

## CONSIDERACIONES SOBRE EL CURRÍCULO ESCOLAR DE MATEMÁTICAS

DR. LUIS RICO

*El presente trabajo es una reflexión sobre el currículo de las matemáticas escolares para el periodo de la educación obligatoria. La noción de currículo se articula sobre las componentes clásicas: contenidos, objetivos, metodología y evaluación. La reflexión se centra sobre la revisión de los fines de la educación matemática, la consideración cognitiva del conocimiento matemático y la visión actualizada de la evaluación en matemáticas. La apuesta por un profesional de la educación matemática autónomo y crítico es uno de los hilos conductores de este trabajo.*

### MATEMÁTICAS ESCOLARES

La reflexión y valoración sobre las matemáticas escolares han experimentado en los últimos años cambios profundos y consistentes derivados de los nuevos avances en el campo de la educación, de los estudios sobre sociología del conocimiento, del desarrollo de la educación matemática y de la profesionalización creciente de profesores y educadores matemáticos. Este marco concibe la educación como “ese proceso mediante el cual un individuo en formación es iniciado en la herencia cultural que le corresponde” (Mead, 1985, p. 191), el modo en que cada generación transmite a las siguientes sus pautas culturales básicas. La educación hace referencia a un sistema de valores, considera la práctica social en la que se incardina, se basa en unos fundamentos éticos y reflexiona sobre las implicaciones políticas conexas.

La sociología del conocimiento establece que, como en el resto de las disciplinas científicas, las representaciones matemáticas son construcciones sociales. La conjetura de la construcción social ubica el conocimiento, la cognición y las representaciones en los campos sociales de su producción, distribución y utilización. El conocimiento científico es constitutivamente social debido a que la ciencia está socialmente orientada y los objetivos de la ciencia están sustentadas socialmente (Restivo, 1992). El conocimiento matemático, como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias materiales de personas que interactúan en entornos particulares, culturas y períodos históricos.

Teniendo en cuenta esta dimensión social, el sistema educativo –y, en particular, el sistema escolar– establece multitud de interacciones con la comunidad matemática, ya que se ocupa de que las nuevas generaciones sean iniciadas en

los recursos matemáticos utilizados socialmente y en la red de significados o visión del mundo en que se encuentran enclavados; esto es, organiza un modo de práctica matemática. En las sociedades modernas, el sistema escolar es una institución compleja, que implica a multitud de personas y organismos y trata de satisfacer, simultáneamente, una diversidad de fines no siempre bien delimitados y coordinados. Dentro del sistema escolar tiene lugar gran parte de la formación matemática de las generaciones jóvenes. Esta institución debe promover las condiciones para que los más jóvenes lleven a cabo su construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos.

La dimensión educativa lleva a considerar el conocimiento matemático como una actividad social, propia de los intereses y la afectividad del niño y del joven, cuyo valor principal está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas útiles, a cuyo dominio hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo. El educador se ocupa de iniciar a los niños y adolescentes en la cultura de la comunidad a la que pertenecen y de transmitirles sus valores sociales. De esta cultura también forma parte el conocimiento matemático, que debe comunicarse en toda su plenitud a cada generación. La tarea del educador matemático lleva una gran responsabilidad, puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que, permanentemente, surgen y se entrecruzan en el mundo actual.

Las investigaciones y estudios internacionales interesados en la mejora curricular y la difusión de las innovaciones, así como la constitución de una comunidad supranacional de educación matemática que trata de superar los aislamientos culturales tradicionales e incorporar las realizaciones sociales propias en una corriente de ideas dinámica y progresista, presentan datos que caracterizan el momento actual del currículo de matemáticas dentro del sistema educativo en los países avanzados o en vías de desarrollo. Esta consideración global tiene su especificidad en cada país y comunidad, pero presenta rasgos comunes a nivel internacional.

También, y de modo no secundario, debe tenerse en cuenta el continuo y permanente trabajo de miles de profesores, cientos de equipos de trabajo y seminarios permanentes, decenas de reuniones, congresos, jornadas y simposios, que se expresan y manifiestan en las revistas y publicaciones periódicas, en las actas de los congresos y en los libros especializados en educación matemática. Todos estos espacios de comunicación y fuentes documentales constituyen el entramado actual que informa sobre una situación rica y fecunda y que profundiza en la

innovación sobre nuestros hábitos de razonamiento y la forma de adquirirlos y enseñarlos.

En los últimos años la comunidad docente ha ido decantando una nueva visión de las matemáticas escolares basada en:

- La aceptación de que el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento.
- La necesaria consideración instrumental del conocimiento matemático desde un punto de vista cognitivo, donde se interpretan los conceptos y estructuras matemáticas como herramientas mediante las que se realizan determinadas funciones y se ponen en práctica determinadas competencias.
- El reconocimiento de que un núcleo importante de conceptos y procedimientos de las matemáticas forman parte del bagaje de conocimientos básicos que debe dominar el ciudadano medio; por ello las matemáticas no pueden ser un filtro sino un elemento de promoción y homologación de los alumnos.
- La consideración de los procesos constructivos y de la interacción social en el aprendizaje del conocimiento matemático, en la creación de los sistemas de símbolos y estructuras significativas a los que denominamos matemáticas.
- La necesidad de incorporar, buscar e implementar nuevas tecnologías que pongan a jóvenes y niños en contacto con los aspectos más avanzados de la sociedad y les preparen para desenvolverse en un mundo cambiante.
- La visión activa de la enseñanza, en la que la manipulación de objetos y la elaboración de modelos constituyan una etapa obligada en la adquisición y dominio de los conceptos; al mismo tiempo, una enseñanza menos dirigista y más centrada en la creatividad, el aprendizaje interactivo, la resolución de problemas y la valoración crítica de las decisiones.

## ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Las matemáticas escolares suscitan la concurrencia de dos disciplinas de indagación científica bien diferentes. Por un lado, tenemos la enseñanza de las matemáticas, cómo deben enseñarse y, por otro, el aprendizaje de las matemáticas, cómo se aprenden. Las teorías del aprendizaje describen cómo el niño aprende, es decir, cómo se apropia y construye el conocimiento y, en función de ello, modifica su conducta y avanza en su comprensión. Las teorías instructivas tratan de emitir conclusiones sobre cómo la enseñanza debería llevarse a cabo. Unas teorías son descriptivas y las otras son prescriptivas, y la conexión entre ambas debiera estar más consolidada. Pese a ello, parece aceptado que la instrucción necesita ser consistente con lo que ya sabemos sobre cómo el niño aprende o piensa.

Los docentes podemos extraer una serie de consideraciones de la interconexión entre teorías del aprendizaje, basadas en los avances recientes de la psicología cognitiva, y los conocimientos sobre la enseñanza. Entre estas consideraciones destacamos:

- Las matemáticas escolares no se deben asumir como una disciplina estáticamente acotada, centrada sólo en el dominio de hechos y destrezas mediante una reiteración de tareas. Esta visión supone un empobrecimiento de lo que es el conocimiento matemático y olvida la riqueza de relaciones que están en la base de cualquier concepto y de las conexiones entre los mismos. Por otra parte, al limitar los procedimientos a la ejecución mecánica de tareas, se prescinde de la invención, el ensayo, la creatividad, las conjeturas y refutaciones, la significación dentro de un contexto, y tantos otros aspectos que una visión más amplia de los procedimientos matemáticos permite contemplar.
- La adopción de una concepción más completa de las potencialidades del alumno implica no verlo como “recipiente vacío” que asimila pasivamente contenidos aislados de las acciones concretas y de su utilidad, en lugar de experimentarlos por sí mismo para dotarlos de significado. Esto se refiere a la aceptación de que el alumno va construyendo su propio conocimiento al integrar nueva información en redes conceptuales ya existentes.
- El aprendizaje de las matemáticas escolares es siempre un proceso interactivo, resultado de una variedad de interacciones del alumno con su maestro, compañeros, familia y sociedad. Conviene desterrar el determinismo individualista que considera que el niño aprende aisladamente y por sí solo. Por ello conviene fomentar la participa-

ción, la discusión y la libre expresión de las propias ideas; insistir en la capacidad de justificar los propios argumentos y proporcionar razones que los hagan creíbles y estimular la capacidad para extraer implicaciones de una situación hipotética. Todo ello conlleva una flexibilización en los agrupamientos, el estímulo del trabajo en equipo, el intercambio de ideas y la selección y elaboración de información de modo compartido.

- El aprendizaje de las matemáticas escolares se produce sobre la base de conocimientos previos, algunos de tipo intuitivo e informal. La acción sobre objetos reales, las manipulaciones a las que se pueden someter esos objetos, las representaciones ingenuas que podemos hacer de los mismos, y, en general, cualquier actuación que ponga de manifiesto relaciones que pueden considerarse entre objetos diversos, son un paso previo imprescindible en la comprensión y asimilación de los conceptos matemáticos. Esta “fase experimental” proporciona una rica base de representaciones, en la que las relaciones que constituyen un concepto quedan asimiladas por el alumno y se integran en la red conceptual previamente existente.
- El conocimiento matemático no se genera de modo rápido y acabado. Todo proceso de aprendizaje es lento, necesita claves de procesamiento continuo y nunca está totalmente concluido. Nosotros adultos nos vemos a veces sorprendidos por el descubrimiento de nuevas e insólitas relaciones que proporcionan visiones fecundas a nuestro conocimiento matemático ya consolidado. La red de relaciones entre los hechos, conceptos y estructuras matemáticas es prácticamente inagotable, y su capacidad para plantear nuevos algoritmos y generar procedimientos imprevistos es igualmente ilimitada. Por ello, no podemos dar por finalizado el dominio de ningún concepto en un breve periodo de tiempo. Es distintivo de las matemáticas que todo nuevo conocimiento se ponga, de un modo u otro, en conexión con conocimientos previamente establecidos. De esta forma se consolida el sistema en su globalidad y se mejora la capacidad de razonamiento del alumno. En este marco general de reflexión debemos tener en cuenta que insertar el aprendizaje de las matemáticas en la realidad escolar implica trabajar necesariamente en todos los contextos en los que esta materia toma sentido. La escuela no es sólo taller, granja, fábrica, laboratorio o asamblea. Es todo eso y algo más; es el entorno ecológico donde se lleva a cabo gran parte del proceso de culturización de las generaciones en formación.

- La visión crítica de la educación matemática ha destacado la importancia de considerar diferentes perspectivas por lo que se refiere al conocimiento escolar de las matemáticas (Skovsmose, 1994). En primer lugar, es un conocimiento matemático que abarca una serie de competencias formales. En segundo lugar, es también conocimiento tecnológico ya que se refiere a la capacidad para aplicar unos determinados conceptos y procedimientos a la resolución práctica de problemas y, de un modo más sistemático, a la consecución de metas tecnológicas; este tipo de conocimiento constituye la concreción más potente de las aplicaciones del conocimiento matemático al correspondiente campo de fenómenos en las sociedades avanzadas. En tercer lugar, el sistema de los números naturales debe ser parte del conocimiento reflexivo, es decir, de aquel que tiene que ver con la evaluación y la discusión general de lo que se identifica como propósito tecnológico y con las consecuencias éticas y sociales de abordar dichos objetivos con los instrumentos elegidos. El planteamiento crítico sostiene que el conocimiento matemático está conectado con la vida social de los hombres, que se utiliza para tomar determinadas decisiones que afectan a la colectividad y que sirve como argumento de justificación. Por lo tanto, debe ser analizado y evaluado no sólo en sus fundamentos sino también en sus aplicaciones.

