Tendencias de la investigación en didáctica de las matemáticas y la enseñanza de los números en Francia

Resumen

El objetivo de este artículo es presentar el estado actual de las investigaciones sobre el aprendizaje de los números, así como las propuestas pedagógicas sobre el tema para la escuela primaria y la educación preescolar en Francia. Estas propuestas surgieron fundamentalmente de las investigaciones realizadas en el marzo del INRP (Instituto Nacional de Investigación Pedagógica).

A. Aspectos teóricos

I. Adquisición de la serie numérica oral

De acuerdo con diversas investigaciones, hoy sabemos que el conteo de los objetos de una colección exige al niño una triple tarea:

a) activar en la memoria, y pronunciar una serie ordenada de palabras (serie numérica);
b) tomar uno a uno los objetos que constituyen la colección sin olvidar ninguno y sin contar ninguno más de una vez;
c) coordinar las dos actividades precedentes.

En lo que sigue expondré brevemente el conocimiento que —con base en distintas investigaciones— hoy se tiene acerca de la serie numérica.

El niño adquiere esta serie de palabras a una edad muy temprana. Hacia los dos años, los niños perciben y comprenden que hay palabras que sirven para con-

Marie-Lise Peltier

Institut Universitaire de Formation de Maîtres.
Mont Saint-Aignan, Francia

tar y otras que no son útiles para este fin. Diversos trabajos (por ejemplo el de Gelman y Gallistel; 1978) han constatado que niños de entre dos y cinco años, al contar, raramente recurren a palabras que no son números.

Durante su adquisición (que ocurre entre los 2 y 6 años) se puede observar que las series numéricas orales obtenidas a partir de la consigna: "Muéstrame hasta qué número sabes contar", se pueden descomponer en tres partes:

1 2 3 4 5 6	8 10	11 13 14 16 20 21
1 2 3 4 5 6	8 10	12 14 15 20
1 2 3 4 5 6	8 10	15 13 11
I Parte estable y convencional	II Parte estable y no convencional	III Parte no estable y no convencional

Figura 1

La primera parte es estable y convencional. Dicha parte corresponde a la serie canónica y va en aumento conforme el niño crece. La parte estable es muy variable según los individuos y está muy ligada al medio que rodea al niño. Como se ve en la Figura 1, esta primera parte de la serie numérica se mantiene en los diversos intentos realizados por un mismo sujeto.

La segunda parte es estable pero no convencional; presenta un orden diferente al establecido por los adultos, o bien tiene elementos faltantes. Esta parte de la serie numérica oral, sin embargo, permite a los niños respetar y poner en acción una de las reglas de la numeración: asociar a cada objeto una y sólo una etiqueta lexical.

La tercera parte de la serie numérica no es estable ni convencional. En ocasiones contiene denominaciones inventadas a partir de las reglas de sucesión de la numeración —por ejemplo "20 y 10" en lugar de 30— y es variable, en un mismo sujeto, de un intento a otro. (Fuson *et al.* cit. por Fayol; 1990).

Las variaciones en el manejo de la serie numérica que se observan en los distintos niños —según se ha constatado en algunos estudios— se deben, entre otras cosas, a los estímulos proporcionados por el entorno. Sin embargo, existen también estudios que señalan que tales variaciones son eliminadas, o al menos disminuidas, con algunas semanas de escolaridad.

En francés, la serie numérica necesita, para los primeros 16 números, de un aprendizaje automático, memorístico, porque no hay una lógica de la cual el niño pueda derivar el nombre del número siguiente. El aprendizaje automático es indispensable en esta parte de la numeración. Pero más adelante es necesario trabajar para que los niños comprendan los principios de funcionamiento de la numeración oral.

Pero la construcción de la serie numérica oral pasa por distintas etapas; en su construcción se observan distintos niveles de organización y estructuración. En un primer nivel los nombres de los números no tienen ninguna individualidad, el niño sólo pronuncia la serie como una totalidad única, se trata de un "bloque verbal'' desprovisto de significado aritmético, pero enunciado en presencia de objetos por enumerar:

unodostrescuatrocincoseis...

Esta es en realidad una simulación del conteo.

Un poco más tarde, la serie numérica se compone de palabras individuales, y el niño puede citar la sucesión de palabras como términos independientes:

uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ...

