

De los sólidos platónicos a los balones de fútbol y de allí a los ovoides

Martha Cecilia Mosquera Urrutia
Docente de Matemáticas Aplicadas a la química
Universidad Surcolombiana

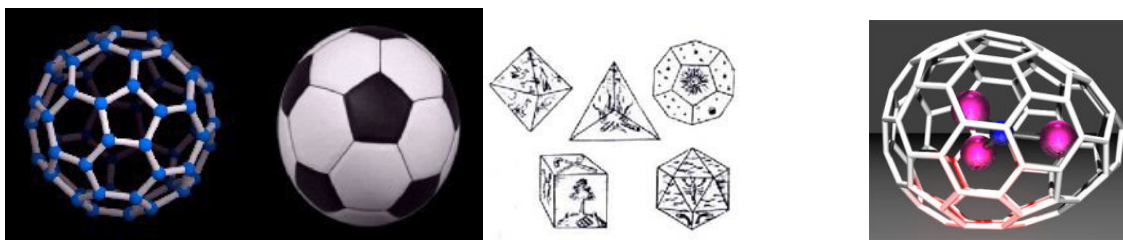
Sitio: <http://marthamosqueramatematicas.blogspot.com/>
Mail: tangrams49@gmail.com
mcmosquera@usco.edu.co

Resumen

El objetivo de este taller es mostrar la forma de implementar la ESTRATEGIA DE MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO: APRENDER A TRANSFERIR, que busca aprender los conceptos en un contexto para ponerlos en funcionamiento en otros.

Para empezar exploramos moléculas elementales cuyos modelos reproducen sólidos platónicos; luego, pasamos a los sólidos arquimedianos, que son la base para la representación geométrica y molecular de los fullerenos y terminamos con el fullereno ovoide; con el fin de acercarnos a la comprensión del objeto de estudio de algunas disciplinas de vanguardia como: la geometría molecular, espectroscopia, nanotecnología, virología y biomedicina.

Palabras Clave: geometría molecular, poliedros, fullerenos, transferencia.



Introducción

Para su desarrollo he dividido el taller en cuatro partes: En la primera realizo un análisis de ciertas formas en la naturaleza, obras de arte, arquitectura e ingeniería en las cuales se evidencia la presencia de figuras y cuerpos geométricos y curvas notables: luego recorro al análisis de algunos apartes del libro XIII de Euclides: destinado por Él, al estudio de las propiedades de los polígonos y poliedros regulares, en especial las proposiciones desde la 13 hasta la 17, sobre los cinco sólidos platónicos y la 18 en la cual hace la comparación de los cinco utilizando regla y compás. En la tercera, presento una revisión de los trabajos de Durero, Da Vinci y Ucello; haciendo de nuevo referencia a las construcciones con regla y compás y avanzando hasta la construcción de los sólidos arquimedianos, utilizados por ellos en algunas



de sus obras; este análisis quedaría incompleto sin mencionar a Kepler, quien dedicó gran parte de su vida a la construcción de un sistema cósmico del universo a "imagen y semejanza" de los sólidos perfectos, llegando con ello a la formulación de las leyes del movimiento planetario. En la última parte, paso al análisis de la geometría de las moléculas y después de presentar las bases fundamentales, me dedico especialmente a las moléculas de carbono y sus formas alotrópicas, mostrando como se hace al análisis de la geometría de las mismas a partir de la espectroscopia, para terminar luego en los fullerenos y la forma como su descubrimiento ha permitido grandes avances en virología, biomedicina y nanotecnología, llegando hasta el último conocido, llamado por los científicos: "el improbable fullereno ovoide".

La idea es que los asistentes realicen algunas construcciones utilizabdo para ello regla y compás, modelos moleculares y el software CABRIGOMETRE II PLUS.

De los sólidos platónicos a los balones de fútbol y de allí a los ovoides

Los cinco sólidos platónicos (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) definen una especie de límite a lo que puede construirse de manera perfecta en el espacio tridimensional. Son los únicos que pueden formarse con caras planas iguales y regulares (triángulo equilátero, cuadrado y pentágono regular) y ángulos sólidos iguales.

