

Ampliación de universos numéricos: El entero relativo

Muñoz, Yurani - Poveda, Xiomara
yurani_andrea1995@hotmail.com – xiomilalo@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Se presenta la descripción de una experiencia de aula producto del trabajo desarrollado en el espacio de formación práctica intermedia III en la Universidad Distrital, basada en la enseñanza del número relativo y sus propiedades, la cual fue realizada en grado séptimo (701 y 703) en el colegio República de China; cuyo objetivo general se centró en el diseño, implementación y evaluación de una secuencia de actividades a partir de la resolución de problemas que permitiera a los estudiantes comprender el número relativo y de esta manera potenciar el proceso general de razonamiento, identificando en medio de este proceso posibles dificultades u obstáculos que presentaran los estudiantes para de esta forma generar estrategias de refuerzo y apoyo en sus construcciones. Llegando a obtener como resultado un avance significativo en la comprensión del número entero relativo como un elemento que permite transformaciones y como el resultado de comparaciones.

Palabras clave: Entero relativo, comprensión, enseñanza, razonamiento.

1. Introducción

Tomando como base la dificultad que se ha tenido a lo largo de la historia para comprender los enteros relativos de acuerdo con González (1999) y la multitud de dificultades inmersas en su proceso de enseñanza, el interés del trabajo realizado se centró en la contribución al aprendizaje del número

entero relativo y sus propiedades a partir de situaciones problema en contextos concretos, logrando de esta manera aportar de manera significativa a los estudiantes de grado séptimo en la comprensión de éste objeto matemático como un elemento que permite transformaciones y como el resultado de comparaciones, e inmerso en este proceso se potenció el razonamiento, dado que el ampliar el concepto de número de acuerdo con MEN (2006) obliga a cambios conceptuales en las operaciones y las relaciones entre ellos y por ende se da un desarrollo tanto en la estructura aditiva como en la multiplicativa.

2. Referente conceptual

En primer lugar es indispensable señalar que en esta experiencia de aula más allá de trabajar el número entero se trabajó con el *número relativo*, el cual ha sido caracterizado por González et al. (1999) como un número entero contextualizado, es decir, es la parte intuitiva-concreta del número entero.

Y este se trabajó a través de la propuesta didáctica que hace Luis Gonzales en su libro “números enteros” de la serie síntesis, en la cual se proponen cinco fases (el número relativo como relación útil en contextos concretos, de la relación útil a la relación objeto, el número relativo como objeto contextualizado, el número entero como útil matemático y como objeto matemático) -de las cuales trabajaremos las tres primeras- que ayudan en la conceptualización del número entero relativo y sus propiedades, las cuales nos servirán como base en este proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta propuesta nos sirve de base si tenemos en cuenta que basamos el trabajo con el número entero relativo desde diferentes contextos llegando a fortalecer la estructura aditiva, considerando sus propiedades y los procedimientos para su solución, teniendo como base que:

“El estudio de los números enteros implica la interpretación y aplicación del concepto y su significado como número relativo en diferentes contextos (físicos, geográficos) de medida (absolutos) y su ubicación en la recta numérica. Además se debe llegar a la representación simbólica que permita efectuar operaciones y establecer relaciones. Dentro de las operaciones se enfoca la estructura aditiva y la estructura multiplicativa con sus algoritmos y

propiedades y planteando las relaciones entre equivalencias y de orden”
(Chaparro, Poveda & Fernández, s.f, p.5)

Pero, además de ello hicimos énfasis en la identificación y la superación de posibles obstáculos presentados en su proceso de conceptualización; entre las dificultades que manejamos estuvieron principalmente las relacionadas con el significado del signo menos, debido a que como es sabido, los estudiantes venían trabajando en el contexto de los naturales, donde el signo menos tiene un significado de disminución y en los enteros esta idea cambia, ya que una resta no significa disminución, y una suma no significa aumento.

Esta tensión se da como producto de la concepción que se tiene del signo menos, el cual en los enteros tiene un doble significado de acuerdo con Castillo & Ortega: “como operador binario porque necesita dos elementos o como operador unario porque le cambia el signo al número determinando” (Castillo & Ortega, 2012, p. 4). Entonces, el simple hecho de ampliar el significado de número, de ver que la suma y la resta en términos del operador hacen que se presenten dificultades en su enseñanza.