## LAS MATEMÁTICAS COMO ELEMENTO DE CULTURA

Conviene reflexionar, brevemente, sobre el papel que desempeñan las matemáticas dentro del sistema escolar. Las matemáticas son un ingrediente básico de la cultura pues existen en un medio social y humano determinado. Por esta razón constituyen un modo importante de relación y comunicación entre personas, que da forma y permite expresar múltiples actividades del hombre. Las matemáticas son un elemento de la cultura, una herramienta que la interpreta y elabora, puesto que atienden a planes, fórmulas, estrategias y procedimientos que gobiernan la conducta, permiten ordenar el comportamiento del hombre, marcan pautas de racionalidad, y ayudan a que surja y se desarrolle el pensamiento científico. El pensar matemático, que es social y público, consiste en dar significado y compartir un simbolismo lógico, espacial y cuantitativo que permite expresar y desarrollar las capacidades humanas de relación, representación y cuantificación.

Este proceso de culturización lo denominamos educación matemática, proceso que, cuando se lleva a efecto en el sistema escolar obligatorio, debe abarcar dos niveles: el de la **alfabetización matemática básica**, constituido por los co-

nocimientos elementales y competencias básicas sobre números, formas y relaciones, y el del **perfeccionamiento matemático**, formado por los conocimientos necesarios para desenvolverse con holgura en la sociedad y desempeñar un puesto profesional de cualificación media. Queda un tercer nivel, el de la **especialización**, ajeno a la escolaridad obligatoria, que se manifiesta en la utilización de conocimientos matemáticos de alto nivel de complejidad, y que se presenta en sectores sociales y profesionales con mayor nivel de responsabilidad científica, económica o cultural.

El proceso de culturización que llamamos educación matemática se lleva a efecto principalmente mediante la enseñanza y el aprendizaje de determinados conocimientos matemáticos básicos a los que denominamos, globalmente, matemáticas escolares.

Constituye un rasgo distintivo de las sociedades con mayor avance científico y técnico contemplar la educación matemática como uno de los elementos esenciales en la preparación de las generaciones en formación. Uno de los retos claves en el momento actual consiste en la democratización de la cultura. Por ello se hace necesaria la incorporación de la totalidad de la población al conocimiento, los valores y las pautas de actuación marcados por la educación matemática, de manera que nuestra disciplina deje de ser un criterio fuerte de discriminación y pase a constituir un factor más de la necesaria igualdad básica entre los ciudadanos que preconiza una sociedad democrática.

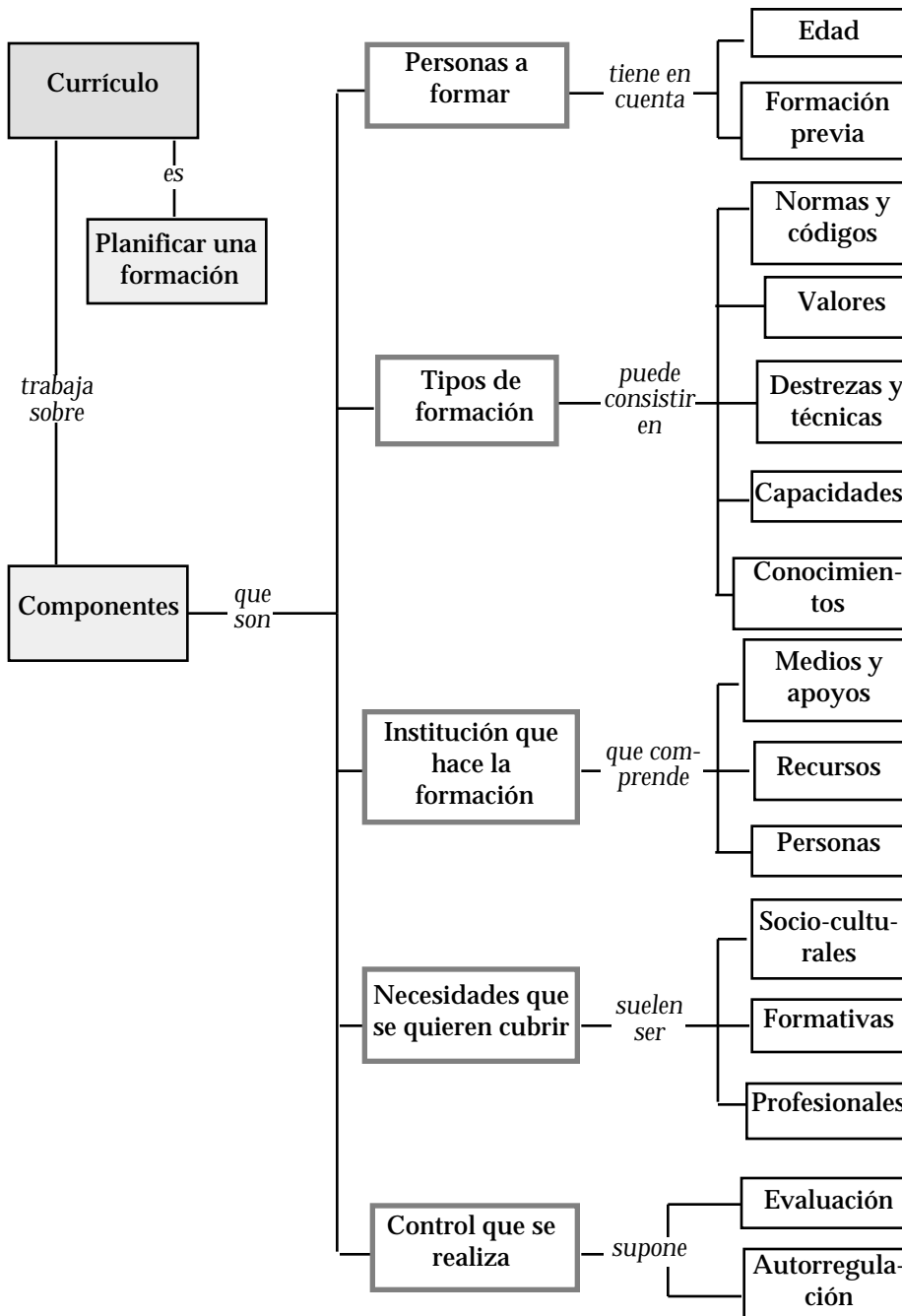
## NUESTRA NOCIÓN DE CURRÍCULO

En su acepción educativa, el concepto de currículo es de origen anglosajón y, en la actualidad, se ha convertido en un término genérico con el que se denomina toda actividad que considere el hecho de **planificar una formación**.

