10. Procesos de generalización a partir del estudio en el aula de los conectores lógicos de Peirce

César Guillermo Rendón Mayorga[1]

Introducción

Este artículo describe algunas actividades hechas en la práctica de inmersión docente de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, la cual se desarrolló en el Instituto Pedagógico Nacional (IPN). La práctica en mención se llevó a cabo con estudiantes de grado undécimo en la asignatura de Probabilidad, materia que se aborda en el colegio desde el aprendizaje de la teoría de conjuntos. En este documento se detallará la manera como se enseñan los conectores lógicos en la institución, posteriormente se comentarán los aportes relacionados al uso de los conectores lógicos de Peirce en el aula, así como los resultados arrojados.

Antecedentes

En principio conviene hacer un recuento breve sobre el estudio de las proposiciones en la escuela. Normalmente, las proposiciones se estudian en el aula a partir de ejemplos verbales, las operaciones entre éstas se trabajan utilizando tablas de verdad con los valores de verdadero (V) y falso (F), también se implementa la simbología usual de los conectores entre proposiciones: para la conjunción, para la disyunción, la implicación, para la equivalencia, ¬ es el símbolo de negación y el de la disyunción exclusiva.

Parte del trabajo que se lleva a cabo en el IPN consiste en cambiar la notación de los conectores lógicos y emplear símbolos diferentes a V y F para los valores de verdad. Lo anterior se hace así: a cambio de V y F para los valores de verdad, se usan los números 0 y 1 del sistema binario, los cuales corresponden a verdadero y falso respectivamente. Esto genera que las tablas de verdad tengan otro aspecto, como se ve en el siguiente ejemplo para la conjunción:

P	$\wedge$	q	
V	V	V	
V	F	F	
F	F	V	
F	F	F	

Tabla de la conjunción usando notación clásica.

p	$\wedge$	q
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	1	1

Tabla de la conjunción usando notación binaria

Considerando que es posible hacer 16 combinaciones diferentes de cuatro elementos con 0 y 1, se concluye que existen 16 maneras distintas de operar proposiciones. Así, por ejemplo, el número 0001 representa la disyunción, en tanto solamente es falsa cuando el antecedente y el consecuente son falsos. El 0100 corresponde a la implicación porque sólo es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, etc.

Notar que la columna central de la tabla, con el número 0111, es el número 7 escrito en base dos, por lo cual la *conjunción* recibe el nombre de *operación 7* (análogamente se generan las operaciones 0, 1, 2,…, 15). Esta manera de presentar los conectores lógicos usando el sistema binario ha propiciado que sean los muchachos quienes descubran por sí mismos que existen más operaciones entre proposiciones además de las clásicas.

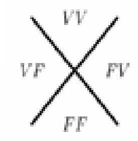
---

1 Estudiante de Licenciatura en Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. e-mail: dma_crendon201@pedagogica.edu.co

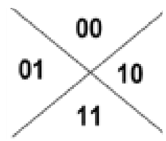
A continuación se presentan los conectores de Peirce, la manera como se trabajaron en el salón y los resultados obtenidos.

Los conectores lógicos de Peirce en el aula de clase

La idea esencial de Peirce es que el símbolo de un conector refleje algunas de sus propiedades matemáticas. Para lograrlo, el método que propone para representar los conectores tiene, como se puede ver las tablas de verdad, cuatro filas en las que aparecen los valores de verdadero o falso. Cada fila tiene una posible combinación de estos valores (VV, VF, FV, FF). Con esta idea en mente se dibuja una "X" y en cada *sección* de la X se coloca una de las posibles combinaciones entre verdadero y falso, obteniendo la siguiente figura:

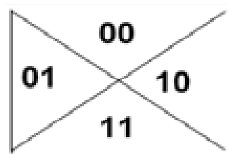


Representación de Peirce con los símbolos clásicos



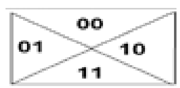
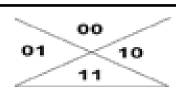
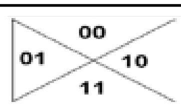
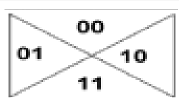
Representación de Peirce con símbolos del sistema binario.

Cuando una de las combinaciones resulte falsa, se cierra el cuadrante correspondiente con un segmento. Por ejemplo, para representar el conector de la *operación 4* (0100 en base dos) que es la misma implicación y resulta falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, esto es el caso 01, entonces el conector Peirce es:



Conector 4 (implicación) en representación de Peirce.

