Estudio de las Construcciones del Pentágono Equiángulo

Parte 1 - Construcciones Exactas

Introducción

Nos proponemos como objetivo en este trabajo realizar un estudio exhaustivo de las construcciones más conocidas del pentágono regular (o equiángulo) describiendo los diferentes métodos que irán compareciendo, e investigando en cada caso su exactitud y el orden del error cometido en aquellos que sean inexactos.

Esta investigación está especialmente indicada para profesionales de las matemáticas en general, y para profesores de General Básica y de Dibujo Técnico de Bachillerato, en particular.

Dada la extensión del trabajo, se le ha dividido en dos partes, presentando en esta primera (PARTE 1) el tratamiento de los modelos exactos, y dejando para la segunda (PARTE 2), los inexactos. A pesar de ello, en esta introducción —y para ofrecer al lector una visión global del texto— haremos una relación de todos los procedimientos investigados.

Nos basaremos al realizar las sucesivas demostraciones que comparecerán, en las relaciones:

$$d/l = \phi, \qquad l/r = (3 - \phi)^{1/2} \qquad \text{y} \qquad h/l = (4\phi^2 - 1)^{1/2}/2$$

donde d, r, h y l representan la diagonal, el radio, la altura y el lado de un pentágono regular arbitrario, y $\phi = (1 + \sqrt{5})/2$ el Número de Oro [3].

Recordemos brevemente cómo se obtiene en un **pentágono regular** las fórmulas anteriores.

José Ángel Dorta Díaz
Universidad de La Laguna (Tenerife)
Islas Canarias, España

Dicho **pentágono regular** es la Figura Áurea por excelencia. En él se verifica (Figura A) que su *lado* es la Porción Áurea (o "parte perfecta") de la diagonal, o lo que es lo mismo:

$$x/y = \frac{\text{diagonal}}{\text{lado}} = \phi$$

Justificación: Por aplicación del teorema del seno podemos escribir:

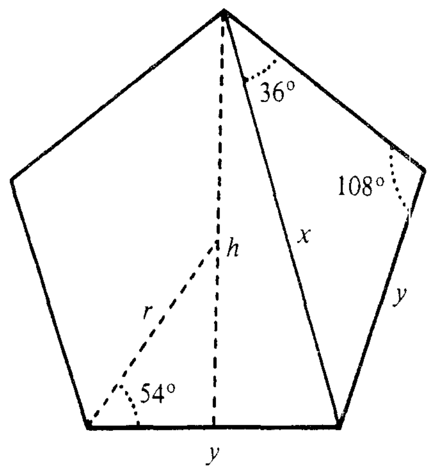

Figura A

$x/\text{sen } 108° = y/\text{sen } 36$. Por tanto, $x/y = \text{sen } 108° / \text{sen } 36° = \text{sen } 72° / \text{sen } 36° = 1.61803398 = \phi$. Por otra parte, como sen 72° se puede escribir 2 sen 36° cos 36°.

Obtenemos así otra definición para ϕ:

$$\phi = \text{sen } 72 / \text{sen } 36 = 2 \cos 36 = 2 \text{ sen } 54$$

Otro método para demostrar que la diagonal dividida por el lado, es ϕ, sería considerar la altura del pentágono [altura (h) = radio (r) + apotema (a)]

$$h = r + a = r + r \text{ sen } 54° \Rightarrow x = [(y/2)^2 + h^2]^{1/2}$$

y haciendo uso de la igualdad

$$\cos 54° = y/2r$$

se obtiene

$$x/y = (2.618033989...)^{1/2} = \phi.$$

Es importante hacer notar que en un pentágono regular se verifica que *el doble del apotema dividida por el radio, es* ϕ. Para demostrarlo basta escribir

$$(2a)/r = 2(r \text{ sen } 54°)/r = 2 \text{ sen } 54° = \phi$$

Otra relación fundamental es la siguiente: En un pentágono regular, la razón entre el radio y el lado es:

$$r/y = (4 - \phi^2)^{-1/2} = (4 - (\phi + 1))^{-1/2} = (3 - \phi)^{-1/2} = 0.85065808...$$

Por último, hay que indicar que la altura h de un pentágono, es 3/2 del lado, con un error aproximado de 7 centésimos del mismo. Este aserto se justifica desde el momento que h puede escribirse

$$h = (y/2)(4\phi^2 - 1)^{1/2} = (y/2)(3.077683537...) \approx (3/2)\,y.$$

Resumiendo: Existen 4 métodos —que nosotros sepamos— para demostrar que en un pentágono regular la razón entre diagonal y el lado, es ϕ.