Toda reflexión de carácter curricular contempla, explícita o implícitamente, los siguientes elementos:

- a. el colectivo de personas a formar,
- b. el tipo de formación que se quiere proporcionar,
- c. la institución social en la que se lleva a cabo la formación,
- d. las necesidades que se quieren cubrir,
- e. los mecanismos de control y valoración.

Esquemáticamente tenemos:





Los elementos a. y c. vienen establecidos institucionalmente para cada país, mediante las leyes generales y el sistema público para la educación. Por lo que se refiere a las matemáticas escolares, la educación obligatoria comprende a los niños y niñas entre los 6 y los 14 años, en algunos países; mientras que en otros alcanza hasta los 16 años de edad. Esta formación se realiza en la institución conocida como escuela o colegio, tanto si es de carácter público como si es privado.

Los elementos b., d. y e. son objeto de reacomodación y revisión periódicas y, cuando se inicia un periodo de renovación del sistema escolar, suelen concretarse en uno o varios documentos de carácter oficial.

Como desarrollo de las directrices generales que marcan los documentos oficiales cada uno de los materiales que contribuye al diseño y puesta en práctica de un determinado proyecto curricular expresa una concreción de los **fines o metas**, de la **organización del contenido**, de los **métodos y recursos** para trabajar en el aula y de los **medios e instrumentos para la evaluación**. Pasamos a exponer nuestra visión de los fines, del contenido y de la evaluación de las matemáticas escolares.

## FINES Y METAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Las razones con las que usualmente se justifica la presencia de las matemáticas en la educación obligatoria responden a tres tipos de argumentos. En primer lugar, se considera que las matemáticas tienen un alto valor formativo porque desarrollan las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión que caracterizan al pensamiento formal. En este sentido las matemáticas son valiosas ya que permiten lograr mentes bien formadas, con una adecuada capacidad de razonamiento y organización.

En segundo lugar, las matemáticas tienen interés por su utilidad práctica. Las matemáticas aparecen en todas las formas de expresión humana, permiten codificar información y obtener una representación del medio social y natural, suficientemente potente como para permitir una actuación posterior sobre el mismo. Al describir un fenómeno en términos de un modelo matemático se pueden inferir conclusiones lógicas sobre el modelo, que predican el comportamiento futuro del fenómeno y, de ahí, conjeturar los cambios que se pueden producir o las regularidades que se van a mantener.

En tercer lugar, las matemáticas proporcionan, junto con el lenguaje, uno de los hilos conductores de la formación intelectual de los alumnos. Las matemáticas necesitan de un desarrollo continuo y progresivo que, a su vez, permite apreciar el desarrollo alcanzado por el alumno. La madurez alcanzada por cada niño a lo largo de su formación escolar tiene dos indicadores principales: su ca-

pacidad de expresión verbal –que se pone de manifiesto en su dominio del lenguaje– y su capacidad de razonamiento –puesta de manifiesto por las matemáticas, de modo destacado. Por otra parte, debido a su carácter de herramienta, las matemáticas suponen un instrumento común de trabajo para el resto de las disciplinas.

Niss (1994) reconoce dos modos diferentes de argumentación en los estudios sobre fines de la educación matemática: argumentos utilitarios y argumentos de formación general. Entre los argumentos utilitarios señala los más destacados: los que centran el interés de las matemáticas escolares en la formación que proporcionan para desenvolverse en la vida, los que centran dicho interés en las necesidades ocupacionales y los que consideran más importante la función de requisito previo para el estudio de otras ciencias. Los argumentos basados en la formación general de los alumnos abarcan los que se refieren al desarrollo de las capacidades formativas, a la promoción de la personalidad y las actitudes y, finalmente, los que consideran el valor estético y el carácter lúdico y recreativo de las matemáticas.

Ambas categorías de argumentos se pueden relacionar con dos propósitos generales diferentes: servir a la sociedad o servir al individuo. Al cruzar estas dos dimensiones Niss establece una matriz de dos por dos, en la que es posible ubicar la mayoría de las reflexiones sobre finalidades de la educación matemática.

Atendiendo a las consideraciones anteriores, los fines que nosotros consideramos prioritarios en educación matemática son los siguientes:

- 1) Desarrollar la capacidad de pensamiento del alumno, permitiéndole determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias, y, en definitiva, potenciar su razonamiento y su capacidad de acción.
- 2) Promover la expresión, elaboración y apreciación de patrones y regularidades, así como su combinación para obtener eficacia o belleza. Las matemáticas han de promover el uso de esquemas y representaciones gráficas, fomentar el diseño de formas artísticas y la apreciación y creación de belleza.
- 3) Lograr que cada alumno participe en la construcción de su conocimiento matemático. Las matemáticas escolares han de ser asequibles, no pueden constituir un factor de discriminación.
- 4) Estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas y asumir la toma conjunta de decisiones.

- 5) Desarrollar la capacidad para el razonamiento, el trabajo científico y la búsqueda, localización y resolución de problemas.
- 6) Permitir una incorporación eficaz al mercado de trabajo, contemplando las necesidades de adaptación a las evoluciones del mismo.