En este nivel, sin embargo, el niño no puede pronunciar la serie a partir de *n*; sólo puede empezar a partir de **uno.** Pero puede resolver problemas aditivos sencillos ''volviendo a contar'' todos los objetos implicados en el cálculo:

uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ...

Más adelante, el niño pasa a un nivel en el cual puede comenzar a contar a partir de *n* (cualquier número); puede contar de *n* a *p*, contar al revés a partir de *p* y contar de *p* a *p.* En este nivel es también capaz de identificar el sucesor y el antecesor de un número, y de resolver problemas aditivos por *subconteo* (conteo a partir del último elemento del primer conjunto, sin necesidad de re-contar los elementos de dicho conjunto) o *conteo hacia atrás.*

|| cuatro, cinco, seis, siete, ocho ||

|| cinco, quatro, tres dos, uno ||

En el último nivel (nivel terminal) los números que componen la serie numérica son tratados como entidades distintas. El niño puede contar, por ejemplo, cuatro a partir de cinco, hacia adelante, o hacia atrás:

uno,	dos,	tres,	cuatro,	cinco,	seis,	siete
				↓	↓	↓
				uno	dos	tres

cinco	seis	siete,	ocho
↓	↓	↓	↓
uno	dos	tres	cuatro

Este trabajo exige mucho al niño; se necesita mucha memoria a corto plazo para realizarlo, porque debe pronunciar los números conservando en la memoria a corto plazo el recuerdo de elementos ya contados (en el ejemplo anterior sería el cinco).

Con frecuencia, ante este tipo de tareas el niño se ayuda con los dedos, y ésta es una muy buena manera de apoyarse para avanzar en el dominio de la serie numérica y el conteo.

II. La cuantificación

Pueden distinguirse tres grandes procedimientos de cuantificación de los elementos de un conjunto dado.

1) La primera es una percepción global e inmediata de la cantidad de elementos; para referirse a ella se utiliza el vocablo inglés *subitizing*. Se trata de la definición rápida y exacta de la numerosidad de una colección; el número de objetos que constituyen la colección se percibe sin recurrir al conteo. Esta forma de cuantificación es eficaz en la medida en que el tamaño del conjunto lo permite. Para que el *subitizing* se lleve a cabo se necesita, además, que la disposición de los objetos sea regular.

Parece que el *subitizing* se manifiesta en edad muy temprana (en los bebés) pero no parece derivar de un mecanismo psicológico automático, sino sobre todo de un reconocimiento de patrones perceptivos canónicos. El *subitizing* parece ser una aptitud que se adquiere y que se puede desarrollar. Puede ser, así, objeto de aprendizaje.

2) El conteo. El conteo lleva a una cuantificación precisa de los conjuntos sin importar el tamaño de éstos. El conteo implica diversas habilidades:

— señalar el objeto y decir las palabras (nombres de los números). La eficacia del señalamiento depende mucho de la disposición de los elementos. En la Figura 2, el niño tiene muchos más problemas para contar la colección señalada con A, luego la colección B, y después la colección C:

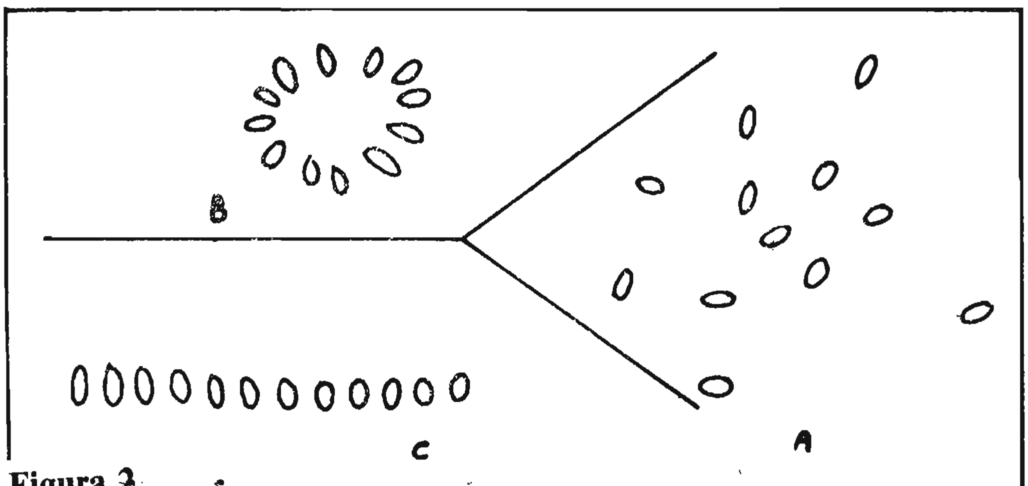

Figura 2

Cuando al niño no se le hace señalar los elementos para el conteo, se ha observado que cuenta oralmente muchísimo más lejos que cuando tiene que hacerlo. Si el experimentador es quien va señalando los objetos y el niño sólo tiene que pronunciar la serie numérica, puede avanzar muchísimo más en ella. Trabajos muy actuales indican que los niños tienen muchas habilidades para esto; ya hacia los tres o cuatro años las capacidades tienen lugar en estos cinco aspectos:

— La correspondencia término a término entre el objeto y el número;
— La cardinalidad, es decir, el último término citado corresponde al número de elementos de la colección;
— La abstracción: no tiene importancia el tipo de objeto;
— La irrelevancia del orden, es decir, el orden en el cual se cuentan los objetos carece de importancia

Se cree que los niños a la edad de tres o cuatro años ya tienen estas aptitudes pero tienen problemas para coordinarlas. Es necesario trabajar en la escuela para coordinar dichas competencias.

3) La tercera forma de cuantificar un conjunto es una evaluación (estimación) global de la cantidad. La estimación permite una cuantificación muy rápida —pero sólo aproximada— del tamaño de un conjunto. Este procedimiento ha sido estudiado muy poco. Es una pena que los problemas de aproximación y estimación no sean sino escasamente estudiados y que no se les trabaje en las escuelas de manera sistemática.

III. Conservación de las cantidades

Desde los trabajos de Piaget ha habido una evolución importante en la forma en que se concibe la relación entre la conservación de la cantidad y el conteo.

Contrariamente a las hipótesis de Piaget y de Gréco, que planteaban como secundarias las actividades de enumeración, en relación al carácter fundamental de la conservación de cantidades discontinuas, los trabajos ulteriores parecen mostrar que:

— El desarrollo de las habilidades numéricas, aún complejas, no depende del acceso previo a la conservación del número.
— El hecho de poner a contar al niño antes de que logre la conservación de cantidades, conlleva un importante mejoramiento en la conservación de las mismas.
— El entrenamiento en actividades numéricas introduce progresos a la vez en el campo numérico y en las actividades lógicas, mientras que un entrenamiento en las actividades de seriación y clasificación no implica un mejoramiento sino en este sector, y no en las actividades numéricas.

Así pues, nos encontramos confrontados a una constatación paradójica: sabemos —empíricamente— que el recurrir a las actividades numéricas facilita y favorece el acceso a la conservación de cantidades; sabemos también —empíricamente— que el desempeño en el conteo no permite al sujeto (de 6 a 7 años de edad) cimentar la conservación sobre la observación. Es decir, que para eliminar esta contradicción, habría que considerar que la influencia de las actividades numéricas sobre el acceso a la conservación resulta no de su impacto directo, sino más bien de la abstracción reflexiva que realiza el sujeto en relación con sus propias acciones y coordinaciones.

IV. De la formulación oral al código escrito

La adquisición del código numérico escrito es un dominio poco explorado en psicología. El estudio histórico de los sistemas numéricos escritos muestra que éstos estuvieron por mucho tiempo ligados a la correspondencia término a término.

Los sistemas posicionales son muy económicos, pero más obscuros a la comprensión y más complejos en su utilización, de ahí la necesidad de una enseñanza sistemática.

Al respecto se pueden constatar diversos fenómenos y dificultades:

— Muy pronto, los niños parecen percibir la diversidad de funciones del número.

Por ejemplo, para comunicar por escrito la cardinalidad de una colección de objetos ocultos en un recipiente, se observan cinco etapas:

1a. Indicaciones incomunicables: el mensaje sólo contiene dibujos sin relación con el número de elementos;
2a. Pictogramas que ilustran la numerosidad y la apariencia de los objetos: el niño los dibuja y progresivamente se va alejando de la representación del objeto (esto hacia los cuatro años);
3a. Símbolos que aseguran la correspondencia término a término, sin preocupación por la semejanza con los objetos representados.
4a. Uso de símbolos convencionales, asignando uno a cada objeto;
5a. El niño acepta un símbolo para representar el total de objetos del conjunto.