1. Por aplicación del teorema del seno (como se vio anteriormente).

2. Haciendo uso de la altura, el radio y el apotema del pentágono (ídem).

3. Demostración de Aboûl-Wafâ.

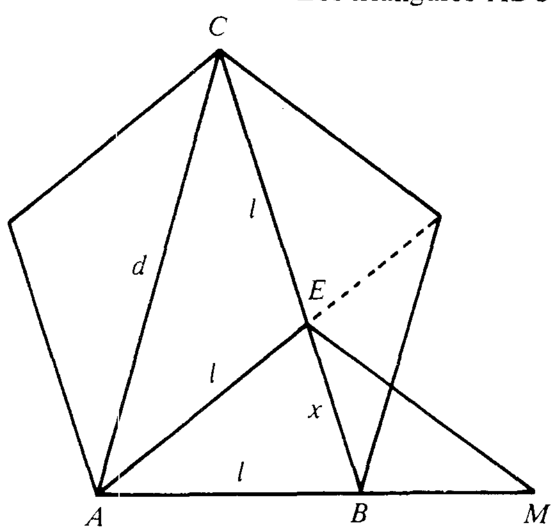

Figura B

Los triángulos ABC y ABE son semejantes (Figura B). Así:

$AC = AM = d$
$AB = AE = l$
$d/l = l/x \Rightarrow l^2 = xd$

Por otra parte,
$d - x = l \Rightarrow l^2 = (d - x)^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow l^2 + 4\,xd = (d + x)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow l^2 + 4l^2 = (d + x)^2 \Rightarrow d + x = l\sqrt{5}$. Si sumamos esta última expresión con la igualdad $d - x = l$ se llega fácilmente a $d/l = \phi$.

4. Los triángulos que aparecen rayados en la Figura C son semejantes por tener sus tres ángulos iguales. Por ello podemos escribir la proporción:

$$d/l = l/(d - l)$$

de donde se obtiene la ecuación

$$d^2 - ld - l^2 = 0$$

y de ahí, finalmente,

$$d/l = \phi$$

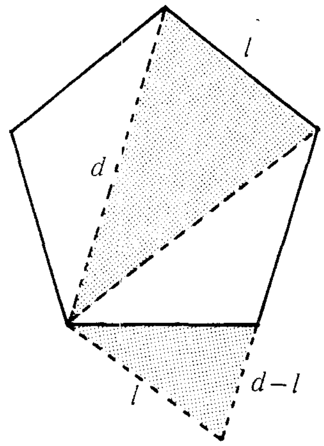

Figura C

Índice de Métodos

1. CONSTRUCCIONES EXACTAS

1.1 Sección Áurea
1.2 Contrucción de Aboûl-Wafâ
1.3 Inscripción de Ptolomeo
1.4 Lado del Cuadrado Inscrito
1.5 Inscripción de Aboûl-Wafâ
1.6 Inscripción de la Circunferencia Auxiliar
1.7 Teoría de Galois
1.8 Triángulo Rectángulo
1.9 Inscripción de los Tres Arcos
1.10 Altura

2. CONSTRUCCIONES INEXACTAS

2.1 Alberto Durero
2.2 Trapecio Bisósceles
2.3 Construcción de Leonardo da Vinci
2.4 Inscripción de Leonardo da Vinci
2.5 Sucesión
2.6 Inscripción del Angulo de 10 grados
2.7 Inscripción de la Segunda División
2.8 Doble Inscripción

1. Construcciones exactas del pentágono regular

1.1 MÉTODO DE LA SECCIÓN ÁUREA

Construir un pentágono de lado AB cuya longitud dada es l.

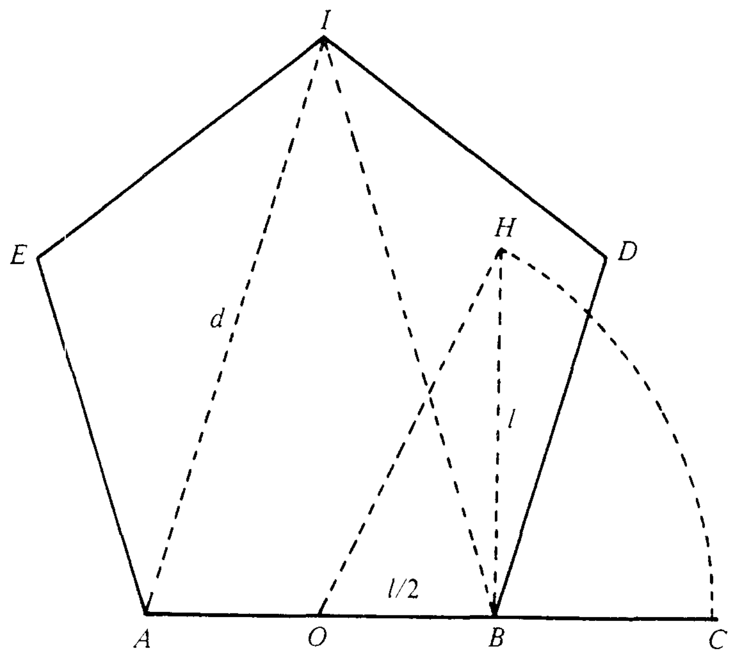

Figura 1

Descripción del método

Por el extremo B del lado $\overline{AB}$ se levanta un segmento de longitud l cuyo extremo denominamos H. Haciendo centro en O, punto medio de $\overline{AB}$, y con radio $\overline{OH}$, cortamos a la prolongación de $\overline{AB}$ en C. Entonces $\overline{AC}$ será la diagonal del pentágono regular buscando. Obviamente, la diagonal $d = \overline{AC}$ permitirá determinar los vértices I, E y D del mismo.

Demostración de la exactitud del método.