## ORGANIZACIÓN DEL CONTENIDO

Compartimos el punto de vista cognitivo, que considera el conocimiento matemático organizado en dos grandes campos: conceptual y procedimental. “El conocimiento conceptual se caracteriza más claramente como conocimiento que es rico en relaciones. Puede pensarse como una membrana conectada de conocimiento, una red en la que las relaciones de conexión son tan importantes como las piezas discretas de información. Las relaciones saturan los hechos y proposiciones individuales de modo que todas las piezas de información están conectadas a alguna red. De hecho, una unidad de conocimiento conceptual no puede ser una pieza aislada de información; por definición es una parte del conocimiento conceptual sólo si su poseedor reconoce su relación con otras piezas de información” (Hiebert & Lefevre, 1986, p. 3).

El conocimiento procedimental consiste en los modos de ejecución ordenada de una tarea, lo constituyen las “reglas, algoritmos o procedimientos empleados para resolver una tarea. Hay instrucciones paso por paso que prescriben cómo concluir una tarea. Un rasgo clave de los procedimientos es que se ejecutan en una secuencia lineal predeterminedada. Es la naturaleza claramente secuencial de los procedimientos la que probablemente los diferencia de otras formas de conocimiento” (Hiebert & Lefevre, 1986, p. 6).

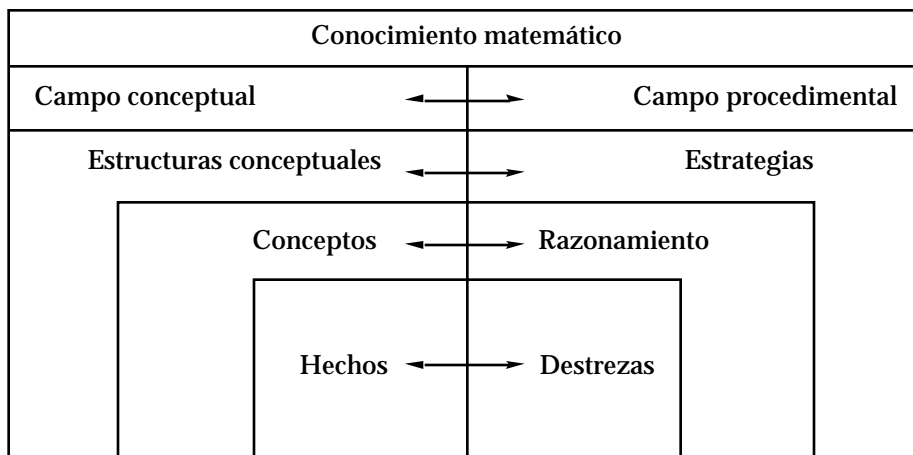
Los **conceptos** son aquello con lo que pensamos y, según su mayor o menor concreción, podemos distinguir tres niveles de conocimientos en el campo conceptual:

- a. Los **hechos**, que son unidades de información y sirven como registros de acontecimientos.
- b. Los **conceptos** propiamente tales, que describen una regularidad o relación de un grupo de hechos, suelen admitir un modelo o representación y se designan con un signo o un símbolo.
- c. Las **estructuras conceptuales**, que sirven para unir conceptos o para sugerir formas de relación entre conceptos constituyendo, a veces, conceptos de orden superior, ya que pueden establecer algún orden o relación entre conceptos no inclusivos.

Los **procedimientos** son aquellas formas de actuación o ejecución de tareas matemáticas. Igualmente podemos distinguir tres niveles diferentes en el campo de los procedimientos:

- a. Las **destrezas** consisten en transformar una expresión simbólica desde una forma dada hasta otra forma, y para ello hay que ejecutar una secuencia de reglas sobre manipulación de símbolos. Por lo general, las destrezas se ejecutan procesando hechos.
- b. Los **razonamientos** se presentan al procesar relaciones entre conceptos, y permiten establecer relaciones de inferencia entre los mismos.
- c. Las **estrategias**, que se ejecutan sobre representaciones de conceptos y relaciones. Ellas operan dentro de una estructura conceptual y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse, teniendo en cuenta las relaciones y conceptos implicados.

Esquemáticamente podemos expresar nuestra consideración del conocimiento matemático así:



En el cuadro se indican las relaciones de inclusión entre los diferentes niveles de cada uno de los campos y las conexiones entre ellos. A su vez, en cada uno de estos niveles se pueden distinguir varios tipos, que pasamos a presentar brevemente.

### Hechos

Se distinguen cuatro tipos de hechos: términos, notaciones, convenios y resultados.

*Términos.* Son las denominaciones o vocablos con los que designamos los conceptos o las relaciones entre conceptos. En matemáticas hay términos específicos y otros que proceden del lenguaje común.

*Notaciones.* Son los signos y símbolos empleados en matemáticas para expresar una idea de modo breve y preciso. Aunque las matemáticas emplean un lenguaje simbólico, no conviene comenzar el trabajo con los alumnos presentando los símbolos y notaciones.

*Convenios.* Son acuerdos tácitos o consensuados para comunicar información sin ambigüedad, evitando largas explicaciones. Gran parte del trabajo del matemático está basado en el dominio de convenios sobre manipulación de símbolos y representaciones.

*Resultados.* Son unidades de información producto directo e inmediato de relaciones entre términos, susceptibles de ser memorizadas, cuyo dominio y control conviene disponer para trabajar en matemáticas sin tener que partir siempre de cero.

## **Técnicas y destrezas**

Las técnicas y destrezas suponen el dominio de los hechos y de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas. Distinguimos entre destrezas según el campo de las matemáticas escolares en el que operan, y las clasificamos en: aritméticas, métricas, geométricas, gráficas y de representación.

*Destrezas aritméticas.* Son aquellas necesarias para un correcto dominio del sistema decimal de numeración y de las cuatro operaciones básicas. Entre las más destacadas podemos señalar la lectura y escritura de números, el cálculo mental con dígitos y algunos números de dos cifras, el cálculo con papel y lápiz, y el empleo de la calculadora.