De manera general, podemos citar otras muchas dificultades que se generan este proceso de aprendizaje, las cuales según Iriarte, Jimeno & Vargas (1991) están ligadas además, con el hecho de pensar en la forma como se opera y como se ordenan los Naturales, produciendo errores ligados con creer que el orden de los naturales es mismo orden de los enteros relativos en su conjunto, ignorar el signo, entre otras; en relación con las operaciones estas dificultades están relacionadas con el hecho de ver a la suma como aumento, a la resta como disminución, la división y multiplicación como natural, las reglas del cálculo en un formalismo vacío etc., las cuales afectan de manera lógica la posible resolución de situaciones en las que intervenga en número relativo: en los problemas por ejemplo, de acuerdo con estos mismos autores, existe una dificultad especial cuando hay una inversión en la relación de orden o en la secuencia temporal, lo cual sin lugar a dudas tiene que ver con los procesos de razonamiento implícitos a la hora de abordar la enseñanza- aprendizaje de este objeto matemático y de todas las relaciones conceptuales que hay en él.

En cuanto a la forma de introducir este concepto en el aula, según distintos autores una posible forma es a través de la recta numérica, por ejemplo, González et al. (1999) señala, que la recta numérica es un modelo que

proporciona una interpretación bastante provechosa de los números enteros, ya que para estos autores el tratar el número entero a través de la recta numérica es una forma de concretizarlo, debido a que permite tener varias interpretaciones relacionadas con el orden de los números enteros y por supuesto con la forma en cómo se opera con ellos (especialmente la suma y la resta).

Y, si tenemos en cuenta que el número entero relativo en este contexto será representado de acuerdo con Gonzales et al. (1999) por un punto de la recta (aspecto estático) y por una distancia, desplazamiento, vector o salto (aspecto dinámico), vemos que las operaciones de sumar y restar, se presentan a nivel de significaciones concretas (como acciones con números relativos), lo cual es fundamental en este proceso, ya que esto permite que se avance en la comprensión de los enteros relativos como elementos que permiten transformaciones y como operadores.

3. Descripción de la experiencia

Esta experiencia tuvo lugar en el colegio República de China ubicado en la localidad de Engativá, en la ciudad de Bogotá, el cual cuenta con un programa de inclusión por lo que en los cursos en los que se trabajó (701 y 703) se encontraban estudiantes con baja visión y ceguera total. Para llevar a cabo esta experiencia se diseñó en primer lugar la siguiente ruta de aprendizaje, la cual sería nuestra guía en el desarrollo de la propuesta. Ver figura 1.

Para llevar a cabo la propuesta se tomó como base las orientaciones para el diseño y elaboración de actividades de aprendizaje y de evaluación propuestas por el grupo DECA (1992), por lo que en primer lugar se realizó una actividad que sirvió de diagnóstico y reconocimiento en la cual se trabajó con base en los conocimientos previos de los estudiantes relacionados con los números enteros, explícitamente con la forma de operar con ellos y de ubicarlos en el plano cartesiano y en la recta numérica; junto con ello se introdujeron nuevos conocimientos relacionados con la forma de interpretar y resolver problemas relacionados con este conjunto de números, por lo que hubo un choque cognitivo el cual permitió que los estudiantes identificaran la necesidad de aprender éstos nuevos conocimientos y superar

las dificultades que presentaban. Además, esta actividad permitió ubicar a cada uno de los estudiantes en un nivel de desarrollo dados unos criterios, e identificar algunos de los conflictos que presentaban los estudiantes ligados con el tratamiento de los enteros relativos, algunos de ellos: ignorar el signo, fracaso en la inversión de una relación de orden y en la secuencia temporal, así como la desorientación temporal que evidencia la inconciencia de los dos sentidos opuestos <antes de> y <después de>, entre otras (esto de acuerdo con Gonzales et al. (1999) e Iriarte, Jimeno y Vargas-Machuca (s.f)) las cuales nos dieron un punto de partida para iniciar el trabajo.