De estos se derivan **los sólidos de Arquímedes** que son una serie de poliedros semirregulares cuyas caras combinan dos o tres polígonos regulares distintos; este tipo de poliedros ocupa un lugar destacado entre los artistas del renacimiento cuya fascinación por los poliedros les condujo a estudiar y desarrollar propiedades de antiguos y nuevos poliedros.

Mención especial merece el pintor y matemático Piero De La Francesca (1416-1492), considerado actualmente como uno de los primeros artistas del renacimiento. Uno de sus libros, "Libellus de quinque corpibus regularibus" (1480), conservado en la Biblioteca Vaticana, contiene la figura más antigua que se conoce de un poliedro cuyas sesenta caras son pentágonos y hexágonos en la misma distribución que ahora se utiliza para construir balones de fútbol.

Ambas especies de sólidos (los platónicos y los arquimedianos), pueden inscribirse en una esfera, llamada *circunsfera*, de tal manera que todos sus vértices tocan la superficie de ésta, los sólidos platónicos son los únicos que circunscriben una esfera *la insfera*, cuya superficie es tangente a cada una de sus caras.

Una tercera esfera *la mesosfera*, es la que define el radio que conecta el centro del sólido con el punto medio de cualquiera de las aristas, y se las encuentra tanto en los sólidos platónicos como en los arquimedianos. La superficie de la mesosfera se cruza con las caras del sólido, extendiéndose tanto hacia adentro, como hacia fuera. Dos de los sólidos de Arquímedes están definidos por la mesosfera de sólidos platónicos, ellos son: el cuboctaedro y el icosidodecaedro.

Aunque los griegos ya sabían y habían logrado probar por métodos empíricos que sólo existen cinco poliedros regulares, Descartes y más tarde Euler se hicieron la pregunta sobre la existencia de alguna característica común a todos los poliedros simples² y que por ende permitiera distinguirlos, llegando a la conclusión de que en un poliedro simple: el número de vértices, menos el número de aristas más el número de sus caras siempre es igual a dos.

² Un poliedro es simple si topológicamente equivale a una esfera.

Los sólidos platónicos llaman la atención por su belleza y perfección geométrica, otro estudio mucho más interesante es el de sus simetrías; éste, ha sido ampliamente utilizado por los químicos inicialmente para determinar la forma de los cristales.

La forma de las moléculas: el uso de la teoría de grupos por los químicos para estudiar las propiedades de las moléculas es un procedimiento muy interesante, una vez establecidos los criterios para asociar una estructura poliedral a una molécula o a una sustancia, se tiene que algunas de las propiedades quedan reflejadas en la estructura poliedral asociada y, en general, ésta puede ser más compleja que un solo poliedro y contener subpoliedros asociados con grupos funcionales determinados. En muchas ocasiones la estructura poliedral correspondiente está inmersa en el espacio euclídeo, lo que permite, estudiando sus grupos de simetría, analizar diversas cuestiones como por ejemplo: la estructura de los empaquetados de los átomos y moléculas.

La disposición ordenada de cationes y aniones está relacionada con las propiedades magnéticas de la sustancia considerada. La disposición de los enlaces en varias capas planas o en redes espaciales tiene que ver con la dureza del material considerado.

Otro aspecto interesante es el de la **isomería**, es decir, aquellos fenómenos asociados con sustancias que tienen esencialmente los mismos componentes pero éstos admiten distintas disposiciones geométricas, lo que puede originar diferentes propiedades. Por ejemplo, dos núcleos con igual masa y número atómico pueden presentar distintas propiedades, a causa de una estructuración diferente de sus componentes.

De modo general destacaré que en la estructura poliedral intervienen decisivamente el tamaño de los átomos, el de los cationes y aniones y el tipo y capacidad de enlace que tengan los elementos que forman la sustancia a analizar. Además, a veces es interesante tener en cuenta que el tamaño y tipo de enlaces puede ser modificado por la temperatura, presión u otros factores que afecten al material considerado.