*Destrezas métricas.* Son las destrezas necesarias para emplear correctamente los aparatos de medida más comunes de las magnitudes longitud, tiempo, amplitud, capacidad, peso y superficie. También se incluye aquí el dominio del sistema métrico decimal.

*Destrezas geométricas.* Se incluyen aquí las rutinas para construir un modelo de un concepto geométrico, para manipularlo o para hacer una representación del mismo en el plano. También se incluye el dominio y empleo correcto de determinados convenios para expresar relaciones entre conceptos geométricos.

*Destrezas gráficas y de representación.* El uso de modelos gráficos no está limitado a la representación de conceptos geométricos. Cuando se hace una representación lineal de los números, cuando se emplea una gráfica para expresar una relación entre dos variables, o cuando se simboliza una fracción sobre una figura se están utilizando destrezas de tipo gráfico, que suponen el empleo de determinados convenios para dar una imagen visual de un concepto o relación.

## **Conceptos**

Consideramos los conceptos como una serie de unidades de información (hechos) conectados entre sí mediante una multiplicidad de relaciones. El concepto lo constituyen tanto los hechos como las relaciones entre los mismos y se representa mediante sistemas simbólicos y gráficos. Usualmente todo concepto admite una o varias representaciones de carácter gráfico o simbólico. Cada concepto se caracteriza por la mayor o menor complejidad de relaciones que se pueden establecer entre los hechos cuya regularidad expresa, que a su vez va a permitir establecer nuevas relaciones con otros conceptos.

Pensemos en el concepto “cuadrado”. Está constituido por una serie de hechos básicos (cuatro lados, cuatro vértices, cuatro ángulos) y unas relaciones fundamentales entre los mismos (lados iguales, ángulos iguales, cada dos vértices determinan un lado, cada dos lados determinan un ángulo, los lados forman una poligonal cerrada, etc.). La imagen gráfica del cuadrado constituye, por otra parte, uno de los anagramas fundamentales en el trabajo con matemáticas.

## **Razonamiento**

La capacidad para establecer nuevas relaciones entre las unidades de información que constituyen un concepto se expresa mediante una secuencia argumentativa a la que solemos llamar razonamiento. El razonamiento es la forma usual de procesar conceptos, es decir, de derivar unos conceptos de otros o implicar una nueva relación sobre la base de las relaciones ya establecidas. El razonamiento lógico-deductivo se ha considerado como la forma de procedimiento matemático preferente, lo cual no deja de ser una simplificación. En matemáticas, además del razonamiento deductivo, se emplean el razonamiento inductivo y el analógico. En cualquiera de los razonamientos se utilizan destrezas de diferentes clases. Cuando un determinado razonamiento se ejecuta con unas pautas de rigor, precisión, concisión y elegancia se estandariza con alguna denominación especial: prueba, teorema, etc. En el trabajo con alumnos de la educación obligatoria, un razonamiento será todo argumento suficientemente fundado que dé razón o justifique una propiedad o relación. Las capacidades de expresión y comunicación de los alumnos las consideramos como una parte importante de su capacidad de razonamiento.

## **Estructuras conceptuales**

Los conceptos, a su vez, no constituyen unidades aisladas de información. Entre ellos se puede establecer una gran riqueza de relaciones que forman auténticas redes conceptuales. Las relaciones entre conceptos dan lugar a nuevas estructuras, en las que cada uno de los conceptos que la forman queda caracterizado por las relaciones que mantiene con el resto. Las relaciones que se trabajan en el periodo de la educación obligatoria son importantes porque van poniendo las bases de algunas de las estructuras conceptuales claves para la formación matemática de cada alumno. Las estructuras aditiva y multiplicativa y el razonamiento proporcional están entre los ejemplos más conocidos. Las estructuras conceptuales constituyen la esencia del conocimiento matemático organizado, los hechos y destrezas toman sentido y significado dentro de ellas. Por ello el establecimiento y reconocimiento de las relaciones que se dan entre los conceptos con los que se está trabajando debe ser un elemento permanente de reflexión.

## **Estrategias**

En el entramado de relaciones que constituyen una estructura conceptual hay multitud de vías para responder a una determinada cuestión, que toma su sentido cuando se enuncia en términos de los conceptos que forman parte de esa estructura. En unos casos se puede seguir un camino prioritariamente deductivo, es decir, siguiendo las reglas de razonamiento lógico; pero la mayor parte de las veces no suele ocurrir ésto, sino que se combinan argumentos deductivos con otros de carácter inductivo, con representaciones y modelos, algunas intuiciones y razonamientos no explicitados. Cualquier procedimiento o regla de acción que permite obtener una conclusión o responder a una cuestión (resolución de problemas) haciendo uso de relaciones y conceptos, generales o específicos de una determinada estructura conceptual, se denomina estrategia. Las estrategias comprenden al razonamiento y a las destrezas, pero no se reducen a ellos. Las estrategias procesan dentro de una estructura conceptual y, por tanto, pueden existir estrategias diferentes para alcanzar un mismo resultado. El uso de estrategias supone un dominio de la red conceptual sobre la cual deben ejercitarse y, al mismo tiempo, grandes dosis de creatividad e imaginación para descubrir nuevas relaciones o nuevos sentidos en relaciones ya conocidas. Las estrategias más usuales en los niveles de la educación obligatoria son: estimar, aproximar, elaborar un modelo, construir una tabla, buscar patrones y regularidades, simplificar tareas difíciles, conjeturar y comprobar. Unas son metodológicas y otras específicas.

Entendemos que el alumno de estos niveles puede irse entrenando en el uso de estrategias que le permitirán poner en funcionamiento el máximo de relacio-

nes entre los conceptos estudiados, considerando nuevas facetas y aspectos no previstos de los mismos.

