Problemas de Proporcionalidad Resueltos por Campesinos Chilenos

1. Introducción

Este artículo —relativo a la proporcionalidad— forma parte de un trabajo anterior (Soto, 1992), en el cual se planteaba la interrogante sobre las estrategias y procedimientos de resolución de problemas y de operaciones utilizadas por algunos campesinos de Chile.

Al revisar, aun de manera rápida y somera, algunos problemas o situaciones matemáticas —relacionadas generalmente con las matemáticas elementales—, que encontramos a diario en la vida profesional, familiar, política o social, podemos constatar que el concepto de proporcionalidad desempeña un rol fundamental, "sus aplicaciones son innumerables y están presentes en todos los sectores de la actividad humana" (Dupuis y Pluvinage, 1981, p. 167).

En la escuela, la enseñanza de este concepto ha cambiado varias veces, pasando de la "regla de tres" de las "matemáticas tradicionales", a las funciones lineales de las "matemáticas modernas", y luego a los cuadros de proporcionalidad de las "matemáticas concretas" (op. cit., p. 167). Estos son los antecedentes, "en cierto modo implícitos, que se pueden desprender de los programas escolares franceses y de los manuales escolares. Una rápida consulta muestra, además, que el movimiento podría haber sido similar en numerosos otros países" (op. cit., p.

Isabel Soto Cornejo
Centro de Investigación y Desarrollo de la Educación
(CIDE)
Chile

Nicolás Rouche
Instituto de Matemáticas
Universidad Católica de Lovaina, Bélgica

167). Por lo demás, no es seguro que el aprendizaje del concepto de proporcionalidad y el de sus aplicaciones, tal como se practica generalmente, sea eficaz en la población escolar.

Nuestro propósito es mostrar y analizar, en lo que respecta a esta noción, lo que hemos encontrado fuera de la escuela, con la esperanza de identificar algunas pistas que permitan comprender mejor nuestros problemas en cuanto docentes y los de nuestros alumnos.

En efecto, como se verá a lo largo de este artículo, se pudo constatar un muy buen dominio de la proporcionalidad entre los campesinos, así como también la utilización de procedimientos de resolución de problemas bastante alejados de los que habitualmente se utilizan en la escuela.

Este estudio está basado en el trabajo realizado con 18 campesinos, —hombres y mujeres— poco escolarizados o analfabetos, que pertenecen a dos comunidades, una ubicada 90 km al oeste de Santiago (Melipilla), y otra a 850 km al sur (Cunco Mocún, cerca de la ciudad de Osorno). En términos generales —edad, escolaridad, dimensión de sus propiedades agrícolas—, ambos grupos campesinos presentan muchos rasgos semejantes. Sin embargo, el grupo de Melipilla lo constituyen campesinos que trabajan para comercializar sus productos en grandes cantidades (venta de trigo al molino, por ejemplo), mientras que los de Cunco Mocún producen lo justo y necesario para el consumo familiar y si algo venden, es en el modesto mercado de la ciudad más cercana. Esto explica por qué las cantidades que aparecen en las operaciones aritméticas son mucho menores entre los campesinos de Cunco. No obstante, los tipos de situaciones problemas que proponen y resuelven son similares.

Se trata, entonces, de un estudio de casos en el cual se pidió a campesinos poco escolarizados o analfabetos describir, relatar sus actividades reales y, en este contexto, se registraron las situaciones matemática y sus formas de resolverlas.

Para analizar los problemas de proporcionalidad, consideramos las situaciones propuestas y resueltas por cuatro personas:

- **Manuel,** 59 años, sin escolaridad, analfabeto;
- **Luis,** 53 años, estudios hasta 2o. año de enseñanza primaria, lee y escribe;
- **Joel,** 56 años, estudios hasta 6o. año de enseñanza primaria, lee y escribe con dificultad, y
- **Nelson,** 49 años, estudios hasta 4o. año de enseñanza primaria, lee y escribe con dificultad.

Ante la compleja tarea de interpretar la enmarañada masa de datos grabados y de discernir las líneas de pensamientos esenciales, realizamos —en primer lugar— un análisis en profundidad de uno de los cuatro casos, con el propósito de generar un modelo que permitiese analizar los otros. Es así como trabajamos en un primer momento sobre el conjunto de situaciones resueltas por **Manuel,** lo que permitió, por una parte, establecer una metodología general de análisis y, por otra, caracterizar las primeras situaciones encontradas.

En el análisis de cada situación recorrimos las etapas siguientes:

- transcripción del problema, tal cual fue enunciado por el sujeto, con los datos explicitados por él. Se le agregaron los datos implícitos (como, por ejemplo, que un saco corresponde a 80 kilos);
- transcripción del procedimiento oral, respetando su cronología y la orientación de las operaciones, es decir, sin alterar el orden en que dichas operaciones fueron ejecutadas y la secuencia en cada una de ellas (si la persona dijo e hizo, por ejemplo, 5 veces 10, no registramos 10 veces 5). Esta distinción nos permitió destacar con precisión —como se verá más adelante— la utilización de las razones internas[1] o de las razones externas;
- cada procedimiento fue transformado en un esquema donde se indican las eventuales descomposiciones del problema en subproblemas, los resultados intermedios, la direccionalidad del procedimiento y el resultado final;
- con posterioridad a las observaciones de cada situación en particular, ésas fueron puestas en relación con fin de establecer tanto los puntos comunes como las diferencias o las particularidades relativas a los procedimientos, a los operadores, a las descomposiciones del problema, y las relaciones establecidas y utilizadas;
- por último, después de proceder de manera similar para cada sujeto, se efectuó un análisis global de los cuatro casos y de todas las situaciones.

2. Cuatro tipos de situaciones de proporcionalidad

Fueron consideradas 58 situaciones-problemas de proporcionalidad, que a su vez se reagruparon en cuatro tipos:

S_1: Problemas sobre cambios de unidades.