Con frecuencia se comprueba que diversos estadios coexisten en el niño.

—Dificultades en la utilización de la notación posicional y su comprensión (en particular el uso del cero posicional).
—Obstáculos y dificultades relativas a la comprensión y al empleo de los signos +, —, = (los cuales son comprendidos como indicadores de acción).

B. Propuestas pedagógicas

I. El contexto de los últimos cuarenta años

Las respuestas aportadas por la escuela al difícil problema de los primeros aprendizajes numéricos ha variado mucho durante este periodo. Antes de 1970 los números se enseñaban en la escuela en el orden usual: un nuevo número era presentado en relación con el número precedente ($n + 1$); con frecuencia, esto se hacía a partir de conjuntos de objetos, bajo forma de constelaciones o sobre dados y fichas de dominó. Cada número era escrito, nombrado y descompuesto. Siempre se presentaba a los niños un conjunto, se escribía el número, se le nombraba y se le descomponía.

Las competencias y conocimientos iniciales de los alumnos no se tomaban en cuenta: el alumno debía observar, imitar, reproducir, repetir. Los principios de la numeración eran más evocados que estudiados cuando se llegaba a la decena. Simplemente se trataba de mostrar a los niños cómo construirla.

En 1970 surge la llamada "reforma de las matemáticas modernas". En ese entonces se quiso construir la noción y el concepto de número antes de estudiar los números y utilizarlos. A la escuela maternal y al inicio del curso preparatorio (equivalente al primer grado de primaria mexicana) les correspondía asegurar los "prerrequisitos" del concepto de número (clasificación, seriación, correspondencia término a término...). De tal enfoque derivó un retraso muy claro de las actividades numéricas (a veces inclusive completamente ausentes) puesto que se trataba de poner en marcha las estructuras fundamentales, con el fin de respetar la construcción matemática del concepto de número.

Las concepciones de aprendizaje subyacentes en esta reforma estuvieron fuertemente inspiradas en ideas estructuralistas e invocan abundantemente los trabajos de Piaget, en particular en lo que concierne al papel de la acción en los procesos de aprendizaje: "es a partir de su acción sobre lo real que el alumno puede abstraer las nociones y poner en evidencia las estructuras".

Desde hace unos quince años, numerosos trabajos de psicología cognitiva (en torno a las capacidades del niño y sus modalidades de aprendizaje) y de didáctica de las matemáticas, así como el análisis de las prácticas existentes en el salón de clase, condujeron a reexaminar las condiciones de apropiación de los números por los niños pequeños, y a proponer un nuevo enfoque de las actividades numéricas desde la escuela maternal.

Las tareas de los equipos de investigación, desde entonces, son múltiples, y se trata

—"de analizar las prácticas en curso a la luz de las corrientes pedagógicas que les dieron origen
—de hacer un inventario de las diferentes dificultades a partir de los trabajos de investigación sobre los aprendizajes, y en particular sobre la función de la resolución de problemas en la construcción del saber y del saber hacer.
—de definir nuevas propuestas, de elaborar situaciones de aprendizaje, de experimentarlas, de modificarlas en función de numerosas observaciones". (Ermel; 1991; Introducción).

II. Hipótesis didácticas.

Las hipótesis en las cuales nos apoyamos para la enseñanza de los números son las mismas que sustentan toda la enseñanza de las matemáticas:

—los conocimientos se construyen a partir de acciones con finalidad, es decir, mediante acciones que permiten resolver problemas
—los conocimientos no se construyen de manera lineal, sino a través de numerosas rupturas, desequilibrios y reorganizaciones; también se construyen por repetición, por evocación
—los conocimientos se construyen mejor dentro de un contexto social, por interacción entre los niños
—el error tiene un papel positivo, es la expresión de una forma de conocimiento que se tiene en un momento ... pero que ahora se revela como falso o simplemente inadaptado ... (Brousseau, 1983).

III. El papel de los números

Las situaciones de aprendizaje sobre los números van a ser pues, elaboradas por el maestro. En estas situaciones el alumno tendrá que comprender lo que está en juego en la situación; se necesita que vea claramente cuál es la finalidad a la que tiene que llegar, y que pueda acceder a la actividad considerando alguno de los procedimientos que ya posee.