## EVALUACIÓN

La evaluación es hoy en día un campo de estudio e investigación que se plantea cuestiones mucho más amplias que las que se derivan directamente de la pregunta: ¿cómo calificar a nuestros alumnos? La evaluación en el período de la educación obligatoria no debe utilizarse para controlar la promoción de los alumnos, sino, en todo caso, para detectar situaciones anómalas y proceder a un tratamiento específico que permita superarlas (diagnóstico y remedio). Hacer sinónimos los términos evaluación y examen es una identificación confusa que se suele realizar con frecuencia, y esto lleva a un rechazo acrítico de todo lo relativo al enjuiciamiento y valoración del aprendizaje escolar. Scriven introdujo en 1967 una distinción importante entre evaluación formativa y evaluación sumativa. La primera actúa de forma continua y su papel consiste en diagnosticar e informar para permitir la recuperación en aquellos aspectos en los que se comprueben deficiencias; también sirve para que el profesorado modifique su orientación e incorpore elementos nuevos en el proceso de enseñanza. La evaluación sumativa expresa la agregación de los logros conseguidos por un alumno en diversos aspectos del aprendizaje de un concepto y suele dar lugar a una calificación.

El punto de vista actual se centra en que **para evaluar hay que comprender**, lo cual supone que se ha hecho un juicio razonado de algún aspecto de un trabajo desarrollado por los alumnos ante una tarea. Se trata de una visión distinta de la convencional, en la que no se trata de comprender ningún proceso de aprendizaje, sino de establecer un éxito o un fracaso. Un nuevo enfoque para la evaluación debe discutir y poner en claro varias cuestiones: ¿por qué valorar el trabajo de los alumnos?, ¿qué hay que valorar?, ¿cómo hay que valorar? y ¿qué decisiones deben afectar a la evaluación? La legitimidad del error, como parte constitutiva de los procesos de aprendizaje y de elaboración del conocimiento objetivo, se sustenta en una posición epistemológica que trata de fomentar el análisis y la consideración crítica del conocimiento eludiendo la tendencia a culpabilizar a los escolares de la comprensión deficiente, ayudándoles a detectar tales deficiencias y buscando vías para su superación. Desde esta perspectiva nos planteamos las cuatro preguntas anteriores.

### ¿Por qué hay que valorar el trabajo de los escolares?

Al valorar y corregir el trabajo de los alumnos les informamos cómo han realizado determinada tarea. También podemos determinar el grado de asimilación



de un concepto, el dominio de una destreza, la habilidad en la elección de un procedimiento y en el uso y manejo de estrategias. Además, el profesor está interesado en conocer lo que la clase puede hacer y lo que no puede hacer, determinar los niveles generales en los que se encuentran sus alumnos y las diferencias entre ellos. Puede, igualmente, localizar los errores usuales aún no superados y valorar el rendimiento logrado por el grupo con respecto a un determinado tópico. Tanto los padres como los administradores educativos, las autoridades locales y las asociaciones de profesores tienen intereses legítimos en una evaluación lo más completa posible del aprendizaje realizado por los alumnos.

### **¿Qué valorar?**

Si entendemos la pregunta en el sentido de cuáles son las actividades matemáticas de los alumnos que deben considerarse prioritarias para establecer un juicio sobre los alumnos, se pueden dar multitud de respuestas válidas: precisión, resultados, método de trabajo, claridad de pensamiento, asimilación de ideas matemáticas, transferencia en la comprensión, dominio en la ejecución de técnicas y destrezas, tiempo en el desempeño de las tareas, esfuerzo personal, creatividad, adecuación en la elección de estrategias, organización de las secuencias, e incluso pulcritud y claridad en la presentación de los trabajos. También hay que considerar las observaciones que hace el profesor cuando los alumnos trabajan autónomamente o en grupos e, igualmente, las intervenciones que hacen en las discusiones dirigidas.

Si entendemos la pregunta inicial en el sentido de cuál es la parte adecuada de la actividad del alumno para emitir un juicio sobre su competencia matemática, la consideración se centra ahora en procurar que la evaluación no se haga atendiendo a un único tipo de criterios y actividades, ya que puede tener un efecto contraproducente. Es decir, si nos limitamos a evaluar destrezas de cálculo mecánico mediante pruebas en las que se controlan los resultados, se favorece un tipo de aprendizaje rutinario y mecánico.

### **¿Cómo evaluar?**

Las pruebas estandarizadas de papel y lápiz, bien en versión de un test de cuestiones y respuestas puntuales, bien mediante una prueba para el desarrollo más extenso de cuestiones y la resolución de problemas más complejos, se pueden considerar instrumentos insuficientes para emitir un juicio útil sobre la competencia matemática de los alumnos. Con estos instrumentos se puede poner de manifiesto fácilmente el conocimiento de hechos y el dominio en la ejecución de destrezas. De igual manera, es posible comprobar el conocimiento de enunciados, definiciones y propiedades, junto con algunas secuencias de razonamientos. Sin embargo, no es posible comprobar la comprensión real de los

conceptos, el dominio de las estructuras conceptuales, la capacidad personal de razonamiento y la habilidad en la elección y desarrollo de estrategias. Todos estos aspectos son tan importantes o más que los primeros y quizás el mayor inconveniente para su control está en que no disponemos de instrumentos suficientemente contrastados para su realización. A pesar de esto, no cabe duda de que es posible hacer una valoración bastante aproximada de las competencias señaladas mediante un seguimiento del trabajo individual y colectivo que se realiza en el aula.

### **¿Qué decisiones deben afectar la evaluación?**

Un profesor del periodo obligatorio de la enseñanza debe ser totalmente consciente de que su función no es seleccionar las mentes más capacitadas para la educación superior, sino capacitar el máximo de mentes para lograr el nivel cultural adecuado a un ciudadano medio de una sociedad democrática. La escuela no puede, y no debe, ensanchar las diferencias culturales debidas a los distintos medios sociales y económicos de los que proceden sus alumnos. La escuela no debe ahondar en las diferencias intelectuales que presentan los niños. Esa no es su misión y el profesorado debe tenerlo claro. Por todo ello, las matemáticas deben abandonar el papel de filtro y selección que, tradicionalmente, han desempeñado en el sistema escolar. En este sentido, hay que enfatizar la función orientadora de la evaluación y recordar que, aunque el alumno es el autor de su aprendizaje, el profesor también es responsable de los logros y avances conseguidos.