Ejemplo de este caso:

- *calcular el peso en kilos de 50 quintales, sabiendo implícitamente que un quintal equivale a 100 kilos.*

[1] Para el desarrollo de estos conceptos, véase Rouche, 1992.

S_2: **Problemas simples sobre magnitudes de dos tipos.**

Son situaciones en las que hay que calcular —partiendo del valor de una unidad o de una cantidad diferente de la unidad— el precio de cierta cantidad de un producto, o bien el rendimiento de una superficie de terreno dada, etc. Por problema simple entenderemos uno cuyo enunciado no contiene subproblemas. Por ejemplo:

calcular el costo de 3 sacos de abono, sabiendo que un saco cuesta $6.764.

S_3: **Problemas compuestos sobre magnitudes de dos o tres tipos.**

Se trata de problemas variados de cálculo de precios, rendimiento de la producción, pago de mano de obra, etc. Al referirnos a un problema compuesto, entenderemos que se trata de un problema cuyo enunciado contiene implícita o explícitamente un subproblema. Por ejemplo:

calcular el costo de la cosecha de 1½ hectáreas de maíz, siendo que por 1 hectárea se pagan 2½ quintales, y que el precio de 1 quintal es de $4 500.

S_4: **Problemas de cálculo de porcentajes.**

Se trata de evaluar ya sea directamente cierto porcentaje de un número (15% de $624, por ejemplo), o de calcular el precio final, dados el precio bruto del producto y el porcentaje que hay que agregar a éste (por ejemplo, cálculo de un precio con IVA[2] incluido, basándose en el precio sin IVA).

3. Exposición detallada de los análisis

En aras de la concisión, expondremos más abajo sólo tres situaciones-problemas por tipo. Otras pueden encontrarse en el trabajo mencionado antes [Soto, 1992].

3.1. Situaciones de cambio de unidad (S_1)

Primera constatación. Se observan dos formas de proceder: una, **sin descomposición del problema,** y otra en que **los sujetos descomponen el problema en subproblemas.**

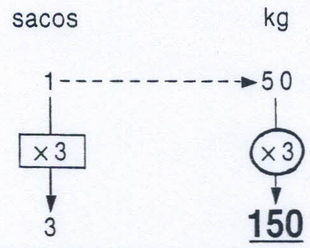
Ejemplo sin descomposición del problema:

Manuel

Problema: calcular el peso en kilos de 3 sacos, sabiendo implícitamente que 1 saco tiene 50 kilos.

[2] IVA: Impuesto al Valor Agregado.

Esquema del procedimiento:[3]



Manuel establece una **razón interna** (entre los sacos), luego aplica esta razón como operador sobre los kilos. Se puede observar, entonces, **la conservación de las razones internas** al pasar de una unidad a otra.

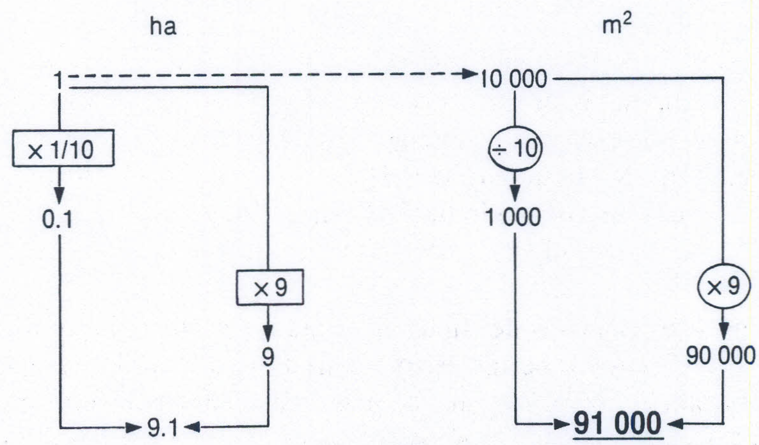
Cabe destacar que en este caso Manuel no se ciñe al procedimiento habitual de cambio de unidades, que utiliza la razón externa (la nueva unidad es 50 veces más pequeña, y por consiguiente el nuevo peso se expresa con un número 50 veces mayor). En términos de operaciones, él dice "3 veces 50" y no "50 veces 3".

Ejemplo con descomposición del problema:

Luis

Problema: calcular el equivalente, en metros cuadrados, de 9.1 hectáreas, sabiendo implícitamente que 1 ha corresponde a 10 000 m^2

Esquema del procedimiento:



3 ----► : relación entre los datos
——► : dirección del procedimiento
: razón establecida
: operador
: adición

Observemos las **razones** que se pueden establecer entre los datos una: **entera** (la razón externa entre hectárea y metro cuadrado: 10 000), y la otra **no entera** (la razón interna entre las áreas: 9 y un décimo). Luis pasa o transita por las razones internas y sortea la dificultad de la razón no entera —9 y un décimo— descomponiendo el problema.

El **procedimiento** utilizado puede caracterizarse como sigue:

— Se descompone el número al que es necesario encontrarle un equivalente en la segunda unidad (en nuestro caso 9.1) y, de este modo, se establecen razones internas simples; en seguida se vuelve a componer el dato. Esto sucede en la columna de la primera unidad (las hectáreas).

— Luego se utiliza la misma descomposición en la columna de la otra unidad (los metros cuadrados) y se aplican allí los mismos operadores, componiendo así la respuesta final del problema.

Se puede percibir nítidamente el isomorfismo entre ambas columnas.