El profesor tiene que preguntarse para qué sirven los números, qué problemas pueden ayudar a resolver al niño, más que preguntarse qué es un número. Pronto los números son para los niños, medios o "herramientas" para dominar lo real, objetos con los que les gusta jugar y que tienen ganas de conocer mejor. Es pues esta toma de conciencia de la finalidad de los números la que constituye el objetivo a alcanzar.

El número como medio tiene dos aspectos:

a) es un instrumento para la memoria, recuerdo de una cantidad que permite evocarlo aun cuando no esté presente. Por ejemplo, ir a buscar el número de vestidos para unas muñecas sin que haya más o menos, sino el número exacto de los vestidos necesarios. El número también es instrumento para la memoria de una posición en una fila; en este sentido el número permite recordar el lugar ocupado por algún objeto, ya sea en una pista o en una lista (por ejemplo, en un tren con una docena de vagones, se pone un muñeco en el sexto vagón, el tren da la vuelta, pasa bajo un túnel, y cuando sale de ahí, el muñeco ya no está. El niño debe encontrar el lugar donde estaba ese objeto anteriormente). Éste es el aspecto ordinal del número.
b) El número tiene una segunda función: permite prever resultados para situaciones evocadas, que no están presentes y para situaciones que se realizarán en el futuro.

IV. Los campos numéricos considerados

En relación con los intervalos (o rangos) numéricos que son utilizables por los niños —los cuales utilizará el maestro para proponer problemas— ésos forman cuatro familias.

Los números visualizables. Este es el intervalo donde el *subitizing* (la visión general rápida) puede funcionar; en esta familia de números se utilizará el cálculo mental. Aquí el niño estará consciente de la aptitud de previsión de los números. Es también en este rango de números que rápidamente se pasará del conteo al cálculo.

Una segunda familia de números sería la de los números familiares. En este campo la serie numérica oral va a ser bien dominada por muchos niños. Son, por ejemplo, los números hasta el 30, como en el calendario o el número de alumnos de un grupo.

Los números que los niños ven con frecuencia, pero un poco menos seguido, constituyen la familia de los números frecuentados; aquí la serie numérica todavía es estable. Es precisamente en esta familia de números donde el niño se dará cuenta de las regularidades de la numeración oral y escrita.

La cuarta familia numérica es el campo de los números grandes, la cual a veces resulta un poco misteriosa para los niños. Aquí las actividades de agrupación dan significado a la numeración oral y a la numeración escrita, y es aquí también donde será necesario utilizar los algoritmos de cálculo.

V. Diversos tipos de situaciones

Las propuestas para la formación de los maestros de pre-escolar y primeros grados de primaria insisten en la construcción de situaciones para el aprendizaje de los números. Tres tipos de situaciones van a permitir al niño conformar el "caudal de experiencia" necesario para una construcción efectiva del concepto de número:

a) situaciones rituales:

—utilización del calendario (lectura-observación de la sucesión de los números; conteo de "¿como dentro de cuántos días iremos a ver a los payasos?" previsión, por ejemplo, estamos a día 12, y tenemos 10 días de vacaciones, ¿qué día será cuando regresemos?);
—la lista, la enumeración de los alumnos presentes (comparación de la asistencia con el día anterior; búsqueda de complementos: por ejemplo, si somos 30 y hay 5 compañeros ausentes, ¿cuántos somos?; evocación del número de presentes el día anterior);
—distribución de todo tipo de materiales (para trabajar la correspondencia término a término; el recuento para distribuirse en grupos);
—juegos diversos con los dedos.

b) Situaciones funcionales. Este tipo de situaciones se desarrollan a partir de problemas; se plantean según la vida de la clase y de su entorno. Por ejemplo, la preparación de una excursión o del recreo, o la organización de un espectáculo.

c) Situaciones construidas, que son elaboradas por el maestro con fines de aprendizaje precisos; se articulan alrededor de problemas para utilizar los números.

El escenario previsto por el maestro demanda al alumno tres cosas:

—actuar en una situación que tiene sentido para él;
—explicitar sus procedimientos de resolución; y
—verificar la validez de su acción, la pertinencia de su procedimiento de resolución.

