CONFERENCIA
FUNCIONES ALTERNAS

William Alfredo Jiménez
Magister en Docencia de las Matemáticas
Instituto Pedagógico Nacional y Universidad Distrital
Coordinador grupo Talento Matemático del IPN
williamajg@hotmail.com

Sandra Milena Rojas
Magister en Docencia de las Matemáticas
Profesora Fundación Gimnasio los Portales
rojastolosa@yahoo.com.ar

Magda Pilar Ángel Ruiz
Licenciada en Matemáticas
Instituto Pedagógico Nacional
magdispilis1@gmail.com

Resumen
Se presenta una nueva interpretación de la definición de función, haciendo un cambio del conector lógico de la conjunción, involucrado en su definición formal, por los otros 15 conectores lógicos existentes, analizando cuáles relaciones en un conjunto con dos elementos cumplen dicha definición en el conjunto de los reales, para posteriormente hacer una representación gráfica de los 16 tipos de funciones resultantes en el plano cartesiano real.

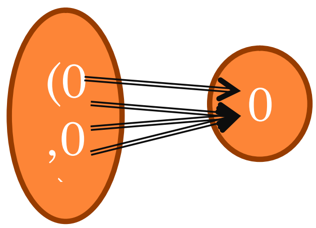
Palabras clave: Función, conectores lógicos.

Abstract
Presenting a new interpretation of the function definition, making a change of logical combination connector, involved in the formal definition for the other 15 existing software connectors, analyzing what relationships in a set with two elements meet that definition at all the real, to later make a graphic representation of the 16 types of functions resulting in the real Cartesian plane.

Key words: Function, logic connectors.

NTRODUCCIÓN

Dado un conjunto A en el que cada uno de sus elemento es un valor de verdad, un conector lógico es una función *f*:Ax A →A (Ostra, 2001). Por ejemplo, el caso más usual es cuando se dan dos valores de verdad: falso (1) y verdadero (0), es decir A={0,1} y AxA={(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)}; en la figura 1.a. se presenta la función definida por el conector (∧).



a.

p	q	∧
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

b.

Figura 1. Función conjunción $\wedge: AxA \to A$

Es habitual presentar las funciones definidas por los conectores en una tabla como aparece en la figura 2.b. conocida como la tabla de verdad del conector; al usar esta representación es posible definir una notación para los conectores. Como se puede ver en la tabla del ∧, en la tercera columna aparece el número 0001 que tiene por característica tener sólo dos posibles dígitos en cuatro posiciones, es decir, un número de cuatro dígitos en base binaria; los números que cumplen esta característica son 16 y cada uno de estos determinará una función *f*:AxA→A denotada con su respectivo número en sistema decimal, en el caso de la función definida por el conector ∧, ésta se identificará con el número 7. Los 16 conectores lógicos en su correspondiente base binaria son: 0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001,1010, 1011, 1100, 1101, 1110, y 1111

DESARROLLO

El Concepto de Función modificando 16 Conectores Lógicos

Uno de los objetos matemáticos más importante en las matemáticas escolares, universitarias y profesionales es el de función debido a su aplicabilidad a la misma ciencia, un claro ejemplo es la invención misma del cálculo diferencial surgido a manos de Newton y Lebnis al estudiar el comportamiento y variación de las funciones reales (Setewart I, 2005). El propósito de este documento es mostrar una ampliación de este concepto con ayuda de los 16 conectores lógicos.

La "definición formal" del concepto de función es una consecuencia del estudio de la teoría de conjuntos en donde los conectores lógicos son una cuestión fundamental a la hora de caracterizar un concepto. Muñoz (2006, p.78) define un conjunto *f* como una función así:

Una función es una relación en la cual no existen dos o más parejas distintas con la misma primera componente; o lo que es lo mismo:

$$f \textit{ es una función} \leftrightarrow f \textit{ es una relación y } \forall(x,y,z)\big((x,y)\in f \wedge (x,z)\in f \rightarrow y=z\big)$$

Con el propósito hacer una interpretación más amplia este concepto, se reemplazará el conector $\wedge$ de esta definición por alguno de los 15 conectores restantes, obteniendo así, diferentes tipos de función. Por ejemplo, la definición de la función tipo 3 (0011) es:

$$f \textit{ es una función tipo 3} \leftrightarrow f \textit{ es una relación y } \forall(x,y,z)\big((x,y)\in f\ 3 (x,z)\in f \rightarrow y=z\big)$$

Con el propósito de encontrar una generalización y una representación de estas 15 funciones definidas sobre el conjunto de los números reales, se analizaron las relaciones de un conjunto con dos elementos (B={n,m}) para determinar cuáles de éstas cumplen con la definición de función. Los resultados aparecen consignados en la tabla 1.