En su primer cálculo (de un décimo de hectárea), Luis utiliza una razón no entera, pero que es un submúltiplo de 10. Efectivamente, la división por diez y sus múltiplos, del mismo modo que la multiplicación, no le ofrecen ninguna dificultad. El paso siguiente consiste en calcular las 9 ha restantes; ello se efectúa utilizando la razón entera 9. Cabe señalar que Luis utiliza en los subproblemas el divisor 10 y el multiplicador 9, lo que —evidentemente— es mucho más simple para él que aplicar directamente un operador como 9.1.

Por otra parte, aunque bien pudo efectuar el cálculo transitando por la razón externa (10 000), esto habría, quizás, afectado el **sentido** del problema. Plantearse una proposición tal como "si tengo 1 hectárea, tengo 10 000 metros cuadrados, entonces para 9.1 hectáreas, tengo 10 000 veces...", constituye un problema. ¿Qué se obtiene? ¿Metros cuadrados? ¿Cómo debo proceder para obtener metros cuadrados al agrandar 10 000 veces 9.1 hectáreas?

Pero un razonamiento del tipo "si tengo 1 hectárea, tengo 10 000 metros cuadrados, y si tengo 2 hectáreas (o 9.1 hectáreas) tendré 2 (o 9.1) veces más metros cuadrados", parece ser mucho más cercano de lo que podemos imaginar, o incluso ver naturalmente, en el comportamiento de estos fenómenos.

De los diez problemas de cambio de unidad analizados (Soto, 1992), ocho fueron resueltos utilizando únicamente razones internas. Los otros dos —solucionados por Manuel en casos cuya razón externa valía 100— fueron resueltos pasando por la razón externa.

De este modo, con mayor frecuencia las razones internas se utilizan espontáneamente, incluso cuando la razón propuesta en los datos no es entera. El sentido, la realidad del problema, determina el procedimiento, aunque la razón considerada sea difícil. Las dificultades operatorias son esquivadas, entonces, haciendo rodeos con variados procedimientos de descomposición en subproblemas.

3.2. Problemas simples sobre magnitudes de dos índoles diferentes (S_2)

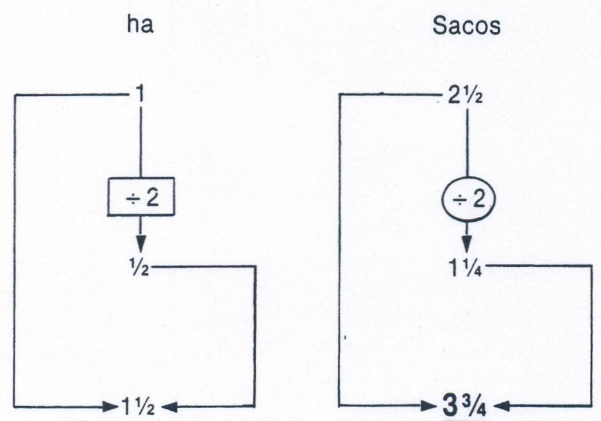
Las situaciones-problemas del tipo S_2 (24 situaciones en total) propuestas y resueltas por los cuatro individuos presentan, como en el caso S_1, dos tipos de procedimientos uno en que el sujeto no descompone el problema en subproblemas, y otro en que sí lo descompone.

Los procedimientos sin descomposición resultan ser prácticamente idénticos en los problemas de los tipos S_1 y S_2. Es por esta razón que en esta sección, nos avocaremos sólo a tres ejemplos con descomposición. Veamos el primer caso, en el que se trata de un problema planteado en términos de fracciones.

Joel

Problema: calcular los sacos de semilla necesarios para 1½ hectáreas sabiendo que para cada hectárea se necesitan 2½ sacos.

Esquema del procedimiento:



Si se transita a través de la razón interna o por la razón externa, no es posible evitar las operaciones con fracciones. Joel escoge pasar por las razones internas y utiliza la descomposición natural de 1½ en 1 y ½, logrando evitar así la fracción $\frac{3}{2}$.

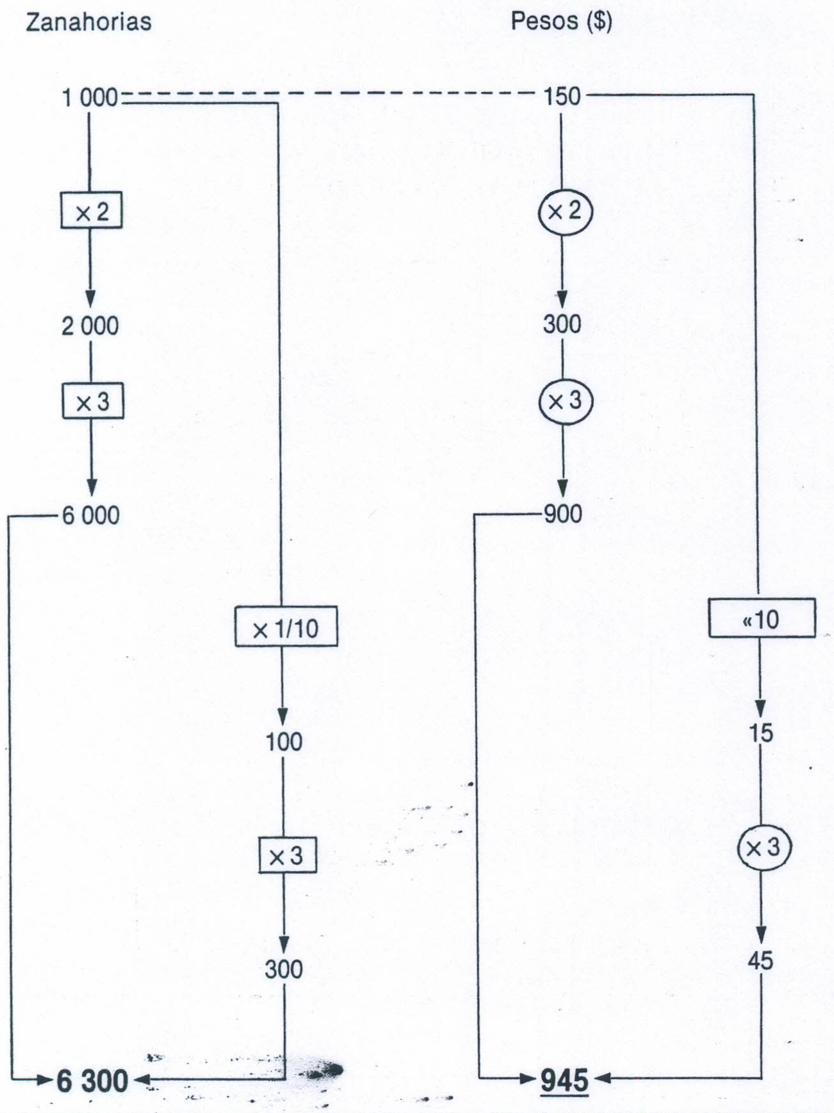
La adición final[4], primero sobre los elementos enteros y luego sobre los fraccionarios ($\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$), no presenta, entonces, mayor complicación.