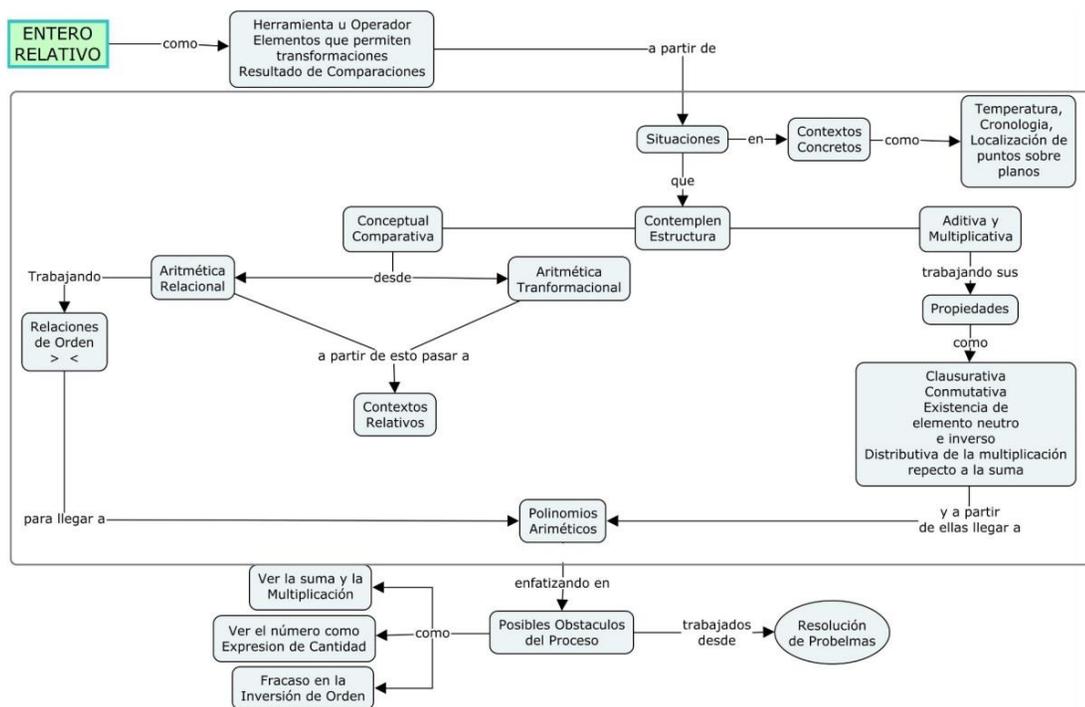


Figura 1. Ruta de Aprendizaje

Teniendo en cuenta lo anterior se propuso una actividad en la cual se apropiaran los nuevos conocimientos pero además de ello se trabajan las dificultades observadas en la clase anterior; en ella se proponen situaciones en las que interviniera los números enteros relativos y la forma intuitiva de operar con ellos: juego “la escalera relativa y problemas de tipo verbal de manera que los estudiantes se enfrentan a nuevas situaciones. Ver figura 2.



Figura 2. La “Escalera Relativa”

Esta actividad consistió en jugar la escalera convencional pero los estudiantes debían llevar un registro escrito en una hoja de los movimientos que realizaban, indicando si avanzaban ¿cuánto avanzaban? Si retrocedía ¿Cuánto retrocedían? Indicando la operación que realizaban en ese momento. Esto con la finalidad de potenciar la estructura aditiva y comparativa por medio de la ejercitación de las operaciones básicas entre enteros relativos Como se muestra en la figura 3:

$$\begin{array}{l}
 1+5=9 \quad 9+6=15 \quad 15+2=17 \quad 17+5=22 \quad 22+3=25 \quad 25 \\
 25+2=27 \quad 27+4=31 \quad 31+5=36 \quad 36+2=38 \quad 38 \\
 38+2=40 \quad 40+6=46 \quad 46-30 \quad 34+ \\
 30+4=34 \quad 34+3=37 \quad 37+3=40 \quad 40+5=45 \quad 49+ \\
 45+6=51 \quad 51+1=52 \quad 52+4=56 \quad 55+ \\
 70-37=33 \quad 33+6=39 \quad 39+6=45 \quad 45+4=49 \quad 76-37
 \end{array}$$

Figura 3. Evidencia procesos del juego

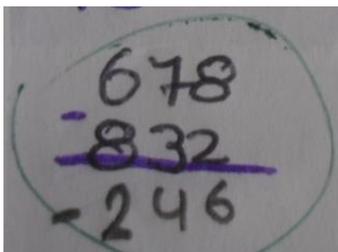
En la figura 3 se muestra como el estudiante Jeison (invidente) además de realizar las comparaciones mentalmente, teniendo como base la casilla en la que estaba ubicado y en número de casillas que avanzaba o retrocedía realizando la operación correcta y obteniendo así el número de la casilla al que debía dirigirse. Además, el tablero incluía algunas casilla especiales “ciudades” y cuando los estudiantes cayeran en alguna de ellas debían hacer una de las operaciones que sacaran aleatoriamente y sus compañeros deberán

examinar si la realizó o no adecuadamente. Esto se hizo con el propósito de reforzar las operaciones básicas, especialmente la resta.