## **CRITERIOS PARA SELECCIONAR TAREAS QUE MEJOREN LA EVALUACIÓN CONVENCIONAL**

La preocupación por encontrar instrumentos adecuados mediante los cuales adelantar la evaluación de los alumnos en matemáticas ha llevado a los especialistas a discutir las características generales que deben tener tales instrumentos. Bell, Burkhardt & Swan (1992) establecen las siguientes condiciones para las tareas de evaluación:

*Relevancia práctica.* Muchas cuestiones presentan una situación de la vida real, pero plantean cuestiones que no tienen significado práctico.

*Coherencia o fragmentación de la tarea.* Muchas tareas conducen al estudiante a través de una secuencia de pequeños pasos, que reducen o suprimen la capacidad de decisión del estudiante (Resuelve la ecuación E utilizando el método M, o similar). Pocas tareas invitan al estudiante a seleccionar su repertorio de

técnicas, a recorrer una cadena de razonamientos o a comparar métodos alternativos.

*Rango de respuestas posibles.* ¿Hasta qué punto podemos proponer tareas que proporcionen la oportunidad a los estudiantes de trabajar con un amplio rango de capacidades y talentos? Usualmente el nivel de respuestas posibles ha venido determinado más por la tarea que por el estudiante.

*Extensión y valor de la tarea.* El pensamiento de orden superior se muestra mejor, por lo general, en tareas extensas que en tareas cortas; es necesario que estas actividades constituyan por sí mismas experiencias de aprendizaje válidas y aceptables.

*Modo de trabajar las tareas.* Tradicionalmente los estudiantes han trabajado las tareas individualmente y en silencio. Estas condiciones artificiales se han impuesto en beneficio de la fiabilidad, y probablemente se mantendrán en el sistema. Sin embargo, hay una gran necesidad de explorar cómo se puede evaluar la capacidad de los estudiantes para trabajar cooperativamente, quizás utilizando formas de comunicación orales y prácticas en un ambiente usual de trabajo.

## CONCLUSIÓN

En la historia reciente de la educación matemática los profesionales de este campo de trabajo se encuentran, por primera vez, enfrentados a la responsabilidad de asumir su trabajo profesional de una manera crítica y renovada. Las demandas sociales de una educación de calidad, formativa, de orientación constructivista y el énfasis puesto en la difusión de los valores democráticos y las relaciones de comunicación a través de todas las disciplinas del currículo escolar, marcan cambios fundamentales en la consideración de las matemáticas escolares. El educador matemático emerge como un profesional crítico y reflexivo, cuyas necesidades de formación inicial y permanente se han incrementado con la incorporación de nuevas disciplinas y la importancia cada vez mayor asignada al campo de la práctica. Esta formación debe tener rango académico suficiente y debe ubicarse en los departamentos y centros universitarios. Pero la comunidad de educadores matemáticos no debe esperar que las soluciones le vengan dadas: debe adelantarse a reflexionar sobre sus propias carencias y limitaciones y plantear sus propias necesidades de formación con la extensión y profundidad necesarias. La reflexión, crítica y discusión sobre estas necesidades deben dar paso a programas de formación adecuados que

proporcionen las bases suficientes para el desempeño de esa compleja tarea a la que denominamos educación matemática.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bell, A., Burkhardt, H. & Swan, M. (1992). Assessment of extended tasks. En R. Lesh & S. Lamon (Eds.). *Assessment of Authentic Performance in School Mathematics*. Washington: American Association for the Advancement of Science.
- Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1988). *Números y Operaciones*. Madrid: Síntesis.
- Cockcroft, W. (1982). *Mathematics Counts*. London: H.M.S.O.
- Fernández, A y Rico, L. (1992). *Prensa y Educación Matemática*. Madrid: Síntesis.
- Ferrater, J. (1981). *Diccionario de Filosofía*. Madrid: Alianza.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Geertz, C. (1987). *La interpretación de las culturas*. Barcelona: Gedisa.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge: the case of Mathematics*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M. (1994). *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- Mead, M. (1985). *Educación y Cultura en Nueva Guinea*. Barcelona: Paidós.
- Niss, M. (1994). Why do we teach Mathematics in school? En J. Calderón y L. Puig (Eds.). *Seminario de Investigación y Didáctica de la Matemática*. Madrid: CIDE.
- Popper, K. (1979). *El desarrollo del conocimiento científico. Conjeturas y refutaciones*. Buenos Aires: Paidós.
- Resnick, L.& Ford, W. (1981). *The Psychology of Mathematics for Instruction*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Restivo, S. (1992). *Mathematics in Society and History*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Rico, L. Castro, E., Fernández, A., Fortuny, J., Valenzuela, J. y Valldaura, J. (1990). *Guía Didáctica de Matemáticas 5º de E.G.B.* Sevilla: Editorial Algaida.
- Romberg, T. (1991). Características problemáticas del currículo escolar de Matemáticas. *Revista de Educación*, nº 294, pp. 323-406.
- Shapiro, H. (1980). *Hombre, Cultura y Sociedad*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Skovsmose, O. (1994.) *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y Desarrollo del Currículo*. Madrid: Morata.
- Webb, N. (1992). Assessment of Student 's knowledge of Mathematics: Step towards a theory. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Teaching and Learning Mathematics*. New York: Macmillan.

*Profesor Dr. Luis Rico  
Departamento de Didáctica de la Matemática  
Universidad de Granada  
E. Magisterio, Campus Cartuja  
Universidad de Granada, 18071  
Granada, España  
E-mail: lrico@goliat.ugr.es*