prever que en un mismo grupo puede haber alumnos con diferentes estructuras o niveles mentales, los que van a reaccionar de maneras variadas ante un mismo problema.

Por ejemplo, como hemos visto en nuestra experiencia, ante el problema: "Un confite vale 3 colones, ¿cuánto valen 7 confites?", los niños de 9 años han empleado procedimientos que implican desde la enumeración, hasta la adición y la multiplicación.

Por ello, el maestro no debe imponer su manera, método o procedimiento de resolver un problema a todos los niños de su grupo.

Sin embargo, como lo expresamos antes, hemos comprobado, que al resolver un problema existe una manera más usual de proceder a una determinada edad, aspecto que debe ser tomado muy en cuenta por el maestro para ayudar a sus alumnos que presentan un ritmo más lento de aprendizaje.

IMPLICACIONES DE LA CONCLUSIÓN II

Ante un mismo problema, una variante en el contexto, provocada al usar diferentes valores numéricos (más grandes, como los números 7 y 8, o más pequeños, como los números 3 y 4, en los problemas estudiados), puede inducir en los niños procesos de resolución diferentes.

En la experiencia observamos que conforme los valores numéricos de las tareas o problemas son más grandes, el niño vuelve a presentar procedimientos de resolución más elementales, que ya había superado en la resolución de problemas con valores numéricos más pequeños.

Esta conclusión tiene varias implicaciones pedagógicas:

- II-1 El maestro o profesor debe estar consciente del hecho de que al variar el contexto a un determinado tipo de problema, el alumno puede presentar

un aparente retroceso en el procedimiento. No es que el niño haya olvidado el método que empleó en un contexto más simple, sino que se ve obligado a reconstruir conceptos al enfrentarse a contextos más complejos.

- II-2 El maestro o profesor no debe obligar a los niños a usar un determinado procedimiento de resolución, sino debe permitir que el niño descubra su propio método, que vaya construyendo su razonamiento.

Tal hecho debe tomarse en cuenta en aspectos pedagógicos, como son la evaluación, la planificación del currículum y la búsqueda de situaciones de aprendizaje que favorezcan la construcción de los conceptos que se desea adquieran los niños escolares.

- II-3 La existencia de variados procedimientos para resolver un mismo problema, puesta en evidencia en nuestra experiencia, alerta al educador acerca del daño que puede producir en los alumnos el tipo de lección que consiste en una repetición mecánica de procedimientos para resolver problemas. Pues todos los niños, no siguen la misma receta de pasos pre establecidos por el maestro o profesor para buscar una solución a un determinado problema.

De acuerdo con lo anterior, la preocupación fundamental del maestro ha de ser, más bien, **la de favorecer la expresión espontánea de los procedimientos naturales del niño.**

Bedoya, E. (1989), "Un método de análisis de problemas multiplicativos", Memorias-III Reunión Centroamericana del Caribe sobre Formación Prof. e Invest. Mat. Educ., San José, Costa Rica.

Moreno, M. (1983), "Qué es la pedagogía operatoria". La Pedagogía Operatoria, Editorial LAIA, Barcelona.

Orozco, M. (1989) "Método para analizar procesos de solución en niños al resolver problemas multiplicativos". Memorias-III Reunión Centroamer. del Caribe sobre Formac. de Prof. e Invest. Mat. Educ., San José, Costa Rica.

Orozco, M. (1990), "Cómo hacer análisis de tareas", Continuar Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Oviedo, J. y Méndez, Z. (1990), "Patrones de solución en problemas multiplicativos. Tareas de compra y venta", *Las Matemáticas en Costa Rica*, Memorias del Tercer Congreso Nacional de Matemática, San José, Costa Rica, 1990.

Oviedo, J. Méndez, Z. (1991), "Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática" (en prensa).

Gómez Granel C. (1987), "El niño y la resolución de problemas multiplicativos" Tesis de doctorado. Universidad de Barcelona.

Pascual Leone, J. (1988) "Análisis metasubjetivo de tareas". Conferencia pronunciada en el I Encuentro de Egresados, Departamento de Psicología, Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Valencia, M. E. (1989), "Multipatrones—Un programa de Computador para analizar procesos de solución al resolver problemas multiplicativos tipo producto cartesiano". Memorias-III Reunión Centroam. y del Caribe sobre Formac. de Prof. e Invest. Matem. Educ., San José, Costa Rica.

Steffe, L., Von Glasersfeld (1990), "Cómo ayudar a los niños a comprender el número". Traducción de Mariela Orozco en Continuar, Universidad del Valle, Cali, Colombia.

BIBLIOGRAFÍA