En efecto, se puede ver que se traza un segmento en 01 porque en la tabla de verdad este caso es el único que resulta falso. Replicando el procedimiento para cada uno de los 16 conectores lógicos, se obtienen 16 símbolos de Peirce. La siguiente imagen ilustra los conectores de Peirce para algunas de las operaciones entre proposiciones:

Nombre de la operación	**Valor de verdad en el sistema binario**	**Conector aristotélico**	**Conector de Peirce**
Conjunción	0111		
Disyunción	0001		
Implicación	0100		
Bicondicional	0110		

La presentación de estos conectores se hizo en una sesión de clase en la cual los estudiantes dibujaban cada conector según la indicación y los asociaban con su operación correspondiente. Una vez que se familiarizaron con los conectores de Peirce se les solicitó devolverse a las tablas de verdad con sistema binario y se les pidió que mencionaran dos operaciones que fueran conmutativas (esto es, que operar 0 con 1 resulte igual que operar 1 con 0). Ante esto, la mayoría de estudiantes nombraron las operaciones 0 (0000) y 6 (0110). A continuación, se les pidió dos operaciones que fueran idempotentes (esto es, que operar 0 con 0 tenga el mismo resultado que operar 1 con 1), y nombraron las operaciones 4 (0100) y 9 (1001).

Con base en lo anterior se les propuso la siguiente actividad grupal:

- En relación con las operaciones conmutativas y sus respectivos conectores de Peirce, establezcan un criterio para determinar, sólo a partir del conector, cuándo una operación es conmutativa.

- De forma análoga al ítem anterior, establezcan un criterio para determinar cuándo una operación es idempotente a partir del conector de Peirce.

- Siguiendo la misma línea de los ítems anteriores, generen un criterio que determine cuándo una operación es unipotente[2] a partir del conector de Peirce.

La actividad permitió que emergiera un espacio de discusión entre los (las) estudiantes en el cual realizaron procesos de discriminación (para establecer cuáles conectores cumplen una propiedad y cuáles no) y de generalización (para notar la característica común en los conectores conmutativos, en los idempotentes y en los unipotentes). Finalmente, se institucionalizaron en la clase todos los hallazgos y se establecieron los criterios:

✓ Si el conector de Peirce es abierto a ambos lados o cerrado a ambos lados, entonces la operación que representa es conmutativa (las operaciones 0, 1, 6, 7, 8, 9, 14 y 15).

✓ Si el conector de Peirce está abierto arriba y abajo, o si está cerrado arriba y abajo, entonces la operación que representa es idempotente (las operaciones 0, 2, 4, 6, 9, 11, 13 y 15).

✓ Si el conector está cerrado abajo y abierto arriba, implica que la operación que representa es unipotente (las operaciones 1, 3, 5 y 7).

Esta actividad posibilitó la inclusión de una temática normalmente no abordada en el aula de clase, la cual propició el desarrollo de procesos lógicos en los estudiantes.

Conclusiones

La realización de este trabajo permitió comprobar, en primer lugar, que sí es posible *construir matemáticas* en el aula de clase (elementales, pero matemáticas al fin). También se pudo evidenciar cómo la introducción de distintos tipos de representación para un objeto matemático puede facilitar procesos lógicos como generalizar, inducir y deducir.

Finalmente, se quiere mencionar que en la actualidad continúa este trabajo en el IPN y que algunos estudiantes han desarrollado criterios para determinar propiedades como la asociatividad, el elemento neutro, inversos, etc. Especiales agradecimientos a la profesora Margarita Rojas de Roa, asesora de esta práctica docente, al profesor Irwin Medina Meléndez, docente titular del IPN y, principalmente, a los y las estudiantes del IPN de grado undécimo (promoción 2014), por su colaboración en las actividades propuestas.

2 Se considera aquí una operación unipotente cuando al operar 0 con 0 el resultado es 0, y al operar 1 con 1 el resultado es 1.

REFERENCIAS

Morera, J., Hurtado, C., y Jiménez, W. (2012). *Una propuesta alternativa para la enseñanza de la teoría de conjuntos*. En G. Obando, Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (pp. 1266-1271). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.

Oostra, A. (2004). La notación diagramática de Peirce para los conectivos proposicionales binarios. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, 28(106), 57-70.

Oostra, A. (2011). *La lógica gráfica de C.S Peirce*. Memorias del XXIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Zalamea, F. (1993). *Una jabalina lanzada hacia el futuro: anticipos y aportes de C.S Peirce a la lógica matemática del siglo XX*. Mathesis - Universidad Nacional de Colombia, 9, 391-404.