En este segundo problema, vemos que Manuel recurre a una descomposición bastante compleja.

Manuel

Problema: calcular el valor de la cosecha de 6 300 zanahorias, si la cosecha de 1 000 zanahorias vale $150.

Esquema del procedimiento:



[4] Se analizarán en otro artículo por aparecer, los procedimientos utilizados por los campesinos en la resolución de operaciones.

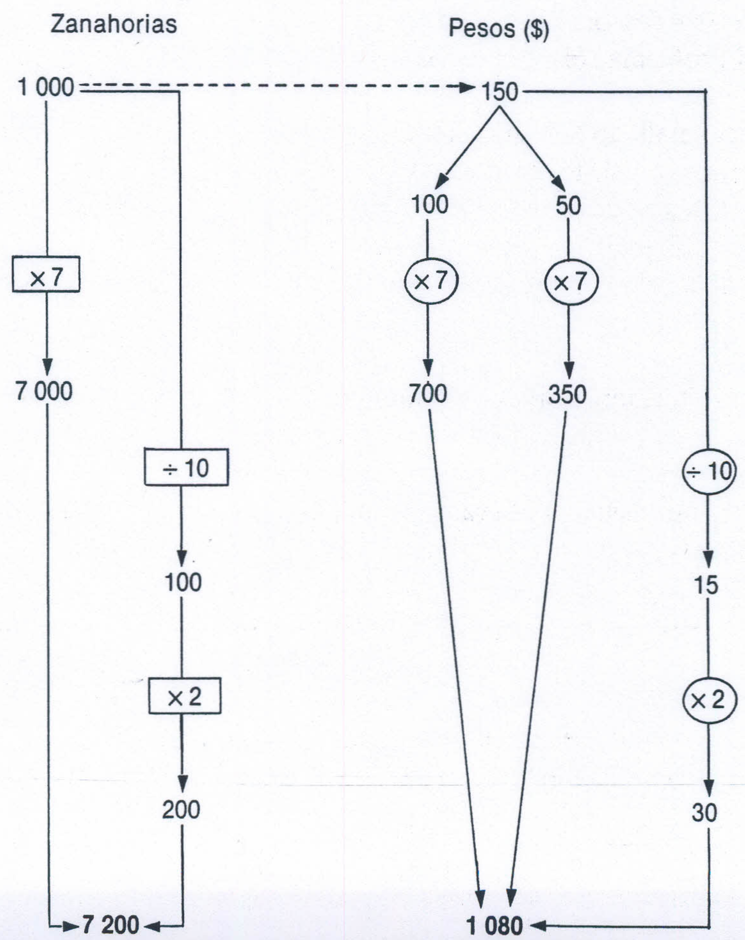
Se puede notar aquí que tanto la razón externa $\frac{150}{1\,000}$ como la razón interna inicial $\frac{6\,300}{100}$ son no enteras. Si se procediera directamente sobre los datos, habría que calcular $6\,300 \times \frac{150}{1\,000}$, o bien $150 \times \frac{6\,300}{100}$. En cambio **Manuel** "reconstruye", por así decirlo, 6 300 partiendo de 1 000, con la ayuda de la aplicación sucesiva de razones muy simples (2, 3, $\frac{1}{10}$ y 3). Enseguida repite en el conjunto de precios todo lo que realizó en el ámbito de las zanahorias. Esta multiplicidad de descomposiciones permite a **Manuel** mantenerse, en todo momento, a nivel del sentido, lo que le habría resultado imposible si hubiese efectuado operaciones sobre números complicados y recurrido forzosamente a reglas formales.

Ahora veamos una tercera situación, análoga a la anterior (razones interna y externa no enteras) y que permite apreciar la gran flexililidad que ofrece este modo de proceder.

Manuel

Problema: calcular el valor de la cosecha de 7 200 zanahorias, si la cosecha de 1 000 zanahorias cuesta $150.

Esquema del procedimiento:



En este caso **Manuel** no establece directamente la razón entre 1 000 y 7 200; la esquiva y procede como lo hemos descrito antes (reconstitución de 7 200, estableciendo razones muy simples a partir de 1 000). Pero también encuentra, al parecer, algunas dificultades con el producto de 150 y 7. Entonces vuelve a descomponer el problema, calculando el precio de 7 000 zanahorias, suponiendo que el precio es $100 y luego $50 (lo expresa literalmente así). La descomposición de los problemas en subproblemas para simplificarlos, logra en el presente caso un grado de flexibilidad sorprendente. También es impactante constatar la extraordinaria capacidad que tiene Manuel para memorizar los resultados intermedios o parciales.