El uso de la tecnología en la búsqueda de herramientas que permiten develar la estructura poliedral de las sustancias ha tenido un avance vertiginoso; en la actualidad se dispone de diferentes tipos de rayos, aceleradores, microscopios electrónicos, reactores nucleares y otras técnicas de tipo físico o químico, para lograr tal fin.

Los fullerenos: una reciente rama de la química, especialmente rica en investigación y en la que el uso de técnicas poliedrales es muy amplio, es la de los fullerenos. Este campo se inició con el descubrimiento en 1985 de la molécula C_{60} , que fue bautizada con el nombre de buckminsterfullereno, y abreviadamente se le llama fullereno, en honor al arquitecto R. B. Fuller. Esta molécula consiste en 60 átomos de carbono unidos mediante doce pentágonos y veinte hexágonos. Su forma es la misma que la de un balón de fútbol y aproximadamente su tamaño es al del balón, como el de éste es al de la Tierra; en este caso la estructura poliedral es muy simple, en el sentido de que consta de un solo poliedro que es un icosaedro truncado.

Estas moléculas de C_{60} se condensan en una forma nueva de carbono sólido, una forma cristalina de carbono puro diferente de los ya conocidos diamante o grafito.

Aunque inicialmente el C_{60} sólo podía producirse en muy pequeñas cantidades, lo cuál restringía su uso para otros experimentos, W. Krätschen, L. Lamb, K. Fostiropoulos y D. Huffman, descubrieron en 1990 el modo de producirlo en mucha mayor cantidad, lo que abrió nuevas posibilidades para las investigaciones experimentales.



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

El descubrimiento del C_{60} , hecho por el cual sus descubridores recibieron el Premio Nobel de Química en 1996, ha sido el inicio de un periodo de gran actividad en la química de los llamados fullerenos (compuestos de moléculas de carbono formadas con diferente número de átomos que generan estructuras poliedrales con caras pentagonales, hexagonales o incluso heptagonales). Posteriormente también se han sintetizado otros muchos fullerenos: C_{70} , C_{76} , C_{78} , C_{82} , C_{84} y el más pequeño hasta ahora conocido el C_{20} . Muchos trabajos se centran en los fullerenos debido a que al añadirles ciertos átomos alcalinos se obtienen compuestos superconductores eléctricos.

Actualmente hay abierto un nuevo campo de investigación que permite el estudio de los posibles fullerenos a través de herramientas matemáticas tales como la teoría de grafos, poliedros, topología algebraica, teoría de grupos y geometría diferencial; en este sentido, existe una importante relación entre la clase de superficies orientadas y conexas regulares con caras pentagonales, hexagonales y heptagonales, módulo isomorfismos poliedrales, y los posibles compuestos de carbono puro del tipo anterior.

Estos descubrimientos cierran de nuevo el círculo en torno a Kepler, quien ya había hablado de los poliedros truncados, haciendo referencia a los sólidos Arquimedianos.

Entre los fullerenos el más estable es el carbono 60, (C_{60}) que tiene una superficie casi esférica con 12 pentágonos y 20 hexágonos unidos en su superficie y los átomos de carbón en los vértices.

La estructura del C_{60} se obtiene a partir del icosaedro por medio de truncamientos, dividiendo cada una de sus aristas en tres partes iguales, los cinco puntos que quedan marcados sobre las aristas que son más cercanos a un vértice forman un pentágono regular. Si cortamos el icosaedro por medio de los doce planos que contienen estos pentágonos obtenemos el icosaedro truncado, esta figura tiene $5 \times 12 = 60$ vértices, y sus caras son 12 pentágonos (los de los cortes) y 20 hexágonos (que se forman de cada una de las veinte caras del icosaedro al cortar).

El grupo de simetrías del icosaedro es A_5 , como los cortes que se hacen para obtener el icosaedro truncado son estables con respecto a este grupo (es decir, un corte va a parar en otro corte cuando se aplica una simetría en el icosaedro) entonces A_5 es el grupo de isometría del C_{60} .