Las situaciones construidas son muy diferentes de las situaciones rituales, pues permiten adaptar ciertos elementos a las posibilidades del alumno; permiten también fijar ciertas restricciones susceptibles de provocar un cambio en los procedimientos de los niños (nada garantiza que una situación funcional o ritual permitirá plantear cuestiones adecuadas en el momento indicado, para provocar el aprendizaje deseado).

Entre las situaciones que se sugieren están las que involucran conjuntos. ¿Qué tipo de problemas utilizar que pongan en juego dos conjuntos desde el punto de vista del número de sus elementos? Se pueden hacer muchos juegos de cartas, ya sean en forma de constelaciones de números escritos o en descomposiciones, juegos de bodas, de batallas y de memoria, o juegos de dominó; en este tipo de acciones se trata de trabajar con comparaciones.

Otra actividad sería hacer que un conjunto B tenga el mismo número de elementos que un conjunto A (por ejemplo, ir a buscar cucharitas para los niños, de una sola vez, sin que sobre ni falte nada); crear un conjunto que tenga el doble o el triple de la colección dada (ir a buscar los zapatos para las muñecas, el número justo de zapatos que hacen falta); completar un conjunto para que tenga el mismo número de elementos que otro.

Cabe señalar que, en el desarrollo de algunas investigaciones, se ha observado que los niños utilizan los siguientes procedimientos:

—procedimientos que evitan el número (estimación visual y correspondencia término a término)
—procedimientos que utilizan más o menos explícitamente el recurso del número (*subitizing*, conteo)
—procedimientos mixtos (correspondencia paquete a paquete, utilizando el *subitizing* y el conteo; utilización de descomposiciones seudoaditivas)

Otro tipo de problemas son los de referencia ordinal. En este tipo los números son utilizados para situarse. Se consideran casos como: localización en una pista, la construcción progresiva de una banda numérica (que por un lado tiene los números escritos en la forma normal y por el otro lado lleva las constelaciones o los nombres de los números); los niños van construyendo esta banda y la utilizan cada vez que la necesitan (Fig. 3).

Se trata de problemas que posteriormente serán utilizados para trabajar el cálculo.

La segunda categoría de problemas es la de los de previsión (o anticipación). Son todos los problemas en los cuales, en el futuro el cálculo será utilizado; son diferentes tipos de problemas ligados a un desplazamiento sobre una pista graduada. Por ejemplo: el caballo está en el cinco (Fig. 4), cayó en el seis el dado, ¿hasta dónde hay que llegar?; si el caballo estaba en el dos y llegó al seis, ¿cuál fue el número que marcó el dado? En dos turnos, el caballo llegó del 36 al 46, ¿cuáles son los números que pudieron haber aparecido en los dados? (Fig. 4).