Relaciones Vs. Tipos de función		TIPOS DE FUNCIÓN															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RELACIONES	ϕ	no	si	no	si	no	si	no	si	no	si	no	si	no	si	no	no
	{(n,n)}	no	no	no	no	no	no	no	si	no	no	no	no	no	no	no	no
	{(n,m)}	no	no	no	no	no	no	no	si	no	no	no	no	no	no	no	no
	{(m,n)}	no	no	no	no	no	no	no	si	no	no	no	no	no	no	no	no
	{(m,m)}	no	no	no	no	no	no	no	si	no	no	no	no	no	no	no	no
	{(n,n),(n,m)}	no	no	no	no	no	no	no	no	no	si	no	si	no	si	no	no
	{(n,n),(m,n)}	no	no	no	no	no	no	si	si	no	no	no	no	no	no	si	no
	{(n,n),(m,m)}	no	no	no	no	no	no	si	si	no	no	no	no	no	no	si	no
	{(n,m),(m,n)}	no	no	no	no	no	no	si	si	no	no	no	no	no	no	si	no
	{(n,m),(m,m)}	no	no	no	no	no	no	si	si	no	no	no	no	no	no	si	no
	{(m,n),(m,m)}	no	no	no	no	no	no	no	no	no	si	no	si	no	si	no	no
	{(n,n),(n,m),(m,n)}	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	si	no
	{(n,n),(n,m),(m,m)}	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	si	no
	{(n,n),(m,n),(m,m)}	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	no	si	no
	{(n,m),(m,n),(m,m)}	no	no	no	no	no	no	no	no	No	no	no	no	no	no	si	no
	{(n,m),(m,n),(m,m),(n,n)}	no	no	no	no	no	no	no	no	Si	si	si	si	si	si	si	no

Tabla 1. Estudio de las relación en un conjunto de dos elementos usando como parámetro tipos de función.

El análisis de la tabla 1 permitió deducir que existen cuatro tipos de funciones básicas: 7, 11, 13 y 14, a partir de las cuales se pueden generar las demás; por ejemplo; las funciones tipo 3 dependen de las funciones tipo 11 y tipo 7. Este resultado conlleva a centrar la atención sobre estas funciones básicas, específicamente sobre las condiciones que se encontraron para que una relación sea una función tipo n.

Función tipo 7: esta es la función que se trabaja usualmente en matemáticas.

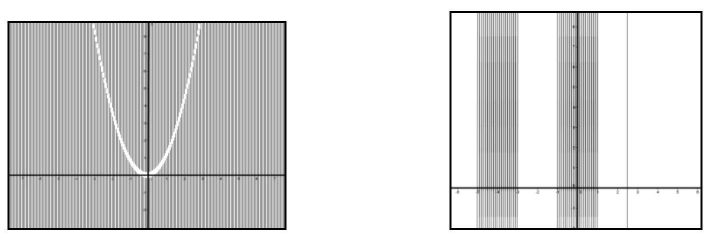
Función tipo 14: *R* es una función tipo 14 en $B \leftrightarrow R^c$ es función tipo 7 en *B*.

Función tipo 11 y 13: *R* es una función tipo 11 o 13 sobre *B* si cumple

$$\forall (x,y) \in R \rightarrow \forall z \in B, (x,z) \in R$$

CONCLUSIONES

Las condiciones dadas para estas funciones permiten realizar su representación gráfica en plano cartesiano real; por ejemplo, la figura 2(*a*) es una función tipo 14 dado que es el complemento de la función real $f(x)=x^2$ y la figura 2(*b*) es una función de tipo 13 o 11 formada por la unión de un conjunto de rectas paralelas al eje *y*.



a. *b.*

Figura 2.

Las condiciones dadas para estos tipos defunción hace que su aparición simultanea sea escasa y la dependencia de las condiciones hace que estos sean los únicos tipos que se deben analizar, sin embargo cabe la duda sobre conceptos relacionados con la función como la derivada, la integral y su interpretación sobre estos nuevos tipos de función.

BIBLIOGRAFÍA

Muñoz, Q. (2002). Introducción a la teoría de conjuntos. Ed. Universidad Nacional de Colombia.

Ostra A. (2001) Simetría y Lógico La notación de Peirce para los 16 conectivos binarios. En memorias XII Encuentro de Geómetra y sus Aplicaciones. Universidad Pedagógica Nacional.

Stewart, I. (2005). De aquí al infinito. Ed. Crítica.