Como ya hemos señalado, para que un pentágono sea equiángulo debe cumplirse $d/l = \phi$. En la Figura 1 se observa que

$$\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{OC} = \overline{AO} + \overline{OH} = l/2 + [l^2 + (l/2)^2]^{1/2} = l/2 + (l/2)\sqrt{5}$$

Así que $d/l = (1 + \sqrt{5})/2 = \phi$

1.2 CONSTRUCCIÓN DEL ABOÛL-WAFÂ (basada en la sección áurea)

Construir un pentágono de lado AB cuya longitud dada es l.

Sabiendo que $d/l = \phi$, como l es conocida, si pudiéramos establecer d estaría determinado el pentágono.

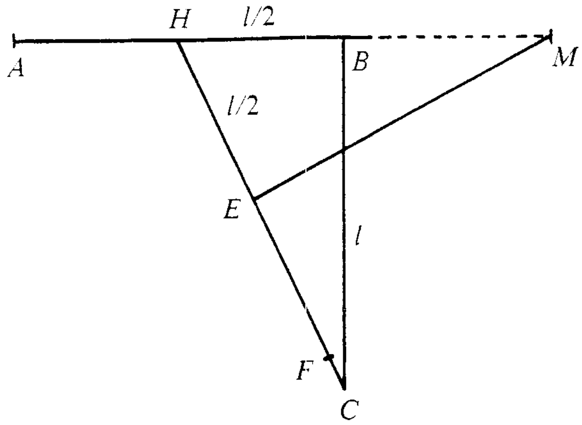

Figura 2

Descripción del método

Como se observa en la Figura 2, por el extremo B de $\overline{AB}$ se traza un segmento perpendicular, $\overline{BC}$, de longitud l, a $\overline{AB}$. Por el punto medio de $\overline{HF} = l$, E, se traza una perpendicular a $\overline{HC}$ que corta a la prolongación de $\overline{AB}$ en M. Entonces $\overline{AM}$ es la diagonal del pentágono regular buscado. No resulta difícil ahora determinar el resto de los vértices del pentágono.

Demostración de la exactitud

En la figura se observa que los triángulos rectángulos $\overline{HBC}$ y $\overline{HEM}$ son semejantes desde el momento que tienen los tres ángulos iguales, y además son congruentes (se pueden superponer) puesto que el cateto menor de ambos triángulos es $l/2$; por tanto, podemos afirmar que $\overline{HM} \equiv \overline{HC}$.

$$\overline{AM} = \overline{AH} + \overline{HM} = \overline{AH} + \overline{HC} = l/2 + [l^2 + (l/2)^2]^{1/2} = l/2 + (l/2)\sqrt{5}$$

Por lo que $\overline{AM}/l = (1 + \sqrt{5})/2 = \phi \Rightarrow \overline{AM} = d$

Hemos demostrado que $\overline{AM}$ es la diagonal del pentágono que tiene por lado $\overline{AB} \equiv l$ y, en consecuencia, esta construcción es exacta.

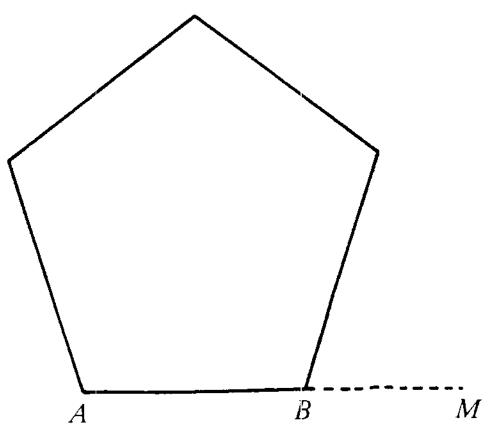

Figura 3

1.2 MÉTODO DE INSCRIPCIÓN DE PTOLOMEO

Inscribir un pentágono en una circunferencia de radio r dado.

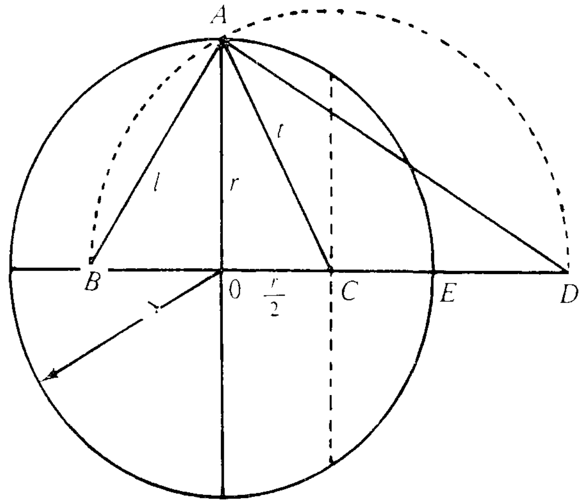

Figura 4

Descripción del método

Haciendo centro en C, punto medio de $\overline{OE}$, Figura 4, y con radio $\overline{CA} \equiv t$ se determina el punto B. Así. $\overline{AB}$ será el lado l del pentágono inscrito, y $\overline{AD}$ la diagonal d del mismo.