Luego de ello y por último se desarrolló la actividad de profundización en la cual los estudiantes debían complejizar la estructura aditiva que venían desarrollando, por medio de la simbolización y aplicación de un algoritmo que les facilitara realizar la sumas y restas en diferentes situaciones, teniendo en cuenta para ello la conjugación de los signos –signo como operador y como acompañante de la cantidad- y la aplicación de algunas de propiedades de la suma (conmutativa y asociativa).

4. Reflexiones y conclusiones

En primer lugar cabe resaltar que dadas las dificultades que se evidenciaron en los estudiantes al inicio de la práctica para comprender especialmente situaciones en las que interviniera el número entero relativo como operador, por lo que se propusieron diversas actividades con el fin de superarlas, especialmente la que se presentaba con la resta en la que el minuendo es menor que el sustraendo. Ver figura 4.



A photograph of a student's handwritten work on a piece of paper. The student has written a subtraction problem: 678 minus 832 equals 246. The numbers are written in black ink. The 832 is underlined with a blue line. The 246 is also underlined with a blue line. The entire problem is circled with a green line. This illustrates a common error where a student subtracts a larger number from a smaller one without recognizing the need for borrowing or negative numbers.

Figura 4. Errores presentados la resta en la que el minuendo es menor que el sustraendo

Es por ello que se le dio un enfoque especial a ésta, sin dejar de un lado lo propuesto inicialmente, por lo que se propusieron actividades dinámicas como lo fue “la escalera relativa” la cual tenía como objetivo principal reforzar la suma y la resta de enteros pero a partir del juego y junto con ello establecer comparaciones. Este tipo de actividades contribuyeron a superar esta dificultad y del mismo modo a concebir el entero relativo como el resultado de comparaciones.

Una de las estrategias para que los estudiantes pudieran comprender el número entero relativo, fue trabajarlo a partir situaciones problema en

contextos relativos, en donde el estudiante además de realizar la operación correcta debía interpretar y entender el problema y lo que le pedía éste, ya que en la mayoría debían realizar una inversión temporal o de orden -lo cual implicaba un nivel de dificultad más amplio- y es allí donde se evidenció una gran dificultad, por lo que se propusieron más actividades similares, de manera que los alumnos cambiaran el esquema de problemas a los que estaban acostumbrados y junto con ello logaran superar sus dificultades con orientación de las docentes. Logrando así, que el estudiante realizara un proceso de razonamiento más complejo y por ende tuviera herramientas no solo en la resolución de problemas con enteros sino la comprensión e interpretación de problemas en general.

Además, se avanzó en cuanto a la identificación del cero relativo como punto de referencia, esto a partir de las situaciones en contextos concretos propuestas (cronología, temperatura, etc.), ya que estas permitieron que el estudiante tomara distintos puntos de referencia y por medio de ello reforzará también la ubicación en la recta numérica y el uso de los desplazamientos para resolver este tipo de situaciones.

Por último, podemos afirmar que el proceso se fortaleció el razonamiento en torno a aspectos relativos y de esta manera se dio un avance importante en términos de la ampliación de los universos numéricos, ya que los estudiantes no solo se tenían en cuenta lo absoluto (positivo) sino que se abrió paso a la comprensión de los números negativos, y por ende se contribuyó en el aprendizaje del entero relativo, sus propiedades y la forma de operar con ellos.

Referencias bibliográficas

- Chaparro, O., Poveda, D., & Fernández, R. (s.f). *Jugando con los números enteros*. Universidad del valle, Cali, Colombia.
- Fory, O. (2010). *Obstáculos didácticos en la adición de números enteros en textos escolares*. Tesis de pregrado. Cali, Valle, Colombia. Universidad del Valle.
- González, J., Iriarte, M, Jimeno, M, Ortiz, A, Sanz, E. & Vargas-Machuca, I. (1999). *Números Enteros*. Madrid: Ed. Síntesis.
- Grupo DECA. (1992). Orientaciones para el diseño y elaboración de actividades de aprendizaje y evaluación. *Aula*, 6, 33-39.
- Iriarte, D., Jimeno, M. M., & Vargas, I. (1991). Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros. *SUMA* 7, 14-18.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía.* (pp. 46 - 94). Santa Fé de Bogotá D.C. Colombia. Ed. MEN

Ortega, N., & Castillo, V. (2012). *Una introducción al concepto de entero enfatizando en el número negativo en el grado séptimo de la educación básica* (tesis de grado). Universidad del Valle, Cali, Colombia.