3.3. Problemas compuestos sobre magnitudes de dos o tres índoles (S_3)

Para este tipo de situaciones el esquema está compuesto de tres columnas, pudiendo dos de ellas corresponder a una magnitud de la misma índole. Un subproblema consiste en relacionar las dos primeras columnas y, el poblema propiamente tal, implica el paso de la segunda columna a la tercera.

Podemos constatar, así como en las situaciones anteriores (S_1 y S_2) que el paso por las razones internas es privilegiado por los sujetos, y que utilizan procedimientos con o sin descomposición (aunque se resolvieron sin recurrir a la descomposición del problema sólo dos de las siete situaciones analizadas).

El análisis detallado permitió observar gran flexibilidad de procedimiento. En efecto, en la mayoría de los casos, los sujetos utilizaron procedimientos diferentes para pasar de la primera a la segunda columnas[5] así como para pasar de la segunda a la tercera. Trabajaron, de hecho, realizando esquemas cuya estructura es la misma que en la primera y segunda, y a continuación en la segunda y tercera columnas.

Una de las situaciones típicas es aquélla en que, para calcular el precio total de un producto, es necesario cambiar la unidad con que dicho producto fue medido.

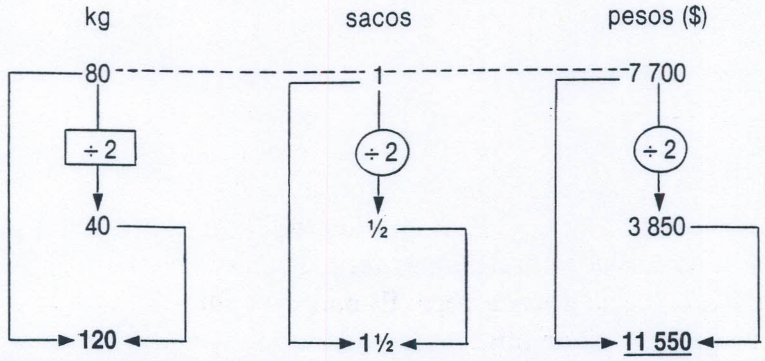
El ejemplo que sigue, conlleva descomposición y las tres columnas poseen la misma estructura.

Manuel

Problema: calcular el precio de 120 kg de sulfato, si un saco cuesta $7 000 (implícitamente se sabe que 1 saco tiene 80 kg).

[5] Recordemos que la resolución de los campesinos fue hecha oralmente, transcrita por los investigadores y puestas por esto en la forma de esquemas.

Esquema del procedimiento:



En este caso, **Manuel** escogió **transitar** por las **razones internas.** Podemos observar que no establece la razón entre 120 y 80. Lo que hace es descomponer 120, pero partiendo de 80 (es decir, el peso en kilos de un saco), para encontrar lo que le falta para obtener 120. Concluye, entonces, que $120 = 80 + 40$. Es sólo en este momento cuando Manuel busca la razón entre 80 y 40 (lo que es mucho más simple, puesto que 80 es el doble de 40). Así, esta descomposición le permite evitar la dificultad de tener que establecer una razón no entera ($\frac{3}{2}$) e interpretarla luego como "un saco y medio".

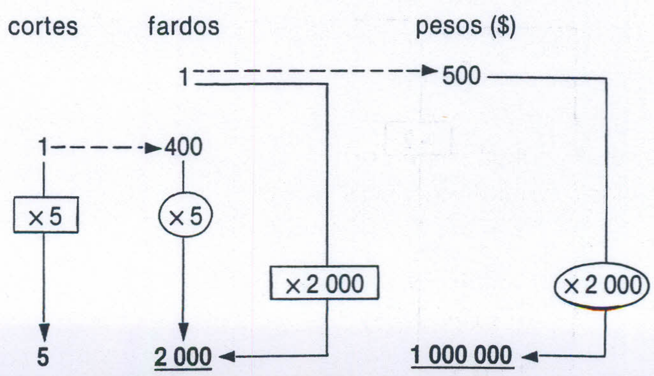
La **segunda parte** del problema es **resuelta** aplicando **exactamente el mismo procedimiento.** Esta vez **Manuel** interpreta de manera aditiva 1½ como $1 + \frac{1}{2}$. En el esquema se puede apreciar la identidad de estructuras en las tres columnas.

Veamos ahora un problema en el que el sujeto procede sin recurrir a la descomposición, pero, sin embargo, utiliza dos procedimientos diferentes.

Joel

Problema: calcular los ingresos que se pueden obtener mediante la venta de forraje, si se siega 5 veces el mismo campo, y sabiendo que cada vez se obtienen 400 fardos, cuyo valor unitario es $500.

Esquema del procedimiento:



Joel basa sus procedimientos en la conservación de las razones internas y pasa por un subproblema que corresponde a las dos primeras columnas. Calcula en primer lugar la producción total y luego, a partir de este resultado, el precio total. Joel habría podido calcular el precio de una siega (partiendo del precio de un fardo) y en seguida el precio de 5 siegas. Pero al utilizar este procedimiento se habría visto obligado a efectuar dos multiplicaciones (500 × 400 y 2 000 × 5) y no una sola (500 × 2 000). Por lo demás, su preocupación era encontrar una respuesta a una pregunta —que no aparece en la formulación del problema— acerca de cuáles serían sus ingresos de todo el año; es decir, Joel no estaba en realidad interesado por conocer el precio de cada siega. Es muy probable que sea éste un elemento que determinó su forma de proceder.