Demostración de la exactitud del método

En un pentágono regular se verifica que la razón entre el lado y el radio es $\sqrt{3 - \phi}$ (véase la Introducción). Demostremos que en este caso tal cosa se cumple: En efecto

$$t = r\sqrt{5}/2 \Rightarrow \overline{OB} = t - \mathrm{r}/2 = r(\sqrt{5} - 1)/2$$

De modo que $l = (r/2)\sqrt{10 - 2\sqrt{5}} \Rightarrow l/r = \sqrt{3 - \phi}$,

lo que prueba la exactitud del proceso. Además $\overline{AD}$ tiene una longitud igual a la de la diagonal d del pentágono que hemos determinado. Veámoslo:

$$\frac{d}{l} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{r^2 + (r(\sqrt{5} + 1)/2)^2}}{\sqrt{r^2 + (r(\sqrt{5} - 1)/2)^2}} = \sqrt{(5 + \sqrt{5})/(5 - \sqrt{5})} =$$

$$= (5 + \sqrt{5})/\sqrt{20} = (1 + \sqrt{5})/2 = \phi.$$

Para esta última demostración se han tenido en cuenta las igualdades:

$$\overline{OB} = t - \mathrm{r}/2 = r(\sqrt{5} - 1)/2$$

$$\overline{OD} = t + r/2 = r(\sqrt{5} + 1)/2$$

1.4 MÉTODO DEL LADO DEL CUADRADO INSCRITO

Inscribir un pentágono en una circunferencia, utilizando para ello el lado de un cuadrado inscrito en la misma.

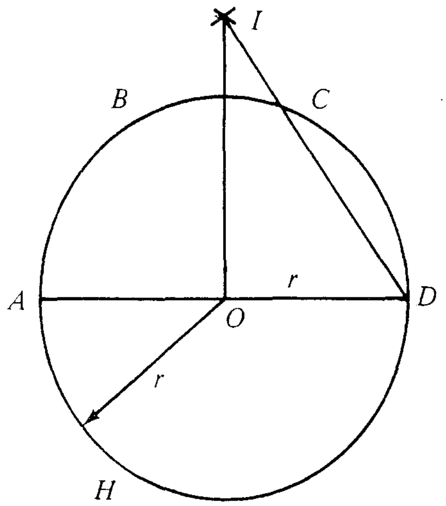

Figura 5

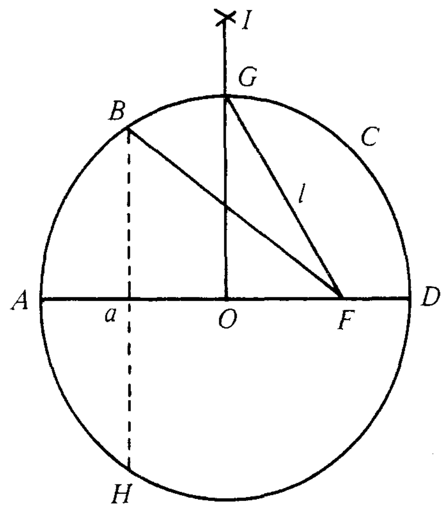

Figura 6

Descripción del método:

En primer lugar proporcionemos un procedimiento para obtener el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia, sin necesidad de dibujar esta figura. Para ello tomemos la circunferencia de radio r de la Figura, 5 y haciendo centro en los extremos del diámetro $\overline{AD}$, y con radio r, señalemos los puntos B, C y H. A continuación haciendo centro en A y D, con radio $\overline{AC}$ (lado del triángulo equilátero inscrito), se determina I. Entonces $\overline{OI}$ será el lado del cuadrado inscrito.

Demostración: $\overline{OI} = \sqrt{\overline{ID}^2 - r^2} = \sqrt{(r\sqrt{3})^2 - r^2} = r\sqrt{2}$.

(Recuérdese que $r\sqrt{2}$ es el lado del cuadrado inscrito en una circunferencia de radio dado r y que $r\sqrt{3} = \overline{ID} = \overline{AC}$ es el lado el triángulo equilátero inscrito).

Describamos pues el método: En la Figura 6 hagamos centro en B y H con radio $\overline{OI}$ (lado del cuadrado inscrito); de esta manera encontramos F. Así que $\overline{GF}$ será el lado l del pentágono inscrito.

Demostración de la exactitud del método.

$\overline{BF} = r\sqrt{2}$ (lado del cuadrado inscrito)

$\overline{BJ} = r\sqrt{3}/2$ (mitad del lado del triángulo equilátero inscrito)

$$\overline{JF} = \sqrt{\overline{BF}^2 - \overline{BJ}^2} = r\sqrt{5}/2$$

$$\overline{OF} = \overline{JF} - \overline{JO} = (\sqrt{5} - 1)r/2 \Rightarrow \overline{FG} = \sqrt{r^2 - \overline{OF}^2} = \frac{r}{2}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \overline{FG}/r = \sqrt{3 - \varphi} \Rightarrow \overline{FG} = l.$$

1.5 Método de inscripción de Aboûl-Wafâ

Inscribir un pentágono en una circunferencia dada de radio ***r***.