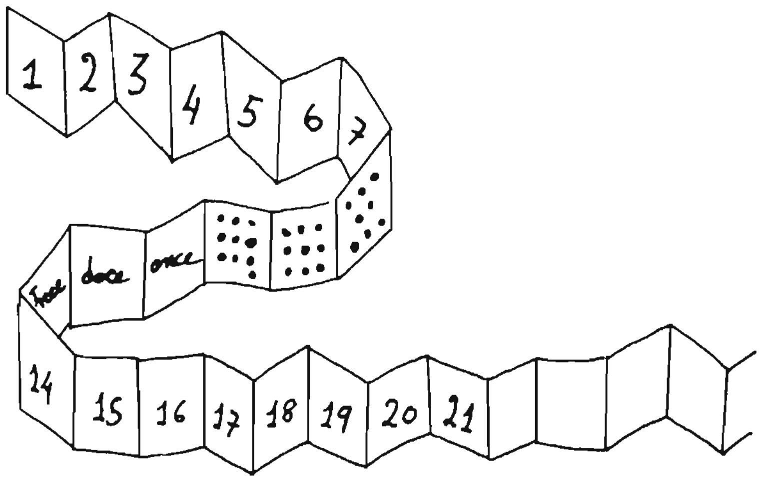

Figura 3

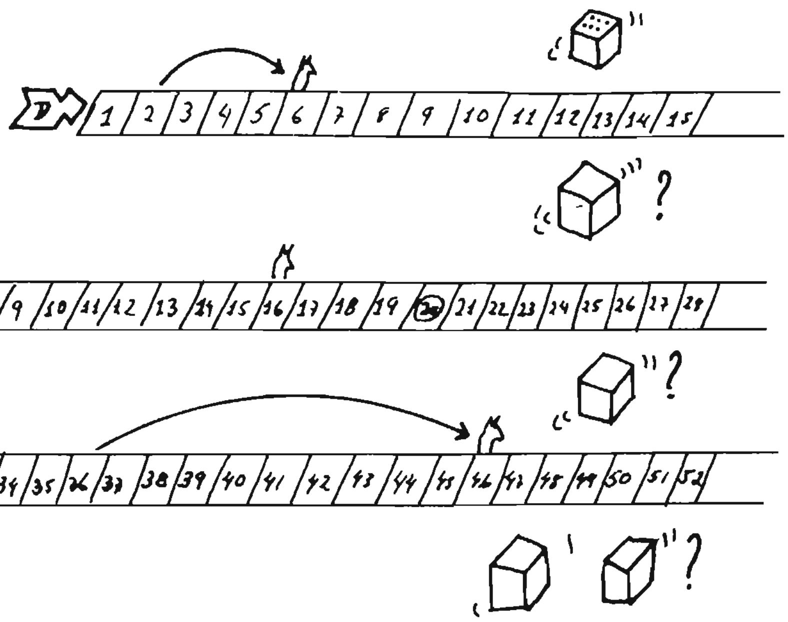

Figura 4

Estos problemas son muy interesantes, sobre todo para la previsión o anticipación porque, por una parte, permiten utilizar el conteo y, al mismo tiempo, emplear progresivamente el cálculo. El maestro puede, poco a poco, modificar las reglas, por ejemplo, que las casillas de cierto color hagan avanzar tres espacios, y las de otro color hagan retroceder tres espacios.

Estos problemas implican tres aspectos: la lectura del dado, el reconocimiento de los números (progresivamente se le escriben los números a los dados para sustituir los puntos) y los desplazamientos dentro del juego.

Otros son aquellos donde interviene la reunión de dos colecciones diferentes con una anticipación necesaria del número de los objetos que se obtienen.

La obtención del tesoro es una actividad con la cual se experimentó. Este juego consiste en fraccionar en dos o más partes un conjunto; tiene diferencias con respecto a las actividades tradicionales; por ejemplo, en dichas actividades se tienen doce fichas y se pide al niño que haga dos montones y diga cuántas hay en cada uno. De ahí se deduce que 12 es igual a cinco más siete. Aquí proponemos para remplazar actividades de este tipo, otras como la siguiente: se tienen muchas fichas, por ejemplo 19, y sobres, unos 3, 4 o 5; el niño tiene que escribir un mensaje a un compañero para que se puedan poner fichas en todos los sobres, que ninguno quede vacío y que todas las fichas sean utilizadas.

El niño tiene que prever (o anticipar) la repartición de las fichas en los sobres; la validación se hace mediante el desciframiento del código del mensaje.

Tenemos también los problemas de divisiones iguales, ya sea cierto número de partes que tienen que hacerse, o partes que ya tienen un número fijo de elementos, y lo que hay que averiguar es cuántas resultan.

Finalmente se plantean también problemas de intercambio según reglas fijadas previamente; por ejemplo, tres fichas amarillas contra una roja, siempre en situaciones de anticipación.

Esto lleva a un último problema que voy a tratar brevemente: el de la numeración escrita. Existen dos aspectos para este problema de la numeración que son simultáneos y complementarios: uno algorítmico y otro constituido por un sistema de agrupamientos e intercambios. Las actividades en relación con el aspecto algorítmico se trabajan a partir de la observación de las series numéricas, de la manipulación de contadores para observar cómo se pasa del nueve a la decena, del 99 a la centena, etc.

Con frecuencia el niño sabe nombrar la sucesión de números antes de saberla decir de acuerdo con las reglas de los adultos; por ejemplo, puede decir cinco-cinco (55), cinco-seis (56), cinco-siete (57), cinco-diez (60) sin saber que se trata del sesenta. Es decir, el niño entendió que es una regla recurrente, pero esto no basta para comprender los números y el valor de cada una de las cifras. De ello surge la necesidad de un trabajo de intercambio. Inicialmente se realizan intercambios del tipo tres contra uno, o uno contra cinco, para comprender que este intercambio modifica el valor. Después se trabaja el intercambio diez por uno y es hasta aquí donde se escribe, pues se ha eliminado el trabajo en bases diferentes de diez.