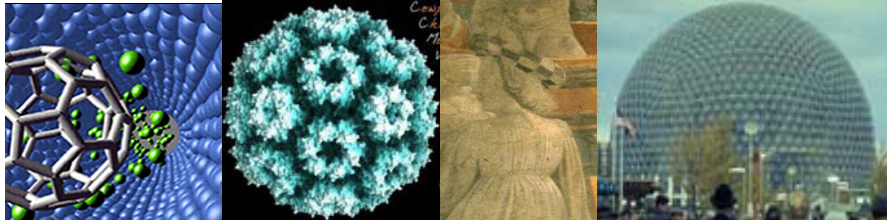
¡La teoría flaquea! lo que era conocido hasta ahora, es que en cualquier fullereno, los pentágonos se encuentran rodeados de otras figuras geométricas (hexágonos, triángulos o heptágonos), hasta hace algunos meses en que algunos de los investigadores calentaron una mezcla de carbono y otros ingredientes bajo condiciones especiales para hacer una combinación de fullerenos; después la enviaron a la Universidad de California en Davis, para que se realizara el trabajo de caracterización de sus estructuras.

Cuando se comenzó a "cartografiar" la estructura, se encontraron **dos pentágonos uno al lado del otro, formando la porción puntiaguda del huevo**. "Fue una sorpresa total".

Inicialmente, se pensó que los resultados eran un error, pero al mostrar los datos a Marilyn Olmstead, una experta en cristalografía por rayos X, ésta verificó el hallazgo, y quedó claro que los resultados eran reales.

No podría terminar esta exposición sin hacer una breve alusión al uso de las estructuras poliedrales en arquitectura y en virología e indicar que este campo es lo bastante extenso e interesante de estudiar, que definitivamente no vale la pena que sigamos engañando a nuestros aprendientes con el cuento de que "los únicos sólidos que existen son los sólidos platónicos"...

Martha Cecilia Mosquera Urrutia.



Metodología

Para desarrollar el tema propuesto haré una exposición utilizando video beam, la ilustración de la construcción de los sólidos platónicos la realizaré utilizando el software de geometría dinámica: CABRI GEOMETRE II PLUS, y para terminar le enseñaré a los presentes a construir dos módulos en origami, que les permitirán construir poliedros para futuras aplicaciones.

Recursos

Computador equipado con el software CABRI GEOMETRE II PLUS, Video beam, papel para origami nissan de 8cm X 8 cm (20 hojas por cada participante).

Bibliografía

ABAUD Aquilino y otros. Hacia La Química 2. Editorial Temis S.A. Bogotá- Colombia. 2000.

DURERO, Alberto, De la Medida, Madrid, Akal Ediciones. 1995.

EUCLIDES. The Thirteen books of the Elements. New York, Dover Publications, Inc., tres volúmenes traducido del texto de Heiberg, con introducción y comentarios por Thomas L. Heath.

Kepler, Johanes. El Secreto del Universo. Madrid, alianza Editorial, traducción al español de Eloy de Prada García. 1992.

Textos de la colección La Ciencia Para todos. Fondo de Cultura Económica. México, D.F.

BRAUN Eliezer. Arquitectura de sólidos y Líquidos. #26.

BRAUN Eliezer. Un Movimiento En zigzag. #13.

DE LA PEÑA José A. Álgebra En Todas Partes. # 166.

FUENTES Sergio y DIAZ Gabriela. Catalizadores. #59

GARCÍA COLIN S, Leopoldo. Y Sin Embargo Se Mueven... #36.

ONGAY Fausto. Mathema El Arte Del Conocimiento. #177.

DEVLIN Keith. El Lenguaje De Las Matemáticas Editorial Printer Latinoamericana. Bogotá 2003.

Sitios de interés en Internet:

<http://www.georgehart.com>

<http://www.math.utk>

<http://www.backlabs.wisc.edu>



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

<http://www.ill.fr>

<http://www.members.tripod.com>

<http://www.mpi-stuttgart.mpg.de>

<http://www.bfi.org>

<http://www.oviedo.es>

<http://www.unirioja.es>

<http://www.solociencia.com>