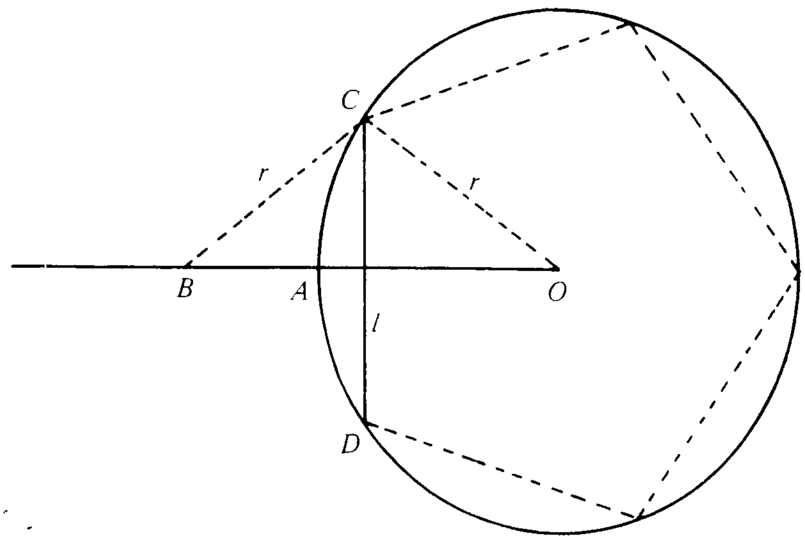

Figura 7

Descripción del método.

Dada la circunferencia de la Figura 7 se traza la semirrecta s de origen O. Por cualquiera de los procedimientos conocidos (véase el Apéndice IV.3) se encuentra el punto B de manera que $\overline{OB}/\overline{OA} = \phi$; es decir, que el radio $\overline{OA}$ sea la porción áurea de $\overline{OB}$. Haciendo centro en B y con radio r cortamos a la circunferencia en C y D. La cuerda $\overline{CD}$ es el lado del pentágono inscrito.

Demostración de la exactitud:

$$\frac{r}{\overline{CD}} = \frac{r}{l} = \frac{r}{2\sqrt{r^2 - (\overline{OB}/2)^2}} = \frac{r}{2\sqrt{r^2 - (r\phi/2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{3 - \phi}} \quad \text{Q.E.D.}$$

1.6 Método de inscripción de la circunferencia auxiliar

Inscribir un pentágono en una circunferencia dada de radio ***r***.

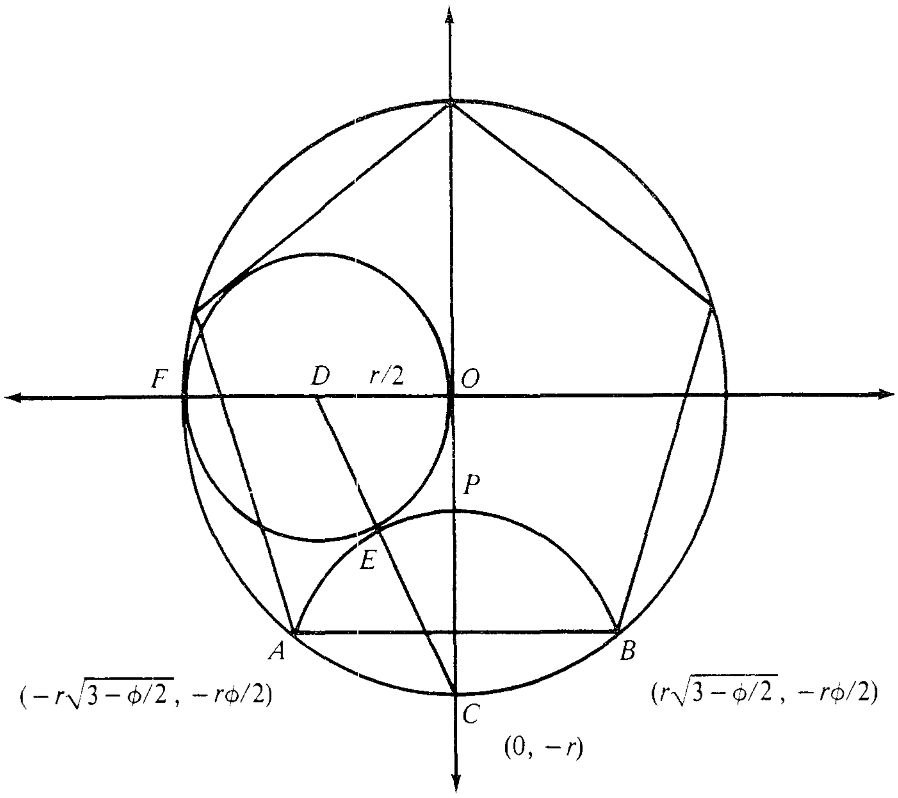

Figura 8

Descripción del método

Dada la circunferencia de centro O y radio r (Figura 8) se traza la circunferencia auxiliar de centro D punto medio de $\overline{OF}$, y radio $r/2$. Haciendo centro en C y con radio CE (E es el punto de corte del segmento $\overline{CD}$ con la circunferencia auxiliar), encontramos los puntos A y B. El segmento $\overline{AB}$ es el lado l del pentágono inscrito buscado.

Demostración de la exactitud del método

Para esta demostración haremos uso de la Geometría Analítica. Como se observa en la figura anterior, la circunferencia dada la hemos centrado en el origen O de un sistema de ejes cartesianos. No es difícil demostrar que $\overline{CE}$ es igual a $r(\sqrt{5} - 1)/2$.