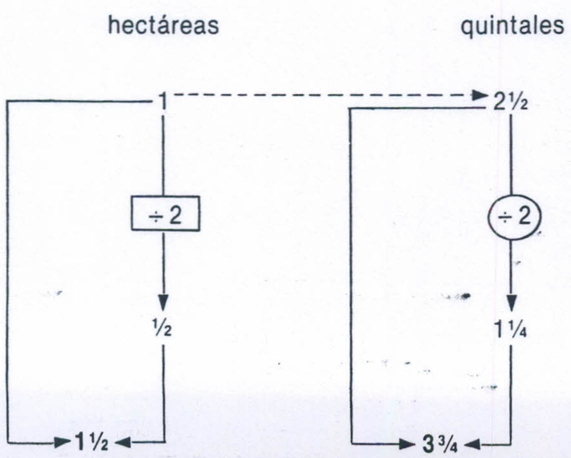
En las situaciones resueltas siguiendo procedimientos con descomposición, también pudimos observar —salvo en un caso— que se utilizaron descomposiciones diferentes, es decir, los sujetos empezaron una descomposición para transitar de la primera a la segunda columnas, y otra diferente para pasar de la segunda a la tercera. Nuevamente se observa que en la elección del procedimiento influyen, por una parte, las dificultades operatorias y, por otra, la realidad; es decir, el significado concreto, el sentido del problema.

Detengámonos ahora ante una situación-problema que ilustra este análisis. Consiste en un problema en el que el tránsito se realiza entre dominios de magnitudes de especies diferentes: de superficies a pesos, y luego al dinero.

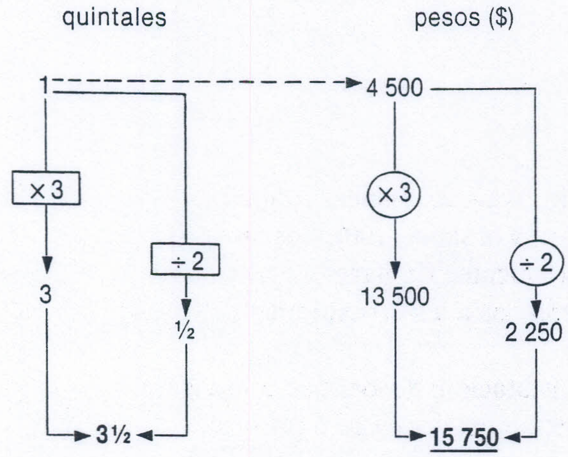
Luis

Problema: calcular el costo de la cosecha de 1½ hectáreas de maíz, dado que por 1 hectárea se paga 2½ quintales, y que el precio de un quintal es de $4 500.

Esquema del procedimiento (primer subproblema):



Esquema del procedimiento (segundo subproblema):



Cabe notar que en la primera parte (cálculo del pago en quintales, primer esquema) la razón interna no es entera (es $\frac{3}{2}$) y que **Luis** la expresa como $1 + \frac{1}{2}$. Tampoco la razón externa es entera (es $\frac{5}{2}$). Se observa que **Luis** utiliza la razón interna y efectúa una descomposición que se ciñe a la interpretación natural: un saco más medio saco. Esta descomposición es igual a la que ya había utilizado en un problema anterior.

Cuando **Luis** comienza a calcular el pago en dinero ($), no toma como punto de partida la razón interna entre 2½ quintales y 3¾. Transforma primero esta solución en una real (''no se paga el cuarto, es demasiado poco, y además si el trabajador había comido en mi casa,...) y toma para seguir, entonces, sólo 3½ quintales (segundo esquema). A continuación **Luis** vuelve sobre la relación inicial entre los datos (1 quintal cuesta $4 500, segundo esquema) y efectúa en este momento el cálculo estableciendo, esta vez, dos razones sucesivas con la unidad (entre 1 y 3, y entre 1 y $\frac{1}{2}$). Dichas razones las recupera como operadores el conjunto de llegada. Se puede observar claramente la simetría entre las estructuras en los dos conjuntos. En cambio, las estructuras de las tres columnas, en este caso, no son de ningún modo las mismas.

Podemos bosquejar entonces una conclusión: los campesinos entrevistados manifiestan algunas dificultades frente a la notación formal de las fracciones, y en las operaciones formales con fraccionarios. Pero hacen ''lecturas'' correctas de las fracciones y crean procedimientos operatorios adecuados. Por ejemplo, cuando **Luis** divide $2\frac{1}{2}$ por 2, primero divide el entero 2 y después la fracción $\frac{1}{2}$. Respecto de la adición, procede del mismo modo: suma los enteros, después las fracciones. En otros sujetos observamos este mismo procedimiento al ejecutar operaciones con fraccionarios.

3.4. Problemas de cálculo de porcentajes

Nos pareció interesante observar en los cálculos de porcentajes, por una parte, la flexibilidad de los procedimientos, del mismo modo que lo señalábamos antes, y por otra parte, la expresión de la noción de porcentaje.

Dado que una de las características fundamentales de este tipo de poblema es la referencia a la norma (a saber, 100), nos hicimos la siguiente pregunta: ¿los sujetos utilizan procedimientos similares a los descritos anteriormente (S_1, S_2 y S_3), o bien otros más cercanos a los procedimientos escolares tradicionales?

Una primera constatación: de los cuatro sujetos observados para este análisis, sólo uno aplicó directamente, en 5 de 6 problemas, una fórmula aprendida.

Veamos el siguiente ejemplo:

Joel

Problema: calcular el precio de un artículo más el IVA, siendo que el precio bruto es \$450, y el IVA, 18%.

Procedimiento: se multiplica por 18 y se divide por 100

$$450 \times 18 = 8\,100$$
$$8\,100 \div 100 = 81$$

Suma[6]: 450 + 181 = 531

Efectivamente, **Joel** multiplica por 18 y divide por 100, y al mismo tiempo explica que procede de este modo, ya que la razón "es difícil, entonces mejor lo hago igual que en la calculadora". Por lo contrario, en un problema en que debía calcular el 8% de 700, encontró la razón entre 100 y 700 (a saber, 7), y después la aplicó como operador sobre 8. Este procedimiento pone en evidencia que **Joel** comprende muy bien la noción de porcentaje.