Hay un trabajo de este tipo que es muy clásico, se llama "el secretario"; los jugadores tiran con los dados y ganan fichas, el secretario va anotando las jugadas y los jugadores no pueden quedarse con más de nueve fichas del mismo tipo.

Se trata de plantear numerosos problemas de este tipo, por ejemplo, existen 348 alumnos en la escuela, y debido a que hay una fiesta, el director tiene que escribir una carta a cada una de las familias, se tienen que comprar timbres que se venden en planillas de 10, ¿cuántas planillas se tienen que comprar? Para resolver este problema la numeración es la herramienta más útil; se trata de encontrar situaciones de este tipo, que sean progresivas para quien juega.

Paralelamente se realiza el trabajo con la numeración oral; se trata de irla desglosando porque tal numeración utiliza reglas de funcionamiento que son muy diferentes de las de la numeración escrita. La numeración oral funciona como la numeración china, en la cual la yuxtaposición de las palabras es, alternativamente, multiplicación y adición, mientras que en la numeración escrita es la posición de la cifra en el número la que indica el valor de agrupamiento.

Hasta hace poco se tomó en cuenta que la numeración oral tiene reglas. Por mucho tiempo se pensó que sólo se trataba de aprenderla de memoria, pero todos los niños fracasaban al resolver problemas que implicaban números más allá de 79 porque en francés, ochenta se dice "cuatro veces veinte" y los niños tenían problemas con esto; ahora hemos tratado de sensibilizar a los maestros sobre este problema de la numeración oral. También se efectúan ejercicios para que los niños descodifiquen numeraciones extranjeras, a fin de que vean que hay muchas maneras de designar a los números y que cada una tiene sus propias reglas. Las numeraciones que más utilizamos son sobre todo la numeración maya (que aquí se llama "azteca"), que es en base 20; la numeración egipcia que es simplemente una yuxtaposición de símbolos que designan las potencias de la base según la cual hay que adicionar los valores, y la numeración china porque se acerca a la numeración oral.

Este trabajo no tiene por objetivo que los niños desarrollen habilidades con otras numeraciones, es sólo para que se percaten de que una numeración se tiene que analizar, y para que se comprenda mejor el papel que juega el cero, porque este concepto no existe en la numeración oral. Jamás se pronuncia y cuando los niños escriben dictados de números, siempre olvidan los ceros.

Hoy se prefiere realizar juegos en base diez; por ejemplo, el "del banquero". Antes se utilizaban todas las bases: dos, tres, cuatro, cinco, etc. Era muy interesante en el plano experimental y funcionaba en las clases en que se intentó hacer esto, pero la difusión en todo el pais (Francia), fue pésima. Los maestros no entendían muy bien por qué se hacía ese trabajo y había muchos que pedían a los niños hacer muchos cálculos en bases distintas de diez, lo que era poco provechoso. Ahora se ha pedido dejar de lado ese trabajo. Hay siempre una gran diferencia entre la experimentación y la difusión.

Bibliografía

Brousseau, Guy (1986). "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques". *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 7.2. La Pensée Sauvage. Grenoble.

Charnay, Roland (1987). "Apprendre par la résolution de problèmes". *Grand N* n' 42. CRDP. Grenoble.

Douady, Régine (1984) "Jeu de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques". Tesis de doctorado de Estado. Universidad de París VII.

ERMEL. *Apprentissages numeriques. Cycle des apprentissages fondamentaux.* Grand Section de Maternelle. París. Ed. Hatier. 1990. Cours Preparatoire. París. Ed. Hatier. 1991. Cours Elementaire 1. París. Ed. Hatier. 1993.

Fayol, Michel. (1990). *L'enfant et le nombre.* Neuchatel, París, Ed. Delachaux et Niestlé.

Fischer, Jean Paul (1981) "Developpement et fonctions du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans". *Recherche en didactique des mathématiques.* Vol 2-3. La Pensée Sauvage. Grenoble. 1981.

Guettel, Genevève. (1975). *Histoire comparée des numérations écrites.* París. Ed. Flammarion.

Gelman, R. (1983). "Les bébés et le calcul. *La Recherche.* No. 149. París.

Gelam, R. y Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge (MA). H.U.P.

Mugny, G. (1985). *Psychologie sociale du developpement cognitif.* Lausanne. Ed. Peter Lang.