La circunferencia inicial (centro O, radio r) tiene como ecuación

$$x^2 + y^2 = r^2$$

La circunferencia de centro C y radio $\overline{CE}$ tiene como ecuación

$$x^2 + (y + r)^2 = r^2 = r^2(\sqrt{5} - 1)^2/4$$

La intersección de estas circunferencias dará las coordenadas de los puntos A y B. Operando se llega fácilmente a que

$$y = -r(1 + \sqrt{5})/4 = -r\phi/2 \Rightarrow x = \pm r\sqrt{3 - \phi}/2,$$

expresiones que aparecen reflejadas en la Figura 8. Ahora podemos hallar la distancia entre los puntos A y B que será precisamente la longitud del lado l de nuestro pentágono. Después de unas operaciones simples se llega a que esa distancia es

$$d(A,B) = \sqrt{r^2(3 - \phi)}$$

de donde se obtiene que

$$l/r = \sqrt{3 - \phi} \qquad \text{Q.E.D.}$$

1.7 MÉTODO DE LA TEORÍA DE GALOIS (Método de inscripción)

Dividir una circunferencia de radio ***r*** en cinco partes iguales.

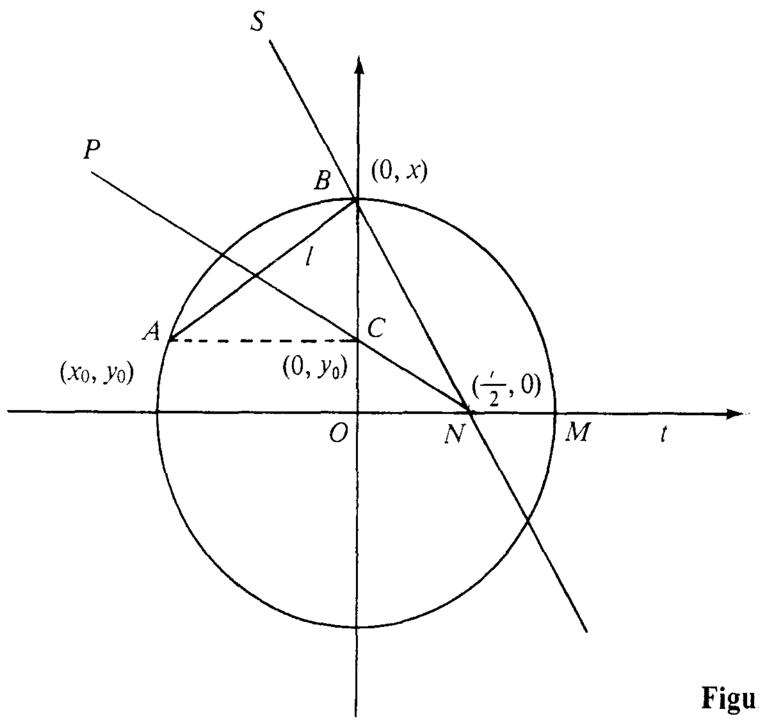

Figura 9

Descripción del método

Como puede verse en la Figura 9, por el punto medio de $\overline{OM}$, o sea N, se traza la recta s que pase por B. La bisectriz p de las rectas s y t (t es la recta $y = 0$, o eje de abscisas) corta al eje de ordenadas ($x = 0$) en el punto $C(0, y_0)$. La paralela a t

que pasa por C corta a la circunferencia de radio r en A. Entonces $\overline{AB}$ es el lado l del pentágono inscrito.

Demostración de la exactitud del método

La recta s tiene como ecuación

$$2x + y - r = 0$$

Por otra parte, como p es la bisectriz de s y t, el punto $C(0, y_0)$ dista de t lo mismo que de s; entonces se tiene:

$$y_0 = \text{distancia de } C \text{ a } s = \frac{0(2) + y_0 - r}{\pm\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{y_0 - r}{\pm\sqrt{5}},$$

Así que podremos escribir:

$$\pm\sqrt{5}y_0 = y_0 - r \Rightarrow y_0 = \frac{r}{\sqrt{5} + 1}$$

(Se ha elegido el signo $-$ de la raíz puesto que obviamente $y_0 > 0$).

Las coordenadas del punto A se obtienen cortando a la recta

$$y = \frac{r}{\sqrt{5} + 1}$$

con la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$. Sustituyendo el valor anterior de y en la ecuación de la circunferencia, se llega a que las abscisas de A pueden ser:

$$x = \pm r\sqrt{(5 + 2\sqrt{5})/(6 + 2\sqrt{5})} = \pm r\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} / 4,$$

de donde sus coordenadas resultan:

$$\left(-\frac{r}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}, \frac{r}{\sqrt{5} + 1}\right) \equiv A$$

Finalmente hallemos la distancia entre A y B:

$$d(A,B) = \sqrt{\left[\frac{r}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\right]^2 + \left[\frac{r}{1+\sqrt{5}} - r\right]^2} = r\sqrt{\frac{10+2\sqrt{5}}{16} + \frac{5}{6+2\sqrt{5}}}$$

$$\Rightarrow l/r = \sqrt{(5 - \sqrt{5})/2} = \sqrt{3 - [(1 + \sqrt{5})/2]} = \sqrt{3 - \phi},$$

con lo que queda demostrada la exactitud del método de la Teoría de Galois.

1.8 MÉTODO DEL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Construir un pentágono dado su lado l.

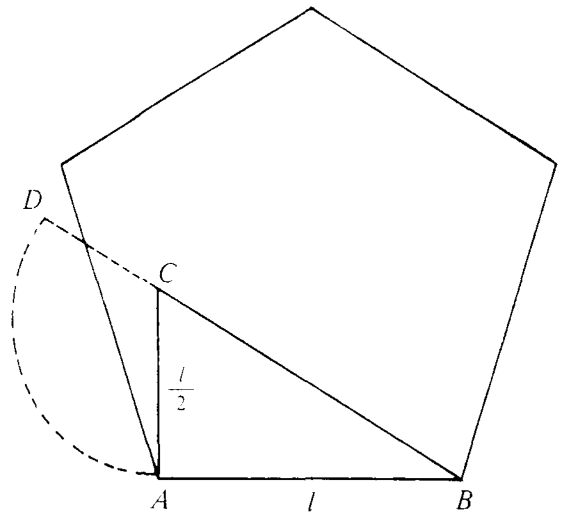

Figura 10

Descripción del método

Como puede observarse en la Figura 10, se construye un triángulo rectángulo donde el cateto mayor es $\overline{AB} = l$ (lado, que nos ha sido dado, del futuro pentágono) y el cateto menor es $\overline{AC} = l/2$. A continuación se prolonga la hipotenusa $\overline{CB}$ una cantidad igual a $\overline{AC} = l/2$, de manera que obtengamos el punto D. Así que $\overline{BD}$ será la diagonal del pentágono (incógnita) y, por tanto, quedan determinados los restantes vértices del mismo.

Demostración de la exactitud del método

Es fácil establecer que

$$\overline{DB} = \frac{l}{2}(\sqrt{5} + 1)$$

de donde se deduce que $\overline{BD}/l = \phi$, lo cual implica que $\overline{DB}$ es la diagonal d del pentágono; la exactitud es, por tanto, evidente. Nótese que lo que se ha aplicado para esta construcción es la "definición constructiva" de la *división de un segmento en media y extrema razón* [3].

Este método es **exacto, cómodo** y **elegante,** por su *sencillez.*

1.9 MÉTODO DE INSCRIPCIÓN DE LOS TRES ARCOS

Inscribir un pentágono en una circunferencia de radio **r.**

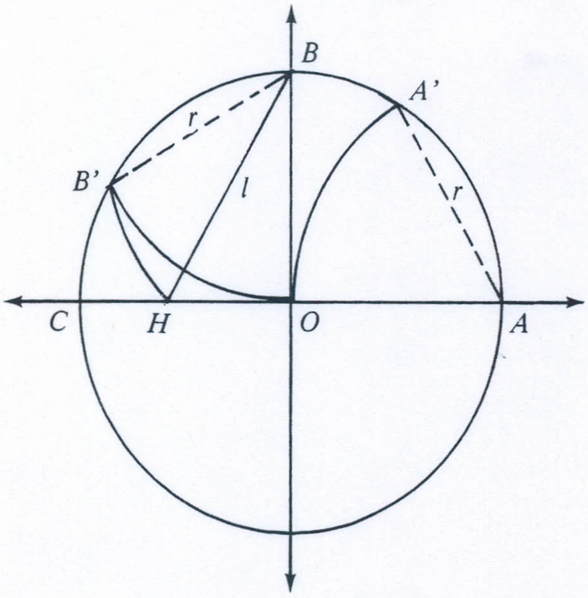

Figura 11

Descripción del método

Se trazan (Figura 11) los diámetros perpendiculares $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$. Desde A, y con radio r, se traza el arco $\overline{OA'}$, y desde B, el arco $\overline{OB'}$. Con centro en A' y con radio $\overline{A'B'}$ se traza el arco $\overline{B'H'}$. El segmento $\overline{BH}$ será el lado l del pentágono.

Demostración de la exactitud

Centrada la circunferencia en el origen de un sistema de referencia, las coordenadas de A, A', B y B', en función de r, se expresan respectivamente como

$$(r, 0)\,,\ (r/2, r\sqrt{3}/2)\,,\ (0, r)\,,\ (-r\sqrt{3}/2, r/2)$$

La distancia entre los puntos A' y B' resulta

$$d(A', B') = (r/2)\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2} = r\sqrt{2}$$

de donde, si llamamos a las coordenadas de H, $(x, 0)$ es fácil determinar x observando que $d(A', B') = d(A', H) = r\sqrt{2}$, y por ello podemos escribir:

$$r\sqrt{2} = \sqrt{(r/2 - x)^2 + (r\sqrt{3}/2)^2}.$$

Operando se obtiene la ecuación

$$x^2 - rx - r^2 = 0,$$

y por ello encontramos para x los siguientes valores:

$$x = r\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Ahora podemos afirmar que las coordenadas de H se representan por

$$\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}r, 0\right),$$

y entonces

$$d(H, B) \equiv l = \sqrt{[(1-\sqrt{5})r/2]^2 + r^2} = r\sqrt{(5-\sqrt{5})/2} \Rightarrow$$