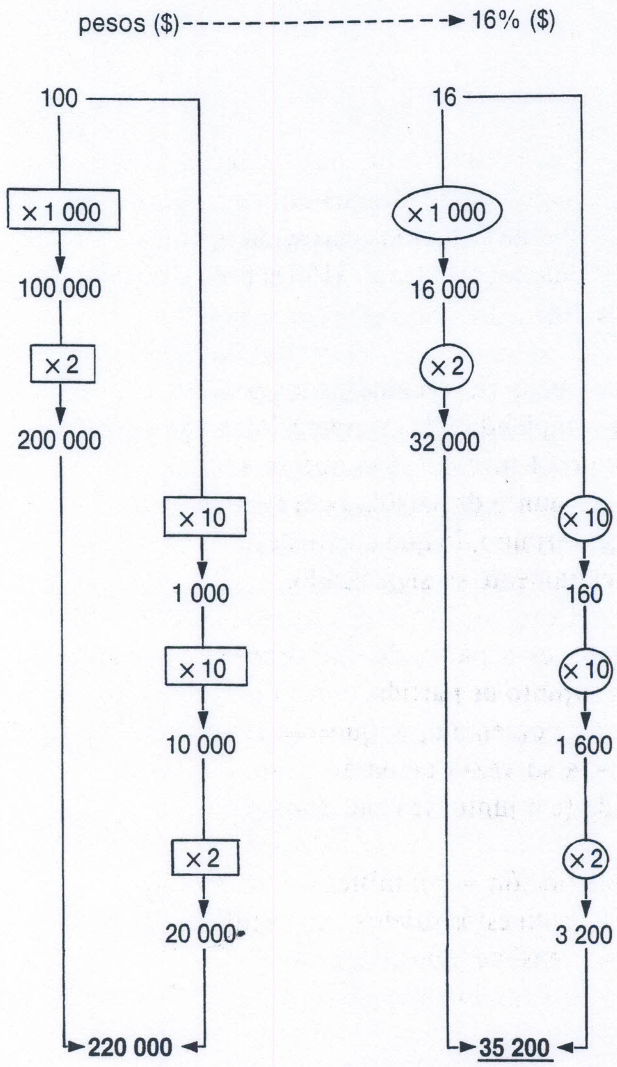
En todos los demás casos, las personas utilizaron la razón interna que puede establecerse sin dificultad en las columnas. Veámoslo en el ejemplo que sigue:

Nelson

Problema: calcular el IVA (16%) correspondiente a una venta de \$200 000 (IVA no incluido).

[6] Esta operación la realizó mentalmente, del mismo modo que la multiplicación por 18, en la que utilizó una descomposición en factores.

Esquema del procedimiento:



Como se puede observar en el esquema, Nelson procedió mediante una larga descomposición del número sobre el que tenía que calcular el 16%, mientras calculaba, decía que era necesario calcular primero el 16% de 100 000, y después de 200 000, y así sucesivamente.

Está claro que en este problema las descomposiciones que determinan el procedimiento dependen de la complejidad de la razón. Efectivamente, **Nelson** manifiesta cierta dificultad para relacionar algunas razones. Pero al establecer la existente entre 100 y 100 000, lo hace directamente. Sin embargo, a la razón entre 100 y 10 000 la hace transitar por una descomposición del último número. De hecho, primero relaciona 100 y 1 000, y luego 1 000 y 10 000. Podría pensarse que para **Nelson** existen razones, en cierto modo, "más naturales", que fluyen directamente del lenguaje.

Nelson, al igual que los demás sujetos escogidos para este análisis, toma como punto de partida la noción de porcentaje y, en seguida, establece razones internas (primera columna en el esquema), para luego aplicarlas como operadores sobre los datos (segunda columna).

Solamente encontramos un caso excepcional, **Manuel,** quien para resolver una de las situaciones transita tanto por las razones internas como por las externas. Consiste en una descomposición muy similar a la que analizamos en la Sección 3.2. Es posible suponer que **Manuel** utiliza razones externas para soslayar la dificultad, que se presenta en ambos casos, de operar con el número 15 (cálculo del precio de 7 200 zanahorias, siendo $150 el precio de 1 000 ahora se trataba de calcular el 15% de 30).

Parece evidente que la flexibilidad de los procedimientos y su aplicación está en relación con la complejidad de las operaciones. Se advierte que, en la mayoría de las situaciones-problemas del tipo que se analiza los cuatro sujetos utilizan procedimientos cuyo **punto de partida es la noción de porcentaje.** Efectivamente, expresan, en primer término, lo que quiere decir "x%" respecto de la norma 100, demostrando así claramente su significado.

Por consiguiente, es a partir de este primer resultado que las **razones** que establezcan **en el conjunto de partida,** entre 100 y el número para el cual se calculará un determinado porcentaje, adquirirán sentido y podrán transformarse en **operadores,** que, —a su vez— actuarán **sobre los elementos que constituyen el conjunto de llegada** (conjunto de resultados).

Es así como esta noción —tan misteriosa para tantos de nuestros alumnos en la escuela— encuentra en estos sujetos una significación bastante concreta y real, absolutamente comprensible y útil.

4. Conclusión

Hemos descrito y analizado un vasto conjunto de problemas de proporciones, propuestos y resueltos por cuatro campesinos, con el propósito de poner en evidencia sus formas de proceder. Un análisis detallado de los procedimientos mostró que éstos se hallan bastante alejados de los algoritmos escolares formales.

En efecto, se constató que en los cuatro tipos de situaciones, los sujetos utilizan especialmente dos procedimientos:

- el paso por **razones internas,** es decir, operan sobre un dominio de magnitudes —dominio de partida— y reproducen estas razones en el dominio de llegada, construyendo de este modo estructuras de cálculo idénticas, y

- la **descomposición del problema** en subproblemas.