$$r/l = (3-\phi)^{-1/2} = 0.850650808\ldots \quad \text{Q.E.D.}$$

1.10 MÉTODO DE LA ALTURA

*Construir un pentágono dada su altura **h**.*

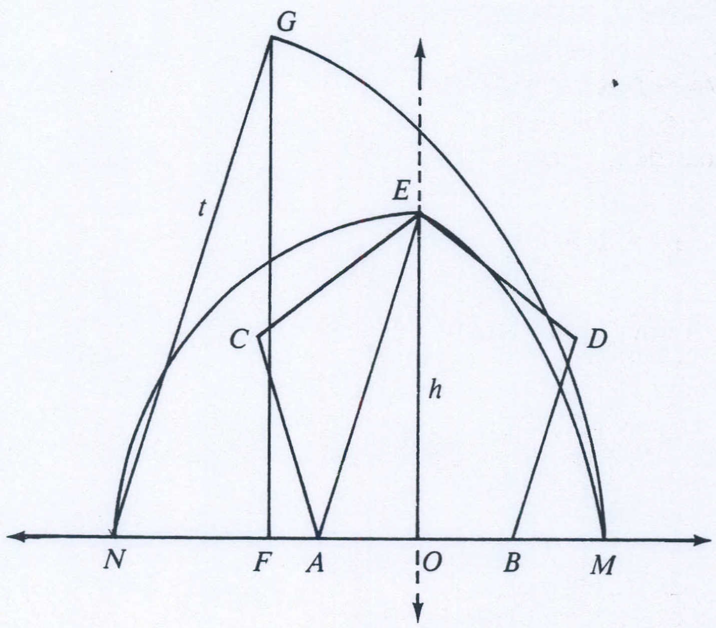

Figura 12

Descripción del método (Figura 12)

Sobre una recta arbitraria s se levanta la altura $h \equiv \overline{OE}$ y se determina $N \in s$, tal que $\overline{ON} \equiv \overline{OE} \equiv h$. Haciendo centro en F (punto medio de $\overline{ON}$) se traza el arco $\overline{EM}$, y con centro en N y radio $\overline{NM}$, se traza un arco que intercepte a la perpendicular a s, —por F—, en G. La paralela a la recta t, que une los puntos G y N, pasando por E, corta a s en A. Entonces $\overline{OA}$ es la mitad del lado del pentágono, con lo que los vértices del mismo B, C y D quedan definidos.

Demostración de la exactitud

Centramos el punto O en el origen de un sistema de referencia ortogonal y tal que la recta s coincida con el eje de abscisas. Hecho esto se tiene:

Las coordenadas de E son $(0,\ h)$

Las coordenadas de F son $(-h/2,\ 0)$

Las coordenadas de N son $(-h,\ 0)$

Las coordenadas de M son $((\sqrt{5}-1)h/2,\ 0)$

Las coordenadas de G son $(-h/2,\ k)$; k por determinar.

Para encontrar k se procede como sigue:

$$d(N, G) = d(N, M) = d(N, O) + d(O, M) = h + (\sqrt{5}-1)h/2 = (\sqrt{5}+1)h/2,$$

Luego podemos escribir:

$$d(N, G) = (\sqrt{5}+1)h/2 = \sqrt{(-h+h/2)^2 + k^2} \Rightarrow k = h/2\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 - 1},$$

de donde las coordenadas de G toman la forma

$$\left(-h/2,\ h/2\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 - 1}\right)$$

Ahora podemos decir que la ecuación de la recta que pasa por los puntos N y G toma la forma

$$\frac{y-k}{-k} = \frac{x+h/2}{-h/2},$$

o lo que es lo mismo:

$$y = \left(\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 - 1}\right)x + h/2 \cdot \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 - 1},$$

y por ello la ecuación que nos interesa, la que pasa por E y es paralela a la anterior, se representa:

$$y = \left(\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 - 1}\right)x + h.$$

El punto de corte de esta recta con el eje $y = 0$, proporcionará la abscisa del punto A, vértice del pentágono. Es decir:

$$x = -h/\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 - 1},$$

con lo que el lado $\overline{AB}$ es

$$l = 2h/\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2 - 1},$$

llegándose a la relación

$$h/l = \sqrt{4\phi^2 - 1} / 2 ,$$

que nos permite afirmar que esta construcción es exacta (véase la Introducción).

EPÍLOGO

Como se indicó en la *Introducción,* a este artículo seguirá el de la PARTE 2.

ESTUDIO DE LAS CONSTRUCCIONES DEL PENTÁGONO EQUIÁNGULO

Parte 2 - Construcciones Inexactas

Aquí se tratará el caso de los modelos no exactos. Conviene destacar, entre otras cosas, la elegancia de las construcciones de Leonardo da Vinci y de Alberto Durero, las cuales, aun siendo inexactas (con errores despreciables) reflejan —una vez más— el genio de quienes las concibieron. Exponemos, además, una modesta aportación personal que hemos denominado **Método de la sucesión,** en el que conjugamos aspectos geométricos y de análisis matemático.

Bibliografía

[1] **Boyer, Carl.** *Historia de las Matemáticas.* Alianza Editorial, Madrid.

[2] **Fourrey, E,** *Constructions geometriques.* París, 1924.

[3] **Ghyka, Matila C.** *El número de Oro, I y II.* Poseidón, Barcelona, 1984.

[4] **Harold R. Jacobs,** *Mathematics, A human endeavor.* W. H. Freeman & Co. Nueva York, NY.

[5] **Plasencia, I. y Dorta, J. A.** Algunas consideraciones sobre la sección áurea. *Revista de la Escuela Universitaria de Formación del Profesorado de E. G. B. de Melilla.* Universidad de Granada (España). Junio de 1989.