Los problemas de linealidad pueden ser resueltos de diversas maneras, transitando por las razones internas o externas. Los campesinos entrevistados perciben la estructura compleja de dichos problemas y encuentran una vía, inspirada por la búsqueda del menor esfuerzo operatorio, escogiendo muy a menudo las razones internas.

En los procedimientos de descomposición, observamos que los sujetos buscan simplificar no sólo las razones, sino también las operaciones. Se ve, en efecto, que en todos los procedimientos de descomposición, existía una razón no entera, operaciones complejas o ambas (con operadores de más de una cifra, por ejemplo).

La utilización de razones internas permite constatar que los sujetos comprenden y manejan muy bien la linealidad, de la cual una de sus leyes es la conservación de las razones internas entre magnitudes. Esta forma de proceder nos remite al sentido del problema. Si nos ceñimos al razonamiento oral, veremos que los sujetos permanecen permanentemente ligados al sentido original del problema. Todo el tiempo se están "viendo" las hectáreas, los sacos, los kilos, etc. En otras palabras, aunque los problemas sean descompuestos en subproblemas, el hecho de establecer razones internas en el dominio de las magnitudes de partida, permite a los sujetos obtener resultados intermedios dotados de sentido, y conservar el sentido general del problema de origen.

Más allá de las constataciones y de las conclusiones relativas a los procedimientos particulares, insistiremos en decir que, aun si los sujetos manifiestan dificultades operatorias, no tienen dificultades a nivel de la proporcionalidad, en cuanto estructura matemática compleja.

Esto parece una constatación de suma importancia para la formulación de programas de enseñanza de las matemáticas, muy especialmente aquellos destinados a los adultos de sectores populares. Aún más, permite cuestionar las formas tradicionales de seleccionar los contenidos matemáticos y las secuencias que van, habitualmente, de los contenidos más simples a los de mayor complejidad.

Sin embargo, las definiciones de "simple" y "más complejo" responden a análisis internos de la disciplina matemática, que no toman en cuenta las experiencias ni los logros de los sujetos que tendrán que "soportar" dichos programas.

Tradicionalmente, se comienza con los números, después se introducen las operaciones y, mucho más tarde, se aborda la resolución de poblemas de linealidad.

En el caso particular de los campesinos, al menos respecto de los que participaron en este estudio, no estaría excluido el que se trabajara, por ejemplo, el aprendizaje y la formalización de operaciones elementales, tomando como punto de partida problemas de proporcionalidad. Lo que resulta ser "lo más complejo", desde el punto de vista del análisis estrictamente matemático de los contenidos, no es necesariamente lo más complejo o lo menos (o mal) conocido por los sujetos adultos que poseen una práctica matemática cotidiana.

Tomando como base los procesos formales que se desprenden de la práctica cotidiana de los campesinos y campesinas, se podría intentar, mediante una enseñanza apropiada, llevarles, por una parte, a resolver problemas más complicados de los que saben resolver hoy día y, por otra parte, hacer posible su acceso a las matemáticas tal como se enseñan en las escuelas.

Por lo demás, nos parece que estos procedimientos orales, descritos y analizados en este trabajo —que muestran que los individuos poseen una vasta comprensión de la estructura subyacente a los problemas, permitiéndoles mantener siempre presente, en la mente, el sentido del problema—, pueden ser de gran utilidad, no sólo para la enseñanza fuera de la escuela, sino también para los niños en situaciones escolares formales.

Efectivamente, se acostumbra enseñar un solo algoritmo. La escritura de los datos es seguida "de un cálculo rutinario que no toma en cuenta el sentido" (Nunés, 1991, p. 120). ¿Por qué no proponer situaciones en las que los alumnos busquen, indaguen, inventen sus propios y variados caminos de resolución y, posteriormente, a través de un análisis, detectar pistas para la formalización matemática?

El análisis de los procedimientos de resolución que utilizan personas campesinas, nos permitió constatar, por ejemplo, el tránsito privilegiado por las razones internas. Del mismo modo, es plausible imaginar que un análisis de este tipo, referido a los procedimientos utilizados por los alumnos (primero habría que darles la libertad de ensayar, de equivocarse,...) y llevado a cabo por ellos mismos, bajo la dirección del docente, podría conducirlos a una mejor comprensión de las nociones de razón, razón interna, razón externa, etc.

En síntesis, una iniciativa de esta naturaleza es muy probable que permitiría a los escolares, **construir** algunas nociones de base ligadas a la linealidad.

Hacer matemáticas, ya lo hemos hecho notar, no consiste en encontrar la única respuesta buena mediante el único buen método.

Es evidente, sin embargo, que los variados procedimientos utilizados por los campesinos no entregan un modelo completo y definitivo para la enseñanza de los problemas de linealidad. Y que nada podrá remplazar, una vez que los problemas se hacen más variados y los datos más complejos, la adquisición de rutinas eficaces, debidamente justificadas, algebraicas y algorítmicas.

Bibliografía

Dupuis, C. y **Pluvinage, F.** (1981). "La proportionnalité et son utilisation", *Recherches en Didactique des Mathématiques,* vol. 2, no. 2, pp. 165-212.

Nunes, T. (1991). "Systèmes alternatifs de connaissances selon différents environnements", en C. Garnier, N. Bednarz e I. Ulanovskaya (eds.), *Aprés Vygotski et Piaget: perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale* (pp. 117-128). Bruselas: De Boeck Université.

Rouche, N. (1992). *Le sens de la mesure: des grandeurs aux nombres rationnels,* Bruselas: Didier Hatier.

Soto, I. (1992). *Mathématiques dans la vie quotidienne de paysans chiliens.* Tesis de doctorado, Université Catholique de Louvain, Facultad de Psicología y de Ciencias de la Educación, Louvain-la